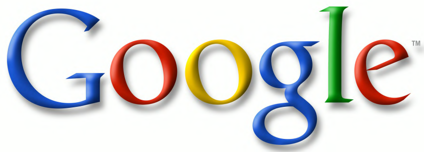
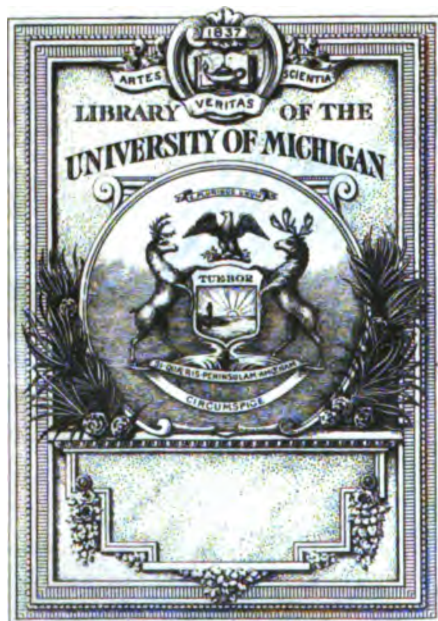



1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

ANALYSIS,

OF

STELKUNSTIGE ONTKNOPING

In de

MEETKUNSTIGE WERKSTUKKEN:

Vindende van hen

De Grootste en Kleenste; de Raaklynen op de Kromme; de Plaatzen; de Ontbinding der bepaalde Werkstukken door de Plaatsen; en de Quadratura van eenige Kromlinische Grootheden.

Door

ABRAHAM DE GRAAF.



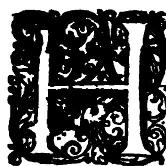
t'AMSTERDAM,

By JOANNES LOOTS, Boekverkoper in de Nieuwe Brugsteeg, in de Jonge Lootsman. 1706.

Nijhoff
7999
Hist. of Science
3-5-1923
gen.

VOORREDEN.

Waarde LEEZER.

Ier werd Ul. voorgedragen de Vruchten van onze Wiskunstige besigheden, zedert veele jaren zo nu en dan by een vergadert, en eyndelyk, by ledige tyd, tot een Lichaam gebragt. 't Is een Stelkunstige Ontknoping in de Meetkunstige Werkstukken: in vier Stukken, of Boeken afgehandelt: het eerste wyst aan de Vinding van de Grootste en Kleenste (*de Maximis & Minimis*) waar onder dat van de Raaklynen mede begrepen is: het tweede vind de Plaatzen, en toont haar gebruyk in de Oplossing der onbepaalde Meetkunstige Werkstukken: het derde ontbind de bepaalde Werkstukken door middel van deze Plaatzen: en het vierde handelt van de Quadratura, aanwyzende de overeenkoming van het Kromme met het Rechte: zaken zynde die wy meenen dat een curieuse liefhebber zullen konnen voldoen, te meer om dat het doorlopen is met verscheyde Speculative Questien en Methodens. Wy zyn bewogen dit de Nederlanders mede te delen, om dat, in haare moeder Taal, weynig daar van te vinden is. Dit Werk gevoegt by ons voorgaande van de Mathesis, zo heeft men in een kort begrip van de Wiskunst, niet alleen het nootzakelyke, maar ook genoegsaam alle het aanmerkelyke dat zedert de tyd van *Cartesius*, door verscheyde uytnemende Mathematici, tot nu toe is uytgevonden.

Wy hebben in deze alles naaktelyk verhandelt, geen Questien stellende zonder haare Ontbinding daar

by te voegen, uytgenomen in eenige weynige die uyt de voorgaande openbaar zyn. Wy hebben echter de oplossing veeltyts niet volslagen gedaan, nalatende dat geene aan te wyzen dat gemakkelyk om te vinden is, en dat Ul. zou walgen indien men het daar by voegde. Zomtyts, wanneer de vinding van de Æquatie zeer licht is, zo zetten wy maar alleen de Constructie, en byna altyd de Constructie, zonder te toonen datze het begeerde voldoet, om dat deze proef in alle op een en de zelfde wyze kan geschieden.

Als wy iets willen bewyzen, zo trekken wy niet aan de Voorstellen uyt de Meetkunst, of van Euclides, of van ons, waar uyt zodanigen besluyt volgt: dit hebben wy in 't voorgaande Werk al vroeg nagelaten: wy meenen ook dat het Ul. niet zoude behagen, ten waare dat men van die Beginselen nog onkundig was, of dat men veel van hen hadde vergeten, en dan kan men niet als met veel moeyten en weynig vrucht in deze vorderen. Wy hebben gemeent het genoeg te wezen, iets willende bewyzen, dat men van deze Beginselen begint, en aanwyst hoe daar uyt het vereyste volgt.

Wy hebben niet aangewezen op wat wyze dat men de Trek van de Kromme lynen kan vinden, die hoger als die van het eerste geslagt zyn, waar van zomtyts een voorbeelt in dit Werk te vinden is: dit geschiet met voordagt, om Ul. geen ongeneugte aan te doen wanneer gy hen kundig zyt geworden: de manier van vinding is in alle Kromme lynen een en de zelfde; en is ook niet ver te zoeken.

Dewyl wy dan alzo, als in een schets, hebben aangewezen wat dingen dat in deze verhandelt werden, en de manier die wy daar in houden, zo zullen wy

af-

afkorten, alleenlyk dit nog daar byvoegende, dat dit Werk t'eenemaal Theoretisch is, dat het niet zal konnen dienen tot nuttigheit van de menschelyke handeling; dat het alleen vergenoeging kan geven aan de geest wanneerze smaak vind in waarheden te beschouwen die onfeylbaar zyn, en zaken te ontdekken die als in den Afgrond verborgen waren, zonder zig te bekreunen waar toe datze konnen dienen. Vaar wel.

Rynsburg den 1 *December* 1706.

A. DE GRAAF.

REGISTER.

I BOEK

II BOEK.

III BOEK.

Uyt

IV BOEK.

Stel-

Stelkunstige Ontknoping

Het I. Boek.

Van de

GROOTSTE en KLEENSTE,

Anders genaamt

De Maximis & Minimis.



Y geven het deze benaming, om dat in dit Boek niet anders zal verhandelt werden als van grootheden die volstrekt de Grooste of de kleenste zyn, of die men daar onder kan betrekken, of die in haare groote Onbepaalt zyn: het tweede zeggen wy, om dat men in de Vinding van de Raaklynen, die wy in dit Boek mede zullen verhandelen, niet en vraagt na een grootste of na een kleenste, maar men kan echter dit daar mede onder betrekken, om dat men daar in begeert een Lyn te trekken die met de kromme de kleenste hoek maakt, of de grootste met de rechtstandige op hen: het derde zeggen wy, om dat we hier by zullen voegen een bewerking met de Dimensien, wanneer haar getal door een letter afgebeeld werd, die in haare menigte onbepaalt is.

I. Deel.

Twee dingen zullen wy in dit Deel verhandelen; de bewerking van de Dimensien door Letters afgebeeld, en eenige Eygenschappen van de grootheden onbepaald groot en onbepaald kleen.

I. Hoofstuk:

Van de bewerking met de onbepaalde Dimensien.

ALs men een Æquatie heeft, van de welke de Dimensien veelderley konnen wezen, hoedanig is de Æquatie op de Parabole, om dat die van ontallyke geslagten en sooorten zyn, vertoont werdende door $yy \propto rx$, door $y^3 \propto rrx$,

 door

door $y^4 \infty r^3 x$, enz. ook door $y^3 \infty rxx$, door $y^4 \infty rx^3$, enz. ook door $y^5 \infty rrx^3$, en zo in 't oneyndig, zo kan men deze alle afbeelden door een eenige Æquatie, te weten door $y^t \infty r^{t-s} x^s$, of door $y^t \infty r^s x^{t-s}$, of door $y^{t+s} \infty r^t x^s$

Verstaat by s en t alle getallen, of ten minsten zodanige die onbepaalt zyn in haare hoeveelheit.

Indien men dan van de Parabole, in 't algemeen, iets wil onderzoeken, zo heeft men alleenlyk daar toe te gebruyken deze eene Æquatie. En om dat dit de weetlust voldoet, en somtyts dienstig kan wezen, zo zullen wy deze Stelling altemets gebruyken; en daarom zal men genootzaakt wezen, in de *Vermenigvulding*, in de *Deeling*, en in de *Worteltrekking*, zo wel te konnen omgaan met de letteren s en t, of met andere die de hoegrootheit van de Dimentien vertonen, als men zulx gewoon is te doen met de getallen 2, 3, enz, die dat gemeenlyk afbeelden. En alhoewel men hier in niet nieuws heeft waar te nemen, om dat men met de letters s en t even zodanig moet handelen als men anderſints doet met de getallen, zo zullen wy echter daar van hier ter plaatze eenige bewerking ter nederstellen, op dat, naderhand eenige Dutting hier in ont moetende, men een plaats zoude konnen vinden die ons wederom daar uyt redderde: en wy nemen dit het eerste by der hand, om dat het in al het volgende, zo nu en dan, gebruykt werd.

I. Van de *Multiplicatie* met de onbepaalde Dimensien.

Op de *gelyknaminge*.

In getallen. Hebbende a^2 met a^3 te Multipliceren, zo is men gewoon voor het product te stellen a^5, dat is a^{2+3}, *vergaderende de getallen der Afmetingen*: daarom ook,

Met Letters. Moetende a^t vermenigvuldigen met a^s, men Stelt voor de uytkomst a^{t+s}; mede *vergaderende* de hoegrootheden t en s, die haare Dimensien vertonen.

Hierom, a^t met a multiplicerende, komt aa^t, of a^{t+1}: zulx doende van a^{t-1} met a, komt a^t; en met aa, komt a^{t+1}: a^{t-s} vermenigvuldigende met a^s, komt a^{t-s+s}, of a^t: a^{t-s} met a^{2s}, komt a^{t+s}.

Het zelfde willende, doen van a^t met a^t; of willende a^t in 't vierkant multipliceren, komt a^{2t}: a^t driemaal in zig, of zyn Cubicq, is a^{3t}; zyn vierkants vierkant is a^{4t}: maar wil men

men hen r maal in zig multipliceren, zo is het product a^{tr}, en dan beelt dit af, niet alleen alle het voorgaande, maar ook alle andere vermenigvuldigdens in zig zelfs, hoe menigmaal ook gedaan, verstaande by r alle getallen.

Op de *Ongelyknamige.*

In getallen. Moetende a^2 vermenigvuldigen met b^3, zo stelt men voor de uytkomst $a^2 b^3$: daarom ook,

met Letters a^t met b^s multiplicerende, men stelt voor het Product $a^t b^s$, hen nevens elkander voegende. Hierom; a^t met ab^s multiplicerende, komt $a^{t+1} b^s$; dit laaste met $b c$, komt $a^{t+1} b^{s+1} c$.

II. Van de *Divisio* met de onbepaalde Dimensien.

Op de *Gelyknamige.*

In getallen. Deelende a^5 door a^3, men stelt voor het quotient a^{5-3}, of a^2, *afnemende de Dimensien van den Deeler van de Dimensien van het Dividendum:* daarom ook,

met Letters. Deelende a^{t+s} door a^s, komt a^t: a^t door a^s, komt a^{t-s}: a^t door a, komt a^{t-1}: a^t door a^t, komt 1.

Op de *Ongelyknamige.*

In getallen. $a^3 b^2$ door b^2, men stelt voor het quotient a^3: daarom ook,

met Letters. $a^t b^s$ door b^s, komt a^t: $a^{t+1} b^s$ door a^t, komt ab^s: $a^{t+1} b^{s+1} c$ door bc, $a^{t+1} b^s$; en dit laaste door $a b^s$, komt a^t.

a^t door b^s, men stelt de uytkomst in gedaante van een Breuk, te weten $\frac{a^t}{b^s}$: $a^{t+1} b^s$ door $\frac{bc}{a}$, komt $\frac{a^{t+2} b^{s-1}}{c}$.

III. Van de *Worteltrekking* in de onbepaalde Dimensien.

In getallen. Willende uyt a^6 de $\sqrt{}^2$ trekken, men stelt voor zyn Wortel $a^{\frac{6}{2}}$, dat is a^3, *deelende de Dimensien van het geene waar uyt de Wortel getrokken moet werden door de Dimensien van de Wortel:* hierom,

met Letters. Uyt a^t de $\sqrt{}^2$, komt $a^{\frac{t}{2}}$; de $\sqrt{}^3$ komt $a^{\frac{t}{3}}$: daarom de $\sqrt{}^r$ uyt a^t getrokken, komt $a^{\frac{t}{r}}$: verstaande by $\sqrt{}^r$ alle Wortelen. Uyt $a^t b^s$ de $\sqrt{}^r$, komt $a^{\frac{t}{r}} b^{\frac{s}{r}}$: uyt abb de $\sqrt{}^r$, komt $a^{\frac{1}{r}} b^{\frac{2}{r}}$, uyt a^t de $\sqrt{}^t$, komt a; en uyt $\frac{aab^t}{c^r}$ de $\sqrt{}^r$, komt $\frac{a^{\frac{2}{r}} b^{\frac{t}{r}}}{c}$.

In 't kort, in alles doende met de Letters die de Dimensien afbeelden, als men gewoon is te doen met de getallen die de Afmetingen vertonen.

II HOOFTSTUK.

Van het onbepaalt Kleen en Groot.

DEwyl het *onbepaalt kleen* de middel is waar door men het Rechte met het Kromme kan vergelyken, dat voornamelyk plaats heeft in de vinding van de Quadratura, die op 't left zal verhandelt werden, waarom wy dit ook in 't begin van het lefte Boek hadden geftelt: maar om dat wy bevonden hebben, dat men het zelvige ook nuttelyk kan gebruyken in fommige gevallen van het andere, en wel bezonderlyk in de twee volgende Deelen van dit Boek, zo zyn wy te rade geworden dit hier voor aan een plaats te geven. Het *onbepaalt groot* voegen wy hier by om dat het altemets mede kan dienen, echter op ver na zo veel niet als het andere. Wy zullen van deze maar weynige voorftellen beantwoorden, en by na niet meer als in het volgende zal aangeroert werden: ontmoet men iets van deze, die wy overgeflagen hebben, men zal zig ligt konnen redden volgens de manier die wy hier in gebruyken om hen te bewyzen.

1. BEPALING. *Onbepaalt Kleen, of oneyndig kleen is grootheit aan wiens kleenheit geen paal te ftellen is: of is kleender als de kleenfte bepaalde.*

2. BEPALING. *Onbepaalt Groot, of oneyndig groot is grootheit aan wiens groote geen paal te ftellen is: of is grooter als de grootfte bepaalde.*

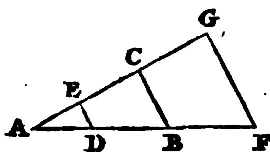
In deze zullen afgebeelt werden,
de *Bepaalde*. . . . . door $a : b : c$
de *Onbepaalde kleene* door $f : g : h$
de *Onbepaalde groote* door $m : n : o$

I VOORSTEL.

Onbepaalt Kleen en onbepaalt Groot konnen beyde veelderley wezen in groote zo wel als de bepaal-

de

de: en twee van de eerste, of twee van de laatste konnen evenredig zyn met ongelyke bepaalde grootheden.



Toepassing. Men zal dit licht konnen toestaan, aanmerkende ABCA voor een Driehoek wiens driezyden bepaalde grootheden zyn; DE en FG yder gelykwydig aan BC. Zo nu AD is onbepaald kleen, zo zullen DE en AE mede zodanig wezen, en echter zyn deze AD DE AE ongelyk in groote, als evenredig wezende met de bepaalde AB BC AC, die ongelyk van lengte zyn. Zo is 't mede, AF oneyndig groot zynde, zo zullen FG en AG mede zodanig wezen, en ongelyk in lengte zyn, om datze mede evenredig zyn met de ongelyke bepaalde AB BC CA.

't Bewys. Kon men twyffelen, AD oneyndig kleen zynde, of dan DE mede zodanig was, zo laat DE grootheit bepaalt wezen, en gelyk zyn aan p; AD ∞ g, oneyndig kleen, en AB ∞ a, en BC ∞ b, bepaalde: zo zyn $g \,|\, p \,||\, a \,|\, b$ evenredig, en daarom $bg \infty ap$, of $g \infty \frac{ap}{b}$: dat is g, onbepaalt kleen, zoude dan wezen $\infty \frac{ap}{b}$, grootheit bepaalt, dat aanloopt tegens de eerste Bepaling: zo moet DE dan mede wezen onbepaalt kleen; want onbepaalt groot kan hy voor al niet wezen. Op de zelve wyze blykt mede dat van 't onbepaalt groot. En met eenen is aangewezen datze konnen evenredig wezen met ongelyke bepaalde grootheden.

II. VOORSTEL.

Onbepaalt kleen vergaart by onbepaalt kleen, of daar van afgetrokken: de som, en ook de rest is onbepaalt kleen.

Het laatste is openbaar; of beyde blykenze op deze wyze.

't Bewys. Kon $f \pm g$ wezen ∞ a, een bepaalde:

laat f tot g wezen als b tot c, zo is $g \infty \frac{fc}{b}$:

en dan zou $f \pm \frac{fc}{b}$ wezen ∞ a, of $f \infty \frac{ab}{b \pm c}$: dat is onbepaalt kleen gelyk grootheit bepaalt, tegens de eerste Bepaling: zo

 kan

kan dan $f \pm g$ geen grootheit wezen bepaalt groot, veel min grootheit onbepaalt groot, daarom onbepaalt kleen, dat te bewyzen was.

III. VOORSTEL

Onbepaalt groot vergaart by onbepaalt groot, of daar van afgetrokken: de ſom, en ook de reſt is onbepaalt groot.

Het eerſte is openbaar, of beyde blykenze op deze manier.

't Bewys. Kon $m \pm n$ wezen $\infty\, a$, grootheit bepaalt: laat m tot n wezen als b tot c, zo is $n \infty \frac{cm}{b}$:

en dan zou $m \pm \frac{cm}{b}$ wezen $\infty\, a$, of $m \infty \frac{ab}{b \mp c}$: dat is onbepaalt groot gelyk grootheit bepaalt, tegens de tweede Bepaling: zo kan dan $m \pm n$ geen grootheit wezen bepaalt groot, veel min onbepaalt kleen, daarom onbepaalt groot, 't geen te bewyzen was.

IV. VOORSTEL.

Onbepaalt kleen vergaart by grootheit bepaalt, of daar van afgetrokken: de ſom, en ook de reſt is de zelfde grootheit bepaalt.

't Bewys. Kon $a + f$, of $a - f$ wezen gelyk b, een andere bepaalde als a, grooter of kleender, zo zou f, onbepaalt kleen, wezen gelyk $b - a$, of gelyk $a - b$: dat is onbepaalt kleen gelyk grootheit bepaalt, tegens de 1 bepaling, daarom enz.

V. VOORSTEL.

Grootheit bepaalt vergaart by onbepaalt groot, of daar van afgetrokken: de ſom, en ook de reſt is het zelfde onbepaalt groot.

't Bewys. Kon $m \pm a$ wezen $\infty\, n$, een andere onbepaalde groote. laat m tot n wezen als b tot c, zo is $n \infty \frac{cm}{b}$: zo zou dan $m \pm a$ wezen $\infty \frac{cm}{b}$, of $m \infty \frac{\pm ab}{c - b}$, dat is onbepaalt groot gelyk grootheit bepaalt, tegens &c. Zo dan, grootheit bepaalt, vergaart of afgetrokken van onbepaalt groot, kan niet voortbrengen een andere onbepaalde groote, grooter of kleender als de eerſte, daarom de zelfde, 't geen &c.

VI. VOOR-

VI. VOORSTEL.

Onbepaalt kleen gemultipliceert met grootheit bepaalt, of daar door gedivideert: komt onbepaalt kleen.

't Bewys. Kon fa, of $\frac{f}{a}$ wezen ꝏ b, bepaalt, zo zou f wezen ꝏ $\frac{b}{a}$ in de Multiplicatio, of f ꝏ ab in de Divisio, dat is onbepaalt kleen gelyk bepaalt, tegens &c. Kon fa, of $\frac{f}{a}$ wezen ꝏ m, onbepaalt groot, zo zou f wezen ꝏ $\frac{m}{a}$, of ꝏ am, dat alzo niet minder kan wezen als grootheit bepaalt: het komende kan dan niet wezen bepaalt, ook niet onbepaalt groot, zo is het dan onbepaalt kleen, 't geen enz.

VII. VOORSTEL.

Onbepaalt groot gemultipliceert met grootheit bepaalt, of daar door gedivideert: komt onbepaalt groot.

't Bewys. Kon ma, of $\frac{m}{a}$ wezen ꝏ b, zo zou m wezen ꝏ $\frac{b}{a}$, of ꝏ ab, dat is onbepaalt groot gelyk bepaalt, tegens de 2 Bep. veel min konnen deze ma en $\frac{m}{a}$ wezen ꝏ f, onbepaalt kleen, want dan zou m, onbepaalt groot, wezen ꝏ $\frac{f}{a}$, of ꝏ af, onbepaalt kleen na het 6 Voorstel: zo kan dan de uytkomst niet wezen bepaalt, ook niet onbepaalt kleen, zo is ze dan onbepaalt groot, 't geen enz.

VIII. VOORSTEL.

Onbepaalt kleen door onbepaalt kleen gedivideert, of onbepaalt groot door onbepaalt groot: het quotient is grootheit bepaalt.

't Bewys. af is onbepaalt kleen na 't 6 Voorstel, gedivideert door f, onbepaalt kleen, komt a bepaalt: zo ook, am is onbepaalt groot na 't 7 Voorstel, gedivideert door m, onbepaalt groot, komt a bepaalt,

Anders. Laten $f \,|\, g \,||\, b \,|\, c$; ook $m \,|\, n \,||\, b \,|\, c$ evenredig zyn (1 V.) zo is in beyde $\frac{g}{f}$ ꝏ $\frac{c}{b}$, en $\frac{n}{m}$ ꝏ $\frac{c}{b}$:

maar

maar $\frac{f}{f}$ is onbepaalt kleen door onbepaalt kleen ; en $\frac{m}{m}$ is onbepaalt groot door onbepaalt groot, en beyde zynze gelyk $\frac{c}{c}$ groot bepaalt, 't geen enz.

IX. VOORSTEL.

1. Grootheit bepaalt gedivideert door onbepaalt kleen, of door nul: komt onbepaalt groot. 2. en, door onbepaalt groot: komt onbepaalt kleen.

't Bewys. Op 't 1. Kon $\frac{a}{f}$ wezen gelyk b, grootheit bepaalt, zo zou ook f wezen $\infty \frac{a}{b}$, grootheit bepaalt, tegens de 1 Bepaling: veel min kan $\frac{a}{f}$ wezen onbepaalt kleen; daarom onbepaalt groot, en by gevolg mede $\frac{a}{0}$.

Op 't 2. $\frac{a}{f}$ is dan onbepaalt groot (1 lit) door dit gedivideert a, grootheit bepaalt, komt f onbepaalt kleen. Of b gedivideert door $\frac{a}{f}$, komt $\frac{fb}{a}$, (of f gemultipliceert met $\frac{b}{a}$) onbepaalt kleen volgens het 6 Voorstel.

X. VOORSTEL.

Onbepaalt kleen gemultipliceert met onbepaalt groot, of met een oneyndig groot getal: komt grootheit bepaalt.

't Bewys. f, onbepaalt kleen, gemultipliceert met $\frac{a}{f}$, onbepaalt groot (9 V.), komt a, grootheit bepaalt.

XI. VOORSTEL.

Een oneyndige menigte van grootheden onbepaalt kleen, gelyk of ongelyk in groote: haar som is grootheit bepaalt.

't Bewys. Zynze *gelyk* in groote, zo is 't een gevolg van 't 10 Voorstel, om dat de multiplicatie is een behendige additie. zynze ongelyk in groote, als f, g, b. enz.

laat f tot g wezen als a tot b: zo is $g \infty \frac{fb}{a}$

f tot b ——— als a tot c: zo is $b \infty \frac{fc}{a}$

zo is dan $f + g + b$ enz. $\infty f + \frac{fb}{a} + \frac{fc}{a}$ enz.

maar

maar $f+\frac{fb}{a}+\frac{fc}{a}$ enz. is het vermenigvuldigde van f, onbepaalt kleen, met $1+\frac{b}{a}+\frac{c}{a}$ enz. in 't oneyndig, een grootheit onbepaalt groot: dies is $f+\frac{f}{a}+\frac{fc}{a}$ enz. of $f+g+h$ enz. grootheit bepaalt na 't 10 Voorstel.

XII. VOORSTEL.

Indien van vier evenredige, twee relative zyn bepaalt groot, en een van de twee andere is onbepaalt kleen, of onbepaalt groot: zo is de vierde mede onbepaalt kleen, of onbepaalt groot.

Toepassing. Zo $a \,|\, b \,||\, f \,|\, p$, ook $a \,|\, b \,||\, m \,|\, q$ evenredig zyn; a en b bepaalt, f onbepaalt kleen, en m onbepaalt groot: zo is p mede onbepaalt kleen, en q onbepaalt groot.

't Bewys. p is $\propto \frac{bf}{a}$, of $\propto \frac{b}{a}$ met f, bepaalt met onbepaalt kleen, dies is $\frac{bf}{a}$ onbepaalt kleen na 't 6 Voorstel; daarom ook p. q is $\propto \frac{bm}{a}$, of $\propto \frac{b}{a}$ met m vermenigvuldigt, dat is, bepaalt met onbepaalt groot, dies is $\frac{bm}{a}$ onbepaalt groot na 't 7 Voorstel; daarom ook q.

XIII. VOORSTEL.

1. Onbepaalt kleen is *niets* in vergelyking van grootheit bepaalt. 2. En grootheit bepaalt is *niets* in vergelyking van onbepaalt groot.

't Bewys. Op 't 1. Kon $\frac{a}{m}$, onbepaalt kleen (9 V.) eenig overeenkoming hebben met b, grootheit bepaalt, zo laat het wezen als c tot d: dan zyn $\frac{a}{m} \,|\, b \,||\, c \,|\, d$ evenredig, of m, onbepaalt groot, is $\propto \frac{ad}{bc}$, grootheit bepaalt, tegens de 2 bepaling: zo kan dan onbepaalt kleen geen overeenkoming hebben met grootheit bepaalt: zo is de eerste dan *niets* in vergelyking van de tweede, 't geen enz.

Op 't 2. Kon b, grootheit bepaalt, eenige overeenkoming hebben met $\frac{a}{f}$, onbepaalt groot (9 V.) zo laat het zyn als c tot d: dan zyn $b \,|\, \frac{a}{f} \,||\, c \,|\, d$ evenredig, of f, onbepaalt kleen, is $\propto \frac{ac}{bd}$, grootheit bepaalt, tegens de eerste bepaling: zo kan dan

grootheit bepaalt geen overeenkoming hebben met onbepaalt groot: zo is het eerste dan *niets* in vergelyking van het tweede, 't geen enz.

Men kan de bewyzing ook doen door middel van het 12 Voorstel.

XIV. VOORSTEL.

1. Het gemultipliceerde van twee onbepaalde kleene is *niets* in vergelyking van onbepaalt kleen gemultipliceert met bepaalt groot; drie onbepaalde kleene gemultipliceert is *niets* ten opzigte van twee onbepaalde kleene gemultipliceert met een bepaalde; vier *niets* ten aanzien van drie en een bepaalde, en zo in 't oneyndig. 2. Ja alle die meer als eene onbepaalde kleene by zig hebben zyn *niets* in vergelyking van diegeene welke maar eene onbepaalde kleene by zig hebben.

't Bewys. Op 't 1. f, onbepaalt kleen, is niets in vergelyking van a, grootheit bepaalt (13 V.) beyde met g, onbepaalt kleen gemultipliceert, (waar door de producten de zelfde proportie behouden) komt fg *niets* in vergelyking van ga: beyde nog met h, mede onbepaalt kleen, komt fgh *niets* in vergelyking van hga (om dat ze de zelfde overeenkoming behouden) nog eens met k, mede onbepaalt kleen, komt $fghk$ niets in vergelyking van $khga$, en zo in 't oneyndig, 't geen enz.

Op 't 2. Van f^4, f^3a, $ffaa$, fa^3, is $ffaa$ niets in vergelyking van fa^3: want beyde door faa gedivideert, komt f niets in vergelyking van a: om de zelve reden is f^3a niets ten opzigte van $ffaa$, en f^4 niets ten opzigte van f^3a. De eerste is dan niets ten opzigte van de tweede, de tweede niets ten opzigte van de derde, en de derde niets ten opzigte van de vierde: daarom de 1, 2, en 3 *niets* ten opzigte van de vierde, 't geen enz.

LEERING. Hebbende een Æquatie

$$-3yyf-3yff-f^3-3xxg-3xgg-g^3+2xyf+xff+yyg+2yfg+ffg-2xyg-ygg-xxf-2xfg-fgg-2byf-bff+2bxg+bgg+bbf-bbg \infty 0$$

zo mag men ſtellen dat

$-3yyf-3xxg+2xyf+yyg-2xyg-xxf-2byf+2bxg+bbf-bbg \infty 0$ is.

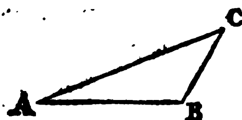
Aflatende alle de Termen waar in dat twee en meer onbepaalde kleene f en g gevonden werden.

XV. VOORSTEL.

Zo van een Driehoekig Vlak, of van een Naaldachtig Lichaam, of alle de lynen rechte wezende, of eenige ook krom, van welke geen hoek onbepaalt kleen is, de peeſen van de kromme zodanigen hoek niet makende met elkander, of met andere rechte zyden: zo dan de eene zyde is onbepaalt kleen; zo zyn alle de andere zyden mede zodanig; mitsgaders alle de lynen die binnen de figuur getogen zyn, en ook buyten, van een hoek tot zyn overſtaande zyde, of Vlak.

't Bewys. Dewyl de andere zyden van deze figuur, en alle lynen getogen als boven, met deze eene onbepaalde kleene zekere overeenkoming hebben als bepaalt tot bepaalt, zo volgt, na het 12 Voorſtel, dat ze alle onbepaalt kleen zyn als de eene zodanig is.

XVI. VOORSTEL.



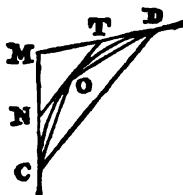
Indien van een rechtliniſche Driehoek ABC, de hoek ABC is bepaalt wyd, en de zyde BC bepaalt groot: zo dan AB is oneyndig lang, zo is AC mede zodanig, en de hoek A is onbepaalt kleen, of kleender als de kleenſte rechtſtrepige hoek: ja AC is evenwydig aan AB.

't Bewys. Dat AC dan onbepaalt lang is, blykt uyt het 5 Voorſtel, om dat zyn verſchil met AB is grootheit bepaalt kleender als BC. Dat de hoek A kleender is als de kleenſte rechtſtrepige, is hier uyt bekent, hoe kleen men deze ook

zoude mogen verbeelden, A overtreft hem altyt nog in kleente. Maar dat AC evenwydig zoude wezen aan AB, is vals; en echter moet het voor een waarheit aangenomen werden, om dat haar verschil met de waarheit minder is als de minste onwaarheit: 't word hier in ook nergens gebruykt als in gevallen daar in AB de grootste onbepaalde groote is, en hy is dan zodanig als AB is $\infty \frac{a}{o}$: om dat nul kleender als f is, daarom ook $\frac{a}{o}$ groter als $\frac{a}{f}$.

XVII. VOORSTEL.

Als een Kromme is onbepaalt kleen: zo is zyn Pees, en ook zyn Raaklyn zo groot als de Kromme.



't Bewys. Op 't 1. Laat COD een Kromme wezen, en CD zyn Pees: deze is korter als de Kromme. Stelt O in de Kromme te wezen tusschen C en D, in 't midden, of daar buyten, en haalt de Peesen CO OD: deze twee te zamen zyn langer als CD, en evenwel nog korter als de Kromme: daar is dan meerder gelykheit tusschen de Kromme CO en zyn Pees, als tusschen de Kromme CD en zyn Pees: hoe de Kromme dan kleender werd, hoe nader overeenkoming de Pees heeft met zyn Boog: daarom, de Kromme oneyndig kleen werdende, zo is de overeenkoming ook oneyndig nader, of word gelyk.

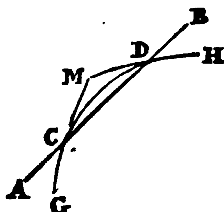
Op 't 2. Laat CM en DM raakende wezen in C en D, en NT in O. Dewyl NO + OT kleender is als NM + MT, zo zyn de Raaklyntiens CN + NO + OT + TD te zamen, korter als de Raaklynen CM + MD, en, alhoewel ze beyde langer zyn als de Kromme COD, zo is 'er, om deze reden, echter meerder gelykheit tusschen een Boog en zyn Raaklyn wanneer de Boog kleen is, als dan wanneer hy groot is: de Boog dan oneyndig kleen zynde, zo is de gelykheit ook oneyndig nader, of ze zyn gelyk.

XVIII. VOORSTEL.

Als in een Kromme twee punten genomen werden oneyndig digt aan elkander: zo is de verlengde Pees Raaklyn van beyde deze punten.

Dit

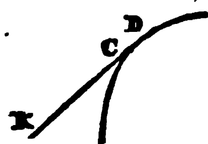
Dit schynt tegenzeggelyk te wezen. Om dat tusschen twee zodanige punten geen bepaalde grootheit is, hoe kleen ook genomen, daarom zo kan men deze twee punten aanmerken te wezen als een zelfde punt.



Zo in de Kromme GCDH genomen werden twee Punten C en D oneyndig digt aan een: zo is de verlengde Pees CD, als CA en DB, Raaklyn van beyde deze punten.

't Bewys. Kon CM de Kromme in C raken, en MD in D, zo zou CM + MD zo lang wezen als CD, om dat ze beyde, CM + MD en de Pees CD, zo lang zyn als de Kromme CD (17 V.) dat onmogelyk is: zo kan dan ook geen andere als de verlengde Pees Raaklyn wezen van de punten C en D: zo is de verlengde Pees Raaklyn, 't geen enz.

GEVOLGEN.



1. *Raakt een lyn* CK *de Kromme in* C, *en stelt men in de Kromme nog een punt* D, *oneyndig digt aan* C, *zo Raakt* CK, *of zyn verlengde ook de Kromme in* D.

2. *Ook mag men zeggen dat* D *is in de Raaklyn* CK, *of in zyn verlengde.*

3. *Stellende* D *te wezen in de Raaklyn* CK, *of in zyn verlengde: zo mag men ook zeggen dat* D *is in de Kromme.*

II DEEL

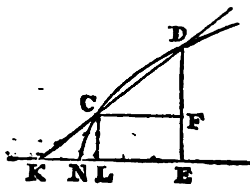
Van de
RAAKLYNEN,
Of de vinding van de Raaklynen op de Kromme lynen.

Door 't onbepaalt kleen.

Dit is van een groot gebruyk, gelyk in 't gevolg zal blyken. Andere hebben deze zaak alrede verhandelt: *Cartesius* vind hen toestellende een Æquatie waar in twee gelyke Wortelen zyn, brengende die tot de gestalte van de gegeve, of de gevonde Æquatie, en de gelyknamige Termen dan met elkander vergelykende, gelyk te zien is in zyn tweede Boek van zyn Geometria. *Kinkhuyzen*, en andere, multipliceren de gegeve, of de gevonde Æquatie met een Arithmetische progressie; uyt aanmerking van datter twee gelyke Wortelen in zyn, gelyk wy zulx mede gedaan hebben in ons 5 Voorstel van de aanhang op het 13 Boek. Nu zullen wy het begeerde vinden door middel van het onbepaalt kleen, en met eenen aanwyzen een Regel waar door men het begeerde aanstonts bekomt, en die toepassen in verscheide Voorbeelden.

De natuur van de Kromme kan afgebeelt werden: 1. Door een gegeve Æquatie: 2 door gegeve eygenschappen: 3 door aanwyzing van haare making.

1. *Als de natuur van de Kromme door een gegeve Æquatie vertoont werd*, zo zyn daar in gemeenlyk twee onbepaalde quantiteyten x en y, rechte lynen afbeeldende: x beginnende van een vast punt, lopende in een gegeve lyn; y beginnende daar x eyndigt, staande op de lyn x in een gegeve hoek, en eyndigende in de Kromme.



Om dan te beginnen, zo laat NCD een Kromme lyn wezen, waar van dat N de Top is, NE de Middellyn, en CL DE Applicaten: laat de rechte KCD de Kromme snyden in de punten C en D; en laat getrokken wezen, CF evenwydig aan NE: zo zyn

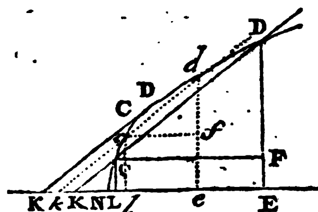
NL ∞ x

NL ꝏ x KL / LC // CF / FD evenredig
LC ꝏ y of z / y // f / g.
CF ꝏ f en daarom is f ꝏ $\frac{gz}{y}$.
DF ꝏ g
KL ꝏ z *werd de natuur van de Kromme afgebeelt door* y^3 ꝏ rrx.

Een gemeene Parabole van het tweede geslagt, wiens Rechtezyde is gelyk een gegeve lyn r, wiens Intercepta NL is ꝏ x; en welkers Applicata CL is ꝏ y.

De Æquatie y^3 ꝏ rrx, toegepast wezende aan de lynen NL LC, laat ons die ook toepassen aan de lynen NE ED. en laat ons daarom $x+f$ stellen voor x
en $y+g$ ——— voor y
dit doende zo heeft men voor de Æquatie y^3 ꝏ rrx
$y^3 + 3yyg + 3ygg + g^3$ ꝏ $rrx + rrf$
hier af y^3 ꝏ rrx onze geg. Æqua.

rest $3yyg + 3ygg + g^3$ ꝏ rrf ꝏ $\frac{rrgz}{y}$
g ——————————— y
of $3y^3 + 3yyg + ygg$ ꝏ rrz

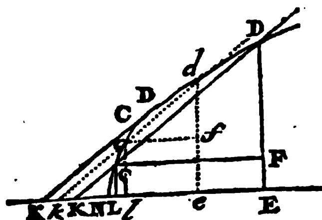


Indien f en ook g evenrediglyk verandert werden, zo volgt niet alleen dat een nieuwe lyn kcd evenwydig blyft aan de oude KCD, om dat de hoek cfd altyt zo wyd moet blyven als de hoek CFD, of als de hoek NED, die gegeven is, waar door men altyd de voornoemde proportie kl, z / lc, y // cf, f / fd, g behoud, maar ook dat de eene f ꝏ o. werdende, de andere g mede gelyk o word: zulx dat in zodanigen geval de punten C en D te zamen komen; waar door de Rechte KCD, die te voren de Kromme snee, hem nu zal Raken in de vereeniging van de punten C en D.

g dan ꝏ o nemende
zo behoud men $+ 3y^3$, of $3rrx$ ꝏ rrz, of $3x$ ꝏ z ꝏ KL.

Is de natuur van de Kromme zodanig dat altyt is y^3 ꝏ rxx.
zo is $+y^3 + 3yyg + 3ygg + g^3$ ꝏ $rxx + 2rxf + rff$
of $3yyg + 3ygg + g^3$ ꝏ $2rxf + rff$.

Nu



Nu zou men wederom dezelve weg konnen inslaan, de f weg reducerende door $f \infty \frac{gx}{y}$, en dan alles door g dividerende, en daar na $g \infty 0$ nemende: maar het zal veel gemakkelyker vallen dat men aan merkt de Boog CD te wezen onbepaalt kleen, dan zullen de punten C en D dog evenwel in elkander vallen volgens het 4 Voorstel, om dat de Boog NC is bepaalt groot, en daarom de Boog NCD gelyk de Boog NC, en dan is niet alleen KC Raaklyn na het 18 Voorstel, maar ook CF en DF, of f en g zyn beyde onbepaalt kleen na het 15 Voorstel.

Daarom, in de laatste Æquatie uytgedaan die Termen waar in f en ook g meer als enkelt zyn (Leering 14 V.) zo heeft men $3yyg \infty 2rxf \infty \frac{2rxgx}{y}$

$$g \text{———————} y$$

$$\text{of } 3y^3 \infty 3rxx \infty 2rxz \text{, of } z \infty \tfrac{3}{2}x \infty KL$$

Werd de natuur van de Kromme vertoont door

$$-y^3 - x^3 + xyy - xxy - ayy + axx + aay - aax - a^3 \infty 0$$

en stellende als voren $x+f$ in plaats van x, en $y+g$ in plaats van y,

$$\begin{array}{llllll}
\text{zo is } -y^3 & \infty & -y^3 & -3yyg & -3ygg & -g^3 \\
-x^3 & \infty & -x^3 & -3xxf & -3xff & -f^3 \\
+xyy & \infty & +xyy & +2xyg & +xgg & \\
 & & & +yyf & +2ygf & +ggf \\
-xxy & \infty & -xxy & -2xyf & -yyf & \\
 & & & -xxg & -2xgf & -gff \\
-ayy & \infty & -ayy & -2ayg & -agg & \\
+axx & \infty & +axx & +2axf & +aff & \\
+aay & \infty & +aay & +aag & & \\
-aax & \infty & -aax & -aaf & & \\
-a^3 & \infty & -a^3 & C & &
\end{array}$$

om voorgaande reden zo heeft men alleenlyk hier uyt te nemen de Colom C, en die te stellen $\infty 0$. Maar om dat het wat veel moeyten in heeft zodanigen Æquatie, als hier boven, te formeren, zo laat ons een Regel toestellen, waar door men de Colom C ten eersten vind, zonder alle de andere Termen.

Men

Men ziet dat de Colom C bestaat uyt een vergaring van alle de *tweede Termen* van de hoegrootheden die men bekomt, stellende $x+f$ in plaats van x, en $y+g$ in plaats van y, gelyk zynde aan elke Term van de gegeve Æquatie daar in x of y is, of waar in ze beyde te zamen zyn: waar uyt dan volgt. 1. Dat de Tekens *de zelfde* zullen moeten wezen van de gegeve Æquatie wanneer f en ook g beyde zyn een $+$, als in dit Voorbeelt (zynde $x+f$ en $y+g$) of alle de Tekens *omgekeert* wanneerze beyde zyn een $-$ ($x-f$ en $y-g$) dat met de $+$ een zelfde uytkomst geeft: maar de eene een $-$ wezende, zo zullen de Tekens contrary zyn aan de Tekens van de gegeve Æquatie. 2. Dat de getallen, voor de Termen van de Colom C staande, overeenkomen met de afmetingen die x en y hebben in de gegeve Æquatie, daar f in is met die van x, en daar g in is met die van y. Zo volgt dan deze.

REGEL.

Op de Reductie tot het onbepaalt kleen.

Vindende de hoegrootheden die men behouden moet, stellende, van een gegeve Æquatie, $x+$ of $-f$ in plaats van x, en $y+$ of $-g$ in plaats van y.

Vermenigvuldigt alle de Termen van de gegeve Æquatie, die x by zig hebben, met een getal overeenkomende met de Dimensien die x daar in heeft, aflatende een x, en in de plaats stellende een f; en die y by zig hebben, met een getal dat even is aan de Dimensien van y, een y aflatende en een g daar byvoegende: de Tekens behoudende zo f en g hebben gelyke Tekens, maar ongelyk zynde zo keert het Teken om wegens de geene die een — is.

Is 'er nog een derde onbepaalde z inde gegeve Æquatie, die ook met h veranderlyk is, gelyk de x met een f, en de y met een g, zo handelt ten opzigte van z als hier boven gezegt is van x of y, multipliceerende enz, een z aflatende en een h in de plaats voegende: zo dan f, g, h alle $+$ of $-$ zyn men behoud de Tekens, maar zo niet men keert de Tekens om wegens die geene de welke een $-$ is.

Toepassing. *Gegeven zynde om op 't onbepaalt kleen te reduceeren.*

	$+xyy$	$-yzz$	$+zxx$	∞	$-axy$	$+bxz$	$+c^3$	
$+f$,	1	0	2		1	1	0	, wegens de x,
$-g$,	2	1	0		1	0	0	, wegens de y,
$+h$,	0	2	1		0	1	0	, wegens de z,

verm. kt. $\left.\begin{matrix} +yyf \qquad +2zxf \\ -2xyg+zzg \\ \qquad -2yzh+xxh \end{matrix}\right\} \infty \left\{\begin{matrix} -ayf+bzf \\ +axg \\ \qquad +bxh \end{matrix}\right.$

nemende de laatste Æquatie,

	$-y^3$	$-x^3$	$+xyy$	$-xxy$	$-ayy$	$+axx$	$+aay$	$-aax$	$-a^3$	$\infty\ 0$
$+f$,	0	3	1	2	0	2	0	1	0	
$+g$,	3	0	2	1	2	0	1	0	0	

komt $\left.\begin{matrix} -3xxf+yyf-2xyf \qquad +2axf \qquad -aaf \\ -3yyg \qquad +2xyg-xxg-2ayg \qquad +aag \end{matrix}\right\} \infty\ 0$

overeenkomende met de Colom C hier voren gevonden.

Alle deze Termen zyn gemultipliceert met onbepaalt kleen, en daarom is yder Term onbepaalt kleen (6 V.) en daarom ook de som van haar alle (2 V.) en om deze reden hebben wy in het begin gezegt een Reductie tot het onbepaalt kleen: men brengt echter wederom yder Term tot grootheit bepaalt, eerst wegnemende een van de twee f of g door de Æquatie $fy \infty gz$, en alles deelende door de andere: dit gedaan hebbende, zo heeft men een *gereduceerde* Æquatie, voortgekomen uyt een andere waar in yder onbepaalde, x en y, hadde twee gelyke Wortelen: de reden hier van is, om dat het verschil tusschen twee en twee Wortelen van de gegeve Æquatie, genomen is, wegens de x gelyk f, en wegens de y gelyk g, en men heeft met deze verschillen gehandelt als met grootheden onbepaalt kleen, verwerpende het geene waar in f of g, of zy beyde, meer als enkelt waren, als *niets* zynde in vergelyking van het geene daar in ze maar enkelt zyn, dat men niet doen mag van grootheden niet onbepaalt kleen wezende: *nu zo is 't zeker dat twee grootheden, welkers verschil is onbepaalt kleen, gelyk zyn* (4 V.) Men heeft de waarheit hier van ook gezien op een andere wyze, in het begin van dit Deel; want wy hebben getoont, als men de eene f of g eerst weg neemt, en dan alles door de andere deelt, en dan

deze

deze andere gelyk nul neemt (waar door de ongelyke Wortelen zekerlyk gelyk werden) dat men dan even zodanigen uytkomst vind als men zal bekomen *f* en *g* voor onbepaalt kleen aanmerkende. Dog dit als in 't voorbygaan: nu weer ter zake. Wy hebben dan

$$-3yyg-3xxf+2xyg+yyf-2xyf-xxg-2ayg+2axf+aag-aaf \infty o$$

$$\text{of} -3yyg+2xyg-xxg-2ayg+aag \infty +3xxf-yyf+2xyf-2axf+aaf$$

$$\text{of} -3yyg+2xyg-xxg-2ayg+aag \infty +3xx-yy+2xy-2ax+aa,\frac{gz}{y}$$

(met *y* gemultipliceert, en door *g* gedivideert)

$$\text{of} -3y^3+2xyy-xxy-2ayy+aay \infty 3xx-yy+2xy-2ax+aa,z$$

$$\text{of} \frac{-3y^3+2xyy-xxy-2ayy+aay}{+3xx-yy+2xy-2ax+aa} \infty z \infty KL.$$

Indien men deze bewerking van naby beziet, zo zal men daar uyt een zeer korte Regel konnen trekken, die van andere alrede is uytgevonden.

I REGEL.

Om de Onderrakende (Subtangens) KL *te vinden*

De gegeve Æquatie ∞ o stellende,

Zo maakt een *Breuk* die gelyk aan *z*, of KL is,

Welkers TELLER *bestaat uyt alle de Termen van de gegeve Æquatie die y by zig hebben, elke Term gemultipliceert met een getal overeenkomende met de Dimensien die y daar in heeft: de Tekens behoudende, of alle omkerende.*

Welkers NOEMER *bestaat uyt alle de Termen van de gegeve Æquatie die x by zig hebben, yder Term gemultipliceert met een getal overeenkomende met de Dimensien die x daar in heeft: een x aflatende, en de Tekens behoudende, of alle omkerende.*

Nota. Dat wy zeggen de Tekens behoudende, geschiet daarom op dat men keur zoude hebben: Een Breuk blyft even groot, of men de Tekens van de Teller omkeert of niet, of die van de Noemer; alleenlyk verandertze daar door van een + in een —, of van een — in een +, waar aan ons, in deze gelegentheit, niet gelegen is.

Toepassing. *Gegeven zynde de laatste Æquatie.*

$-y^3 - x^3 + xyy - xxy - ayy + axx + aay - aax - a^3 \infty 0$

de Termen die y by zig hebben

zyn $- y^3 + xyy - xxy - ayy + aay$

met 3 2 1 2 1 gemultipliceert

komt $-3y^3 + 2xyy - xxy - 2ayy + aay$, voor de *Teller*.

de Termen die x by zig hebben, de Tekens omkerende,

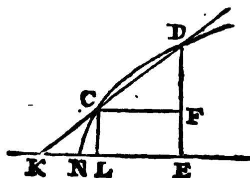
zyn $+ x^3 - xyy + xxy - axx + aax$

met 3 1 2 2 1 gem. en een x afgelaten

komt $+3xx - yy + 2xy - 2ax + aa$, voor de *Noemer*.

zulx dat $\frac{-3y^3 + 2xyy - xxy - 2ayy + aay}{+3xx - yy + 2xy - 2ax + aa}$ is ∞ z ∞ KL, als voren.

De reden hier van is. 1. Om dat alle de Termen daar g by stond, uyt maakte de Teller, en daar f by was, de Noemer. 2. Dat die waar g by is, voor zig heeft een getal overeenkomende met de Dimensien die y heeft in de Termen van de gegeve Æquatie, en daar f by is, een getal dat gelyk is aan de Afmetinge die x daar in heeft. 3. Dat door de reductie, of door de multiplicatie met y, en door deeling met g, alle de Termen daar g in is, of die de Teller uytmaken, wederom komen in die gedaante alze gegeven zyn, om dat de g een y hadde weg genomen, die 'er door deze bewerking wederom by komt: maar die met f gemultipliceert zyn, of die de Noemer uytleveren, verliezen een x, om dat voor f, die een x hadde weg gestoten, een z komt te staan, welke in de stelling van de Breuk uytgelaten werd.



Indien men stelt KN ∞ z, en niet KL; of zo men de lengte van KN begeerde Afgebeelt te hebben, zo heeft men maar van de gevonde Breuk NL ∞ x af te trekken, en men heeft $\frac{-3y^3 + 2xyy - xxy - 2ayy + aay}{+3xx - yy + 2xy - 2ax + aa} - x \infty z \infty$ KN. of, multiplicerende de Noemer met $-x$, en de uytkomst voegende by de Teller, behoudende de zelve Noemer,

men heeft $-3y^3 + 2xyy - xxy - 2ayy + aay$ ——— de Teller

en $-3x^3 + xyy - 2xxy \quad + 2axx - aax$, de N. met $-x$

dat is $\frac{-3y^3 - 3x^3 + 3xyy - 3xxy - 2ayy + aay + 2axx - aax}{\text{door} + 3xx - yy + 2xy - 2ax + aa} \infty z \infty$ KN

Dewyl

Dewyl door deze bewerking de Tekens van de Noemer zig wederom omkeren, en daarom zodanig werden als ze gegeven zyn, en de x, die yder Term van de Noemer verloren hadde, daar wederom by komt, zo blykt dat de Teller van deze laatste Breuk wederom de gedaante verkrygt van de gegeve Æquatie in Tekens en in Afmetingen van x en y (om dat in de Teller van de eerste Breuk geen omsetting van Tekens, nog afneming van quantiteyten geschiet is) dog yder Term van hen is vermenigvuldigt met een getal overeenkomende met de Dimensien die x, of die y, of die zy beyde te zamen, in yder Term van de gegeve Æquatie, hebben. Door de voorgaande Regel vertonen de getallen van de Teller de afmetinge van de y, en de getallen van de Noemer de Afmetinge van de x, en daarom, door haare vergaring, vertonenze nu die van de x en van de y te zamen welke in een Term gevonden werden.

Nu zo is 't kenlyk, indien men van de gegeve Æquatie, gemultipliceert met het getal van zyne Dimensien, dat is hier met 3,

dat is van $-3y^3 - 3x^3 + 3xyy - 3xxy - 3ayy + 3axx + 3aay - 3aax - 3a^3 \infty 0$

aft: de Tell. $-3y^3 - 3x^3 + 3xyy - 3xxy - 2ayy + 2axx + 1aay - 1aax$

en de rest neemt voor *Teller* $\quad - ayy + axx + 2aay - 2aax - 3a^3$

en daar onder voegt de voorn. *Noem.* $\quad + 3xx - yy + 2xy - 2ax + aa$

Dat deze Breuk wederom is $\infty z \infty$ KN: maar ze zal een $-$ wezen als de voorgaande een $+$ is, of een $+$ als de voorgaande een $-$ is, om dat ze van nul is afgetrokken.

Om dat alle de Termen, waar in geen andere quantiteyten zyn als de x en de y, nootzakelyk moeten verdwynen, om dat ze in alles gelyk zyn, in Tekens, in getallen, en in hoegrootheden; en om dat de andere Termen, waar in bekende zyn, alleenlyk blyven, aangedaan met de Tekens van de gegeve Æquatie, voor hen hebbende een getal dat zo veel *eenen* begrypt als de x, of de y, of deze beyde, in hen minder zyn als haare afmetinge is, of zo veel *eenen* als de bekende quantiteyt in zodanigen Term Dimensien heeft, zo volgt daar uyt een *tweede* Regel, welke de H^r^. *Thernhaus* ons voorstelt als zyne inventie, gelyk te zien is in de *Acta Eruditorum* van Lypzig, of in zyne *Medecina Mentis*.

II REGEL.

Om de lengte van KN *te vinden, het stuk van de Onderrakende begrepen tusschen de Top, of het begin van x, en de Raaklyn.*

De gegeve Æquatie $\propto$ o stellende

Zo maakt een *Breuk* die gelyk aan z, of KN is,

Welkers TELLER *bestaat uyt alle de Termen van de gegeve Æquatie die de bekende by zig hebben, elke Term gemultipliceert met een getal overeenkomende met de Dimensien die het bekende daar in heeft: de Tekens latende zo als ze zyn, of alle omkerende.*

Welkers NOEMER *bestaat uyt alle de Termen van de gegeve Æquatie die x by zig hebben, yder Term gemultipliceert met een getal overeenkomende met de Dimensien die x daar in heeft, een x aflatende, en de Tekens behoudende, of alle omkerende.*

Toepassing. *Gegeve zynde de laatste Æquatie.*

$-y^3 - x^3 + xyy - xxy - ayy + axx + aay - aax - a^3 \propto 0$

De Termen die de bekende by zig hebben

zyn $- ayy + axx + aay - aax - a^3$

met $\quad 1 \quad 1 \quad 2 \quad 2 \quad 3$ gemultipliceert

komt $- ayy + axx + 2aay - 2aax - 3a^3$, voor de *Teller*

De Termen die x by zig hebben, de Tekens omkerende,

zyn $+ x^3 - xyy + xxy - axx + aax$

met $\quad 3 \quad 1 \quad 2 \quad 2 \quad 1$ gem. en een x afgelaten,

komt $+ 3xx - yy + 2xy - 2ax + aa$, voor de *Noemer*.

zulx dat $\dfrac{-ayy + axx + 2aay - 2aax - 3a^3}{+3xx - yy + 2xy - 2ax + aa} \propto z \propto$ KN.

overeenkomende met het voorgaande.

Door deze Regelen kan men aanstonts, zonder eenige uytrekening voor af te doen, zelfs die niet welke wy zo even gedaan hebben, de Breuk opmaken die $\propto$ aan z is, alleenlyk halende een streep; daar boven stellende de Termen die de Teller zullen moeten uytmaken, yder Term gemultipliceert met &c, en daar onder stellende de Termen daar x in is, yder Term &c, gelyk de Regel te kennen geeft.

Is

Is de natuur van de kromme zodanig dat $-y^3 + axx - aax + xyy - axy$ is ∞ o, zo vind men op deze wyze aanstonts, na de I Regel, z of KL $\infty \frac{-3y^3 + 2xyy - xxy}{+2ax - aa + yy - 2xy}$, en, na de II Regel, z of KN $\infty \frac{+axx - 2aax}{+2ax - aa + yy - 2xy}$.

Aanmerkinge op deze tweede Regel.

Deze Regel vooronderstelt dat de Æquatie zodanig gereduceert is, dat de Term, of de Termen waar in de meeste onbekende quantiteyten zyn, geen bekende by zig hebben; en ook dat ze niet door een bekende gedeelt is; van gelyken mede datter geen Breuk in is.

Heeft de Term, of de Termen, die de meeste onbekende bevatten, bekende by zig, zo kan men de Æquatie door die bekende deelen: maar dan vervalt men in Breuken, waar mede het moeylyk te werken is: men kan ze dan zo laten, en aanmerken in yder Term *een* bekende minder te wezen zo ze *een* by zig heeft; *twee* zo ze *twee* heeft, enz.

Is 'er een Breuk in die men wil behouden, zo moet men hen voor zo veel bekende aanmerken als 'er bekende in de Teller zyn min die welke in de Noemer zyn: daarom, zyn 'er in de Teller geen meer als in de Noemer, zo moet men het voor geen bekende nemen.

Toepassing. Hebbende $-ay^3 + bx^3 - axyy + aaxy + a^3y \infty$ o, zo moet men aanmerken dat $-ay^3 + bx^3 - axyy$ geen bekende by zig hebben, en dat $+aaxy$ maar een, en $+a^3y$ maar twee bekende by zig heeft: hier door vind men, na deze tweede Regel.

dat KN is $\infty \frac{+aaxy + 2a^3y}{+3bxx - ayy + aay}$

hebbende $-ayy + bxx + aay \infty$ o, zo vind men KN $\infty \frac{\pm aay}{+2bx}$.

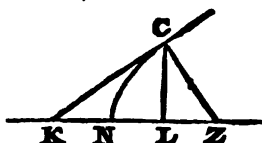
Reduceert men deze op $-yy + \frac{b}{a}xx + ay \infty$ o, zo moet men $\frac{b}{a}$ voor geen bekende aanmerken.

dan vind men KN $\infty \frac{\pm ay}{+\frac{2bx}{a}}$, of $\infty \frac{\pm aay}{+2bx}$, als voren.

Reduceert men hen op $-\frac{a}{b}yy + xx + \frac{aa}{b}y \infty$ o, zo moet men $\frac{a}{b}$ voor geen, en $\frac{aa}{b}$ voor een bekende nemen.

dan vind men KN $\infty \frac{+\frac{aa}{b}y}{2x}$, of $\infty \frac{\pm aay}{+2bx}$, mede als voren.

Wy



Wy zullen hier nog een Regeltie byvoegen; om de lengte van LZ ten eersten te vinden, wanneer NL de As is, of dat CL rechthoekig op NL staat, aanmerkende ZC rechthoekig te staan op de kromme NC, af op de rakende KC. Deze LZ werd gemakkelyk gevonden, deelende het Vierkant van CL, of yy, door de lengte van KL: maar om dat men dan eerst KL moet zoeken, en men somtyts niets anders van doen heeft als deze LZ; en om dat men deze zo vaardig kan vinden uyt de gegeve Æquatie als KL, zo meenen wy geen ondienst te zullen doen met deze hier by te voegen.

III. REGEL.

Om de lengte van LZ (Onderlootlyn) *te vinden, zynde het stuk van de As begrepen tusschen de Toegepaste* CL *en* ZC, *die de Kromme in* C *rechthoekig stoot.*

De Æquatie ∞ o gereduceert hebbende,

Zo maakt een *Breuk* die gelyk aan LZ is.

Wiens TELLER *bestaat uyt alle de Termen die x by zig hebben, yder Term gemultipliceert met een getal overeenkomende met de Dimensien die x daar in heeft: aflatende een x, en byvoegende een y; de Tekens behoudende, of omkerende.*

Wiens NOEMER *bestaat uyt alle de Termen die y by zig hebben, elke Term gemultipliceert met een getal overeenkomende met de Dimensien die y daar in heeft: een y aflatende; de Tekens behoudende, of omkerende.*

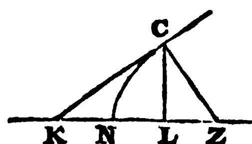
Toepassing. Gegeven zynde $-y^3-x^3+xyy-xxy-ayy+axx+aay-aax-a^3 \infty o$, onze voorgaande Æquatie, zo vind men na deze Regel, een streep halende, en daar boven en ook daar onder stellende gelyk de Regel aanwyst,

$$LZ \infty \frac{\pm 3xxy - y^3 + 2xyy - 2axy + aay}{-3yy + 2xy - xx - 2ay + aa}.$$

Is gegeven $y^3 - byy - cdy + bcd + dxy \infty o$, de Æquatie die *des Cartes* vind op de kromme beschreven door de snyding van een Parabole en een rechte lyn, zo vind men, de y aanmerkende

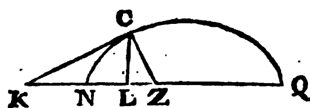
merkende als een x, en de x als een y; na deze Regel LZ, of by hem MP $\propto \frac{-3yyx+2byx+cdx-dxx}{dy}$, of $\propto -\frac{3yx}{d}+\frac{2bx}{d}+\frac{cx}{y}-\frac{xx}{y}$, of $\propto -\frac{2yx}{d}+\frac{bx}{d}+\frac{bcx}{yy}$, zoekende $-\frac{xx}{y}$ door de gegeve Æquatie $-dxy \propto +y^3-byy-cdy+bcd$, hen vermenigvuldigende met x, en deelende door dyy, waar door men heeft $-\frac{xx}{y} \propto +\frac{yx}{d}-\frac{bx}{d}-\frac{cx}{y}+\frac{bcx}{yy}$: dit leste dan in plaats van $-\frac{xx}{y}$ stellende, men vind $-\frac{2yx}{d}+\frac{bx}{d}+\frac{bcx}{yy}$, de bovenstaande quantiteyt. En is't dat men de x weg reduceert, zo vind men MP $\propto \frac{2y^3}{dd}-\frac{3byy}{dd}+\frac{bby}{dd}-\frac{2cy}{d}+\frac{2bc}{d}+\frac{bcc}{yy}-\frac{bbcc}{y^3}$, de zelfde hoegrootheit die Cartesius heeft pagina 359.

Algemeene Toepassing.

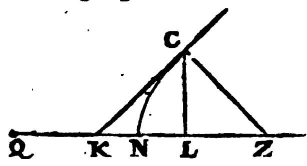


In een gemeene Parabole, daar in $yy \propto rx$ is, vind men na de I Regel KL $\propto 2x$, en na de II Regel NK $\propto x$: daar in $y^3 \propto rrx$ is, na de I Regel KL $\propto 3x$, en na de II Regel KN $\propto 2x$: daar in $y^4 \propto r^3x$ is, na de I Regel KL $\propto 4x$, en na de II Regel KN $\propto 3x$: daar in $y^3 \propto rxx$ is, is na de I Regel KL $\propto \frac{3}{2}x$, en na de II Regel KN $\propto \frac{1}{2}x$. gelyk hier voren daar voor gevonden is.

Is NL de As, of is NLC recht, zo vind men na de III Regel LZ $\propto \frac{1}{2}r$ op $yy \propto rx$: $\propto \frac{rr}{3y}$ op $y^3 \propto rrx$: $\propto \frac{r^3}{4yy}$ op $y^4 \propto r^3x$: en $\frac{2rx}{3y}$ op $y^3 \propto rxx$.



NQ $\propto q$, Rz. $\propto r$

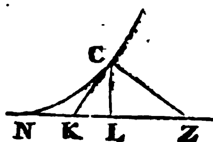


Is de nevenstaande Kromme een gemeene *Ellipsis*, zo zyn $r \,/\, q \,//\, yy \,/\, qx-xx$ evenredig, of qyy is $\propto rqx-rxx$. Dan vind men na de I Regel KL $\propto \frac{2qyy}{rq-2rx}$, of $\propto \frac{2qx-2xx}{q-2x}$, en na de II Regel KN $\propto \frac{qx}{q-2x}$: en is NL de As, zo vind men na de III Regel LZ $\propto \frac{\frac{1}{2}rq-rx}{q}$.

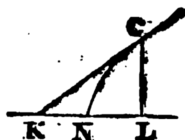
Zo veel vind men mede indien de Kromme is een *Rond.*

In zodanigen *Hyperbole* is KL $\infty \frac{2qx+2xx}{q+2x}$, KN $\infty \frac{qx}{q+2x}$, en, als NL de As is, LZ $\infty \frac{\frac{1}{2}rq+rx}{q}$.

Indien beyde deze Kromme zyn van het tweede geslagt, en zodanig dat $rr \,|\, q \,||\, y^3 \,|\, qx \mp xx$ evenredig zyn, waar door men heeft $qy^3 \infty rrqx \mp rrxx$, zo vind men KL $\infty \frac{3qx \mp 3xx}{q \mp 2x}$, KN $\infty \frac{2qx \mp xx}{q \mp 2x}$, en LZ $\infty \frac{q \mp 2x, rr}{3qy}$ als NLC Recht is. — in de Ellipsis en + in de Hyperbole.



Heeft men $ry \infty xx$, een gemeene Parabole, zo vind men KL $\infty \frac{1}{2}x$, en KN mede $\infty \frac{1}{2}x$: maar LZ $\infty \frac{2xy}{r}$ als NLC Recht is. Is $rry \infty x^3$, zo is KL $\infty \frac{1}{3}x$, KN $\infty \frac{2}{3}x$, en LZ $\infty \frac{3xxy}{rr}$ wanneer NLC Recht is.



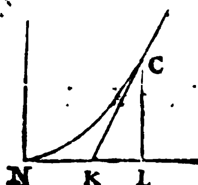
Is gegeven $y^t \infty r^{t-s} x^s$, dat een Æquatie is passende op alle soorten en geslagten van Parabolen, waar van dat y de Applicata is, en x in de Middellyn loopt, beginnende van de Top.

zo is KL $\infty \frac{ty^t}{sr^{t-s}x^{s-1}}$, of $\infty \frac{tr^{t-s}x^s}{sr^{t-s}x^{s-1}}$ stellende $r^{t-s}x^s$ in plaats van y^t, of $\frac{tx^s}{sx^{s-1}}$, de Teller en Noemer deelende door r^{t-s}, of KL $\infty \frac{tx}{s}$, de zelve nog deelende door x^{s-1}. En KN is $\infty \frac{t-s,\, r^{t-s}x^s}{sr^{t-s}x^{s-1}}$, of $\infty \frac{t-s,\, x^s}{sx^{s-1}}$, of KN $\infty \frac{t-s,\, x}{s}$.

Maar had men de Æquatie op deze ($y^{t+s} \infty r^t x^s$) wyze voorgedragen, zo zou men vinden KL $\infty \frac{t+s,\, x}{s}$, en KN $\infty \frac{tx}{s}$.

Dies is KL *tot* KN *als* $t+s$ *tot* t, *of als de Dimensien van de Applicata tot de Dimensien van de Rechtezyde: of* KN *tot* NL *als* t *tot* s, *of als de Dimensien van de Rechtezyde tot de Dimensien van de Intercepta.*

Is dan $r^3x^5 \infty y^8$, zo is KL 8 tegens KN 3, of KN 3 tegens NL 5.

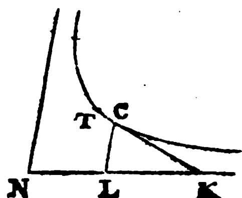


Is gegeven $r^t y^s \infty x^{t+s}$, dat mede een Æquatie is op alle soorten en geslagten van Parabolen, maar daar in de y een gelykwydige is aan de middellyn, en de x een evenwydige aan de Applicata, gaande door

door de Top, en daar van ook zyn begin nemende.

zo is KL $\infty \frac{sx}{t+s}$, en KN $\infty \frac{tx}{t+s}$.

Dies is KN *tot* KL *als t tot s, dat is, als de Dimensien van de Rechtezyde tot de Dimensien van de Applicata.*



Is gegeven $x^t y^s \infty r^{s+t}$, dat een Æquatie is op alle Hyperbolen, daar van dat y evenwydig is aan de eene Asymptotus, en daar van dat x loopt in de andere, zyn begin nemende in haare snyding, of in het middelpunt

zo is KL $\infty \frac{s x^t y^s}{t x^{t-1} y^s}$, of KL $\infty \frac{sx}{t}$,

en KN $\infty \frac{t+s,\, r^{s+t} \infty t+s,\, x^t y^s}{t x^{t-1} y^s}$,

of KN $\infty \frac{t+s,\, x}{t}$.

Dat is KL *tot* LN *als s tot t, dat is, als de Dimensien van r tot die van x.*

Hebbende zekere Kromme die ons uytlevert,

$-y^s - x^t + x^{t-s} y^s - a^{t-r} y^r + a^{t-s} x^s - a^t \infty 0$, zo vind men

KL $\infty \frac{-t y^s + s x^t - s y^s - r a^t - r y^r}{+t x^{t-1} - \overline{t-s},\, x^{t-s-1} y^s - s a^{t-s} x^{s-1}}$,

en KN $\infty \frac{-\overline{t-r},\, a^t - r y^r + \overline{t-s},\, a^t - s x^s - t a^t}{-t x^{t-1} + \overline{t-s},\, x^{t-s-1} y^s + s a^{t-s} x^{s-1}}$.

Algemeene Werkstukken.

Is gegeven de Kromme, de lyn daar in x loopt, en de hoek die x en y bepalen.

1. *Zo dan een Punt in de Kromme gegeven is: zo kan men uyt dit Punt een lyn trekken die de Kromme daar in raakt.*

Om dat als dan bekent is CL en NL, of y en x, en daarom ook z, of de lengte van L tot aan K, of van N tot aan K.

2. *Maar zo een Punt* K, *buyten de trek van de Kromme, in de lyn x, of in zyn verlengde, gegeven is: zo kan men uyt* K *een rechte* KC *trekken, die deze Kromme in* C *raakt.*

Om dat z als dan een bekende quantiteyt is, waar door men x kan vinden (de y eerst weggereduceert hebbende door middel van de gegeve Æquatie, zo z'er in is) wiens lengte men dan heeft te nemen van N af tot aan L toe, en te

trekken LC, in de gegeve hoek van x en y, stotende de Kromme in C, en dan te halen KC.

Of, de x weg gereduceert hebbende, en dan een evenwydige aan de lyn x trekkende, in de distantie van de lengte van y, met de lyn x de gegeve hoek van x en y bepalende: die zal de Kromme ontmoeten in C; dan getogen KC, die raakt hem in C.

3. *Wil men uyt een gegeve Punt van de Kromme, een rechte halen, die rechthoekig op deze Kromme staat.*

Zo zoekt de Raaklyn op de bovenstaande manier, en trekt door het Raakpunt een rechthoekige op de rakende: die staat rechthoekig op de Kromme.

Toepassing. Indien gegeven is de Kromme CC; de lyn NLK daar in x loopt, en de hoek NLC, begrepen van NL ∞ x en LC ∞ y: en dat de natuur van de Kromme bepaalt werd door $+yy-2xy+2ny+nn \infty 0$ waar door men volgens de tweede Regel vind NK, of $z \infty n+\frac{nn}{y}$.

Is dan C *in de Kromme gegeven,*

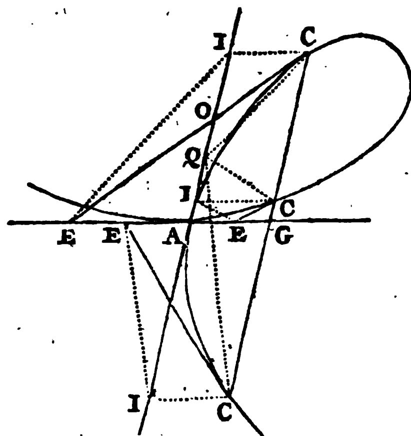
Zo haalt CL in de gegeve hoek van x en y: dan neemt in NL, van N na L toe, NO ∞ n; en OK, mede na L toe, ∞ $\frac{nn}{y}$, en trekt KC: die raakt de Kromme in C.

Is gegeven het Punt K *in de lyn* x, *of in* NL.

Dewyl wy hebben $z \infty n+\frac{nn}{y}$, geen x daar in zynde, of $y \infty \frac{nn}{z-n}$, zo heeft men maar KI te trekken op KN, in de gegeve hoek van x en y, en die zo lang te nemen als de derde evenredige tot OK en ON, en dan te halen IC evenwydig aan NK, om het punt C te hebben. Maar had men y weg gereduceert, door middel van de gegeve Æquatie, men zoude $x \infty \frac{zz}{2z-2n}$ gevonden hebben, en daarom het punt C, ma-

C, makende dat 2 OK : KN : NL gedurig evenredig zyn, en halende LC op NK inde gegevene hoek van x en y.

Is gegeven de Kromme van *Cartesius*, die hy voorstelt in zyn 44^e^. Brief van het derde Deel zyner Brieven pagina 146, waar in AG $\infty\, x$ en GC $\infty\, y$ zynde, altyt $y^3 + x^3 \infty\, nxy$ is: en wil men uyt een gegeve punt van deze Kromme, als uyt C, een rakende CE trekken, zo haalt CG in de hoek van x en y, en daar aan evenwydig AI, en neemt daar in AO $\infty\, \frac{1}{3}n$: dan haalt OG, en ook GQ zodanig dat de hoek AGQ zo wyd is als de hoek AOG: dan trekt QC, en CI evenwydig aan GA, en haalt IE evenwydig aan QC, en trekt EC: die raakt de Kromme in C. De



reden is, om dat men na de II. Regel vind

$$AE \infty \frac{xy}{y - \frac{xx}{\frac{1}{3}n}}, \text{ of } \infty \frac{xy}{\frac{xx}{\frac{1}{3}n} - y}.$$

om dat AQ is $\infty \frac{xx}{\frac{1}{3}n}$, en daarom QI ∞ de Noemer: en om dat QI is tot CI, of tot AG, als AI, of GC is tot AE.

Maar was E gegeven, en men wilde dan het Raakpunt C in de Kromme zoeken, zo zoude men de y dienen weg te nemen door de gegeve Æquatie, en men zoude vinden $27z^3x^3 - n^3x^3 \infty -3n^3zzx + 2n^3z^3$, en daar door het punt G, en by gevolg het punt C: zoekende de lengte van x door middel van een Parabole.

II. *Als de natuur van de Kromme door een eygenschap bepaalt werd*, zo zoekt op hen een vergelyking, en doet dan als voren. By Voorbeelt

Is de Kromme NC een *Cissoide*, beschreven door het halfrond NMQ.

Dewyl uyt de natuur van de Cissoide het □ van NL altyd gelyk is aan de ▭ MLC, CM rechthoekig door NQ gaande: daarom

is $xx \infty y\sqrt{.2qx - xx}$

of $x^4 \infty 2qxyy - xxyy$

of $x^3 \infty 2qyy - xyy$

of $- x^3 + 2qyy - xyy \infty 0.$

NQ ∞ $2q$. NL ∞ x. LC ∞ y

hier door vind men NK $\infty \frac{2qyy}{3xx + yy}$, of $\infty \frac{qx}{3q - x}$; en KL $\infty \frac{2q - x,\, x}{3q - x}$

Hebbende dan QP zo lang genomen als de helft van NQ, zo wyst de eerste Breuk aan dat men het punt K vind (C gegeven zynde, en CL getogen wezende) makende dat PL/ LN// PQ/ NK evenredig zyn; en de tweede Breuk dat LP/ LN// LQ/ LK gelykredig zyn: of, halende MK rechthoekig op PM.

Maar is de Kromme gegeven, en het punt K, zo vind men LN, en by gevolg het punt C, en daarom ook de rakende KC, makende dat QP + NK/ NK// NP/ NL evenredig zyn.

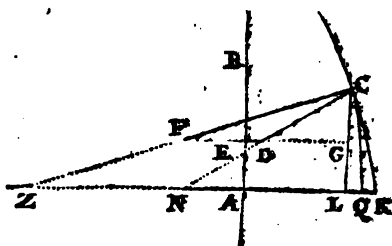
Dog ingeval de Kromme deze Eygenschap had, dat altyd QL was tot LN, als het vierkant van NO tot het vierkant van LC (O het middelpunt van het halfrond wezende) zo zou men K vinden, de Kromme en C daar in gegeven zynde, trekkende OM, en aan deze evenwydig NI, zo lang als NL, en halende IK rechthoekig op NQ.

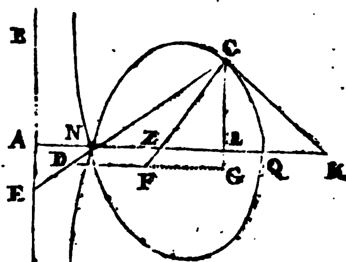
Men kan de *Cissoide* gemakkelyk door punten beschryven, op deze wyze. Laat NRQMN een kring wezen, wiens middellyn is NQ: en R een punt in de zelve, in het midden tusschen N en Q. Neemt twee punten S en T in de kring, even ver van R af, en haalt lynen uyt N tot T en door S, en trekt door S en T lynen, die verlengt zynde, de middellyn rechthoekig snyden, als S c, ontmoetende NT in

in c, en TC, stotende de rechte door S in C: dan zyn c en C twee punten van de Cissoide. Andere punten S en T, even ver van R, in de kring nemende, en doende als voren, men heeft twee andere punten van deze Kromme.

't Bewys. Verlengt CT neerwaarts, ontmoetende de Middellyn in L, en de kring in M, en haalt MN. Om dat CM de Middelyn in L rechthoekig snyt, zo is de Boog QM gelyk de Boog QT, of gelyk de Boog SN: dies is STQM een halve kring, en daarom de hoek CNM recht, en by gevolg is het vierkant van NL gelyk aan de rechthoek CLM, en daarom is C een punt van de Cissoide, 't geen enz.

III. *Is de natuur van de Kromme bepaalt door aanwyzing van zyne making*, zo zoekt op hen een Æquatie, en gebruykt de voorgaande Regelen. By voorbeelt.





Laat de Kromme QC de eerste Schulptrek (Conchoïdes) van de Oude wezen, werdende beschreven door C, het eene eynde van een gegeve lyn CE, wiens ander eynde E altyd verknocht blyft aan een andere oneyndige rechte AB, en zodanig dat CE, of zyn verlengde, loopt door een gegeve punt N, buyten de gegeve AB zynde, terwyle dat CE bewogen werd.

Aanmerkt NAQ rechthoekig te gaan door de gegeve AB, en CL zodanig te staan op de verlengde van NA.

Stelle AQ of EC ∞ a, AN ∞ b, NL ∞ x, CL ∞ y. Dewyl AL / EC // NL / NC evenredig zyn: en om dat AL is ∞ $x - b$ in de eerste, en ∞ $x + b$ in de tweede figuur, daarom vind men

$$-aaxx + x^4 \mp 2bx^3 + bbxx + xxyy \mp 2bxyy + bbyy \infty 0$$

voor de Æquatie die afbeelt de natuur van de Kromme.

— voor de eerste en + voor de tweede figuur.

hier

hier door vind men volgens de III Regel

$$LZ \infty \frac{-aax + 2x^3 \mp 3bxx + bbx + xyy \mp byy}{xx \mp 2bx + bb}$$

$$\text{of } LZ \infty \frac{\frac{\pm aabx}{x \mp b} + x^3 \mp 2bxx + bbx}{xx \mp 2bx + bb}$$

de yy weg reducerende, welke is $\infty \frac{aaxx}{xx \mp 2bx + bb} - xx$.

of $LZ \infty \pm \frac{aabx}{s^3} + x$, ftellende $s \infty x \mp b \infty AL$.

hier uyt vinden wy deze

Conftructie. Het punt C in de Kromme gegeven zynde, zo haalt CN, welke of zyn verlengde de gegeve AB ontmoet in E; ook NAQ rechthoekig door AB, en CL zodanig op NQ. Dan meet af, in CE, CD zo lang als AL, en trekt uyt D een rechte DF, zo lang als EN, en evenwydig aan AN, na die zyde van D af als N is van A: dan haalt FC, en op deze rechthoekig CK: die raakt de Kromme in het gegeve punt C.

want: AL s / CE a / AN b? komt $\frac{ab}{s}$ ∞ EN ∞ DF.

CE a / AL s / CD s? komt $\frac{ss}{a}$ ∞ GD

GD $\frac{ss}{a}$ / DF $\frac{ab}{s}$ / NL x? komt $\frac{aabx}{s^3}$ ∞ NZ

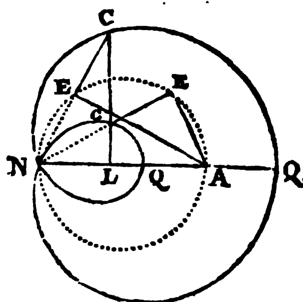
dies is $LZ \infty \mp \frac{aabx}{s^3} + x$ na behoren, ergo &c.

deze Conftructie komt overeen met die van *Cartefius*.

Indien het eene eynde E, van de gegeve lyn EC, loopt in de omtrek van een Rond (in plaats van in een regte lyn) dat door N gaat, welk punt N met E en met C gedurig in een rechte lyn is; zo maakt het ander eynde C een ander flag van een Schulptrek (Conchoides.)

Indien EC *korter* is als de Middellyn van het Rond, zo loopt de Kromme door N, en maakt een krul binnen het Rond, en ook een daar buyten om, gelyk in de volgende figuur vertoont werd: maar is hy *langer*, of is hy gelyk aan de Middellyn van het Rond, zo maakt hy alleenlyk een krul om het Rond: langer wezende, zo vereenigt hy in de verlengde AN aan N, maar gelyk zynde, zo gefchiet zulx in N.

Aan



Aanmerkende AN voor de Middellyn van het gegeve Rond NEA, en CL daar op rechthoekig, of op zyn verlengde, en getogen AE: zo zyn de Driehoeken NAEN en NCLN gelykhoekig, en daarom zyn NC / NL // NA / NE evenredig,

(Stellende AQ, of EC $\infty\, a$
AN $\infty\, b$
NL $\infty\, x$
DL $\infty\, y$)

NC NL NA NE

dat is $\surd.\,xx+yy \;/\; x \;//\; b \;/\; +a+\surd.\,xx+yy$, in de *kleene* krul,
$-a+\surd.\,xx+yy$, in de *groote* krul,

dies is $\pm\, a\sqrt{xx+yy}+xx+yy \infty\, bx$,

of $\pm\, a\surd.\,xx+yy \infty\, bx-xx-yy$, beyde in 't Vierkant,

of $aaxx+aayy \infty\, bbxx+x^4+y^4-2bx^3-2bxyy+2xxyy$.

daar door vind men na de III Regel.

$$LZ \infty \frac{aax-bbx-2x^3+3bxx+byy-2xyy}{-aa+2yy-2bx+2xx}$$

uyt de gevonde Æquatie op de Conchoides is

$y^4 \infty\, aayy+2bxyy-2xxyy+2bx^3-x^4-bbxx+aaxx$

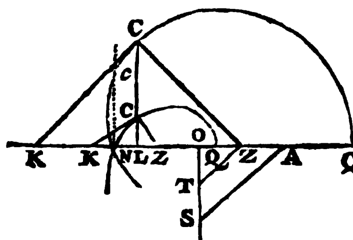
hier door gezogt wat yy is volgens de Regel op de vierkante Æquatie

komt $yy \infty \frac{1}{2}aa+bx-xx\pm as$, ſtellende $s \infty \surd.\,\frac{1}{4}aa+bx$,

hier door in de Breuk de yy weg genomen, komt

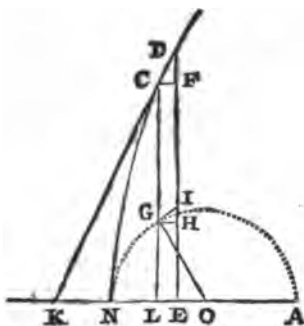
$$LZ \infty \pm\frac{\frac{1}{4}ab}{s}+\frac{1}{2}b-x.$$

Waar uyt blykt deze



Conſtructie. Het punt C in de Kromme gegeven zynde, en daar uyt getogen wezende CL rechthoekig op NA, of op zyn verlengde, zo is LO $\infty \frac{1}{2}b-x$ (O het midden van NA zynde) zo moet dan OZ wezen $\infty \pm\frac{\frac{1}{4}ab}{s}$, + op de groote en — op de kleene krul. Hebbende dan OS genomen $\infty\, s$, en OT $\infty \frac{1}{2}a$, gehaalt SA, en daar aan evenwydig TZ: zo past deze Z op de groote krul; en deze OZ gezet van O na de linker zyde,

zyde, men heeft Z passende op de kleene krul: dan getogen ZC ZC, en daar op rechthoekig CK CK, die raakt enz.



Indien de Kromme NC een gedeelte is van een Rollyn (Cycloide) beschreven door de beweging van het punt C op deze wyze: C in N zynde, en bewogen werdende van N tot aan C, *dat de Boog* NG *tot de afstand* GC *altyd hebbe een gegeve reden als* p *tot* q: aanmerkende NG voor een stuk van een kring, wiens Middelpunt is O, en CGL rechthoekig op NO.

NO, of GO $\infty\, a$
de boog NG $\infty\, v$
NL $\infty\, x$
LC $\infty\, y$
LK $\infty\, z$

Dewyl LG is $\infty \sqrt{.2ax - xx}$
zo is GC $\infty\, y - \sqrt{.2ax - xx}$
en daarom zyn evenredig
NG v / GC $y - \sqrt{.2ax - xx}$ // p / q
daar door vind men

$$2ppax - ppxx \infty ppyy - 2pqvy + qqvv.$$

Laat in Kromme NC nog een punt D genomen werden, oneyndig digt aan C, en getogen werden DE evenwydig aan CL, ook CF en GH zodanig aan NO; en laat GI het Rond raken in G: de verlengde pees DC is dan Raaklyn in C (18 V.) en de rechte GI is zo lang als het boogie GI (17 V.)

Stellen CF ∞f, DF ∞g, en GI ∞b, onbepaalde kleene. Om dat, in de bovenstaande Æquatie, drie quantiteyten x, y en v zyn, waar voor moet gestelt werden $x+f$, $y+g$, en $v+b$, zo konnen ons de eerste nog de tweede Regel niet dienen om KL of KN te bepalen, dewyl die Regelen maar op twee onbepaalde kleene f en g gemaakt zyn: hierom moet men nu de aldereerste generale methode gebruyken, of de Regel op de Reductie tot het onbepaalt kleen: die Regel dan daar toe nemende

$2ppax$	$- ppxx$	$\infty\, ppyy$	$- 2pqvy$	$+ qqvv$
1	2	0	0	0, wegens $+f$
0	0	2	1	0, wegens $+g$
0	0	0	1	2, wegens $+b$

komt $2ppaf - 2ppxf \infty 2ppyg - 2pqvg$
$- 2pqyb + 2qqvb$

Voorts.

Voorts. Om dat $z / y // f / g$ evenredig zyn, zo heeft men $g \infty \frac{fy}{z}$: en om dat GL / GO // GH / GI, of $\sqrt{.}\, 2ax - xx \infty n / a // f / b$ mede evenredig zyn, zo heeft men $b \infty \frac{af}{n}$.

Door deze twee de g en de b weg genomen, en door $2f$ gedeelt, men heeft

$$ppa - ppx \infty \frac{ppvy}{z} - \frac{pqvy}{z}.$$
$$- \frac{pqya}{n} + \frac{qqva}{n}$$

en om dat $v / y - n // p / q$ mede evenredig zyn, gelyk in 't begin gezegt is, zo heeft men $v \infty \frac{py - pn}{q}$: hier door de v weg genomen, en gereduceert,

$$\text{men heeft } z \infty \frac{ny}{\frac{aq}{p} + a - x} \infty \text{KL}$$

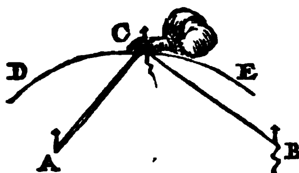
Uyt deze Æquatie volgt, op alle Cycloiden, p en q gegeven zynde na believen, deze

Constructie. Het punt C in de Kromme NC gegeven zynde, en ook het halfrond NGA waar door hy gemaakt is, daar af dat O het Middelpunt is: zo haalt uyt O een rechte, en neemt daar in OT ∞p, en OS ∞q: dan haalt TA, en aan deze evenwydig SV: dan CL rechthoekig op NA, snydende de kring in G: dan VG, en door de verlengde van deze rechthoekig, CK; die raakt de Cycloide in C.

Is p gelyk q, of is de Cycloide een gemeene, zo valt V in A. Men heeft dan maar AG te trekken, en door zyn verlengde rechthoekig, CK.

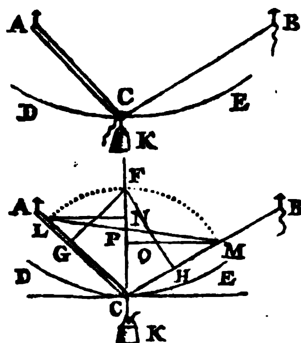
Als de making der Kromme geschiet door DRADEN.

Om dit met kennisse te verrichten, zo moet men vast stellen dat *alle de Deelen van de Draat*, in de beschryving van de Kromme, *altyd even strak uytgespannen zyn*.



By voorbeelt. De kromme DCE is beschreven door de Draat BCAC, waar van het eene eynde vast is aan B, en het ander eynde aan de Pen C, terwyl de Draat eens geslingert is om de Pen A: zulx dat de Draat altyt langs AC dubbelt, en langs BC enkelt is.

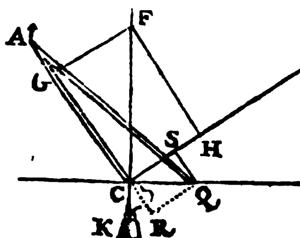
In de beschryving van deze Krommelyn moet men dan onderstellen dat alle de deelen van de Draat, die in AC dubbelt en in BC enkelt is, even strak uytgespannen staan. Als men onderstelt dat in A en in C ronde schyven zyn, waar over deze Draat loopt, zo kan men dit licht toestaan; en schoon 's er niet en zyn, zo moet men evenwel vast stellen dat de Draat in A en in C zo onbelemmert schuyft als of 's er waren: indien men dit niet deê, men zou van alle kromme lynen, die door Draden beschreven werden, niets zekers konnen besluyten: alle zyne punten zouden niet een zelfde betrekking hebben tot zyne Brantpunten, dat echter noot-zakelyk is om hen te bepalen.



Nu zo is 't even veel of men de Draat BCAC uytrekt in de beschryving van de Kromme door de Pen C, dan of men in C considereert een gewigt te hangen, gelyk hier neven: in welk geval alle de Deelen van de lyn een gelyke spanning verkrygen; en by gevolg moet men aanmerken dat de Pen A tweemaal zo veel draagt van het gewigt K als de Pen B: en daarom, trekkende uyt eenig punt van de verlengde KC, als uyt F, Lootlynen op AC en BC, als FG en FH, zo leert ons de Weegdaat, *dat* FG *tot* FH *is, als de trekking aan* B *tot de trekking aan* A, of als de Draden aan B tot de Draden aan A, dat is, in dit geval, als 1 tot 2: of, trekkende uyt C door F een boog LFM, en uyt L en M de Perpendicularen LN MO, zo is LN tot MO, of

of LP *tot* MP, *als de Draden in* B *tot de Draden in* A; om dat LN gelyk FG, en MO gelyk FH is.

Nu, *Dewyl het zeker is dat het Punt* C *niet rusten zal, door de swaarte die daar aanhangt, ten zy dat* C *op het aldernaaste aan de Horizont is*, zo zal 't nootzakelyk moeten volgen, *dat de lyn, die door* C *gaat rechthoekig door* CF, *de begeerde Raaklyn zal moeten wezen als* C *het gegeve punt van de Kromme is.*



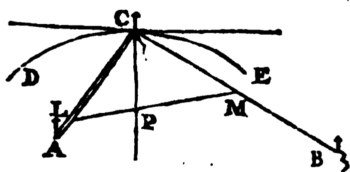
Kon eenig ander punt van deze rechthoekig door CF, in de Kromme wezen; zo laat Q het konnen zyn.

Hebbende getogen QR rechthoekig op de verlengde AC, en QS zodanig op BC, zo is QRCQ gelykhoekig aan FGCF, om dat QCR gelyk CFG is; en QSCQ gelykhoekig aan FHCF, om dat QCS gelyk CFH is, en om dat ze elk nog een rechte hoek hebben: daarom is dan CR tot CS als FG tot FH, dat is in dit geval als 1 tot 2: zo is dan 2 maal RC gelyk 1 maal SC, of 2 RC ∞ 1 SC.

maar 2 AR — 2 RC + 1 BC is ∞ de heele Draat
daarom ook 2 AR — 1 SC + 1 BC
of 2 AR + 1 BS: kon nu Q in de Kromme wezen
zo is 2 AQ + 1 BQ ook ∞ de heele Draat
en daarom 2 AR + 1 BS ∞ 2 AQ + 1 BQ

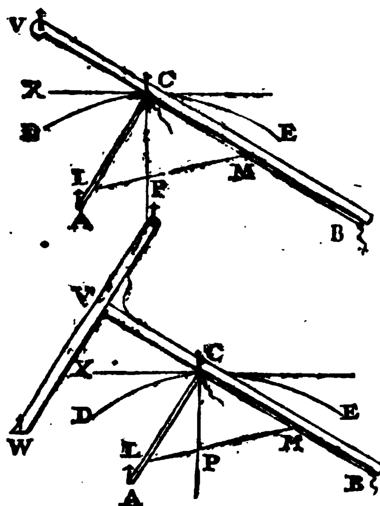
dat kenlyk vals is, om dat AR korter is als AQ, en BS korter als BQ: zo kan dan Q niet te gelyk in de Kromme wezen en ook in de rechthoekige door CF: of deze rechthoekige door CF is de Raaklyn op de Kromme in het punt C.

Als 'er twee *Brantpunten zyn.*



Men ziet dan, heeft de Kromme maar *twee* Brantpunten A en B, dat men, om door een gegeve punt van de Kromme, als door C, een Raaklyn te trekken, *men alleenlyk twee punten* L *en* M, *in* CA *en in* CB, *even ver van* C af,

C *af, heeft af te meten, en de rechte* LM *zodanig in* P *deelen, dat* LP *tot* PM *is, als het getal der Draden in* BC *tot het getal der Draden in* AC: invoegen, in BC 1, en in AC 2 Draden zynde, zo moet LP wezen 1 tegens dat MP is 2: maar in BC 2, en in AC 3 Draden zynde, zo moet LP 2 wezen tegens dat MP 3 is, en zo in 't oneyndig. *Dan door* C *getrokken een rechte die door* CP *rechthoekig gaat, die is de begeerde Raaklyn.*

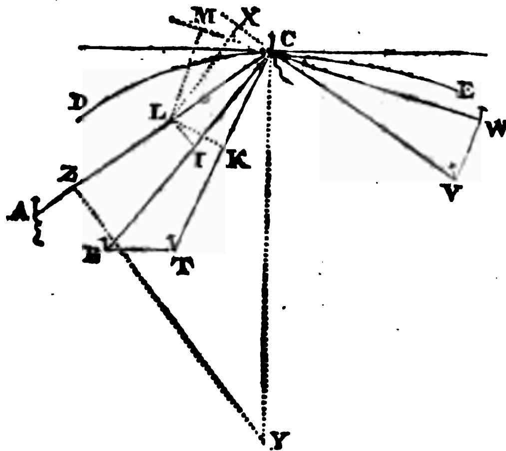


En het zal even veel wezen; of B is een vast en onbeweeglyk punt, gelyk wy hen tot nog toe genomen hebben, of dat het vast is aan een Rey BV, die om V drayt in de beschryving van de Kromme: ja, of V zelfs niet vast is, maar dat BV schuyft langs een vaste Rey WV, in een gegeve hoek WVB.

Zo de Draat in A mede enkelt was, zo is 't bekent dat, daar B onbeweeglyk vast is, de Pen C zal beschryven een gemeene *Ellipsis*; B aan de Rey BV vast wezende, drayende om V, en CV langer zynde als CA, een gemeene *Hyperbole*; en BV schuyvende langs de vaste Rey WV, in een rechte hoek WVC, CV zo lang wezende als CA, een gemeene *Parabole*. En om dat als dan LP zo lang is als PM, zo ziet men dat in deze drie Kromme lynen de hoek ACP zo wyd is als de hoek MCP, en daarom ook VCX zo wyd als ACX, zaken die bekent zyn, en in ons tiende Voorstel der Kegelsneden te vinden zyn, dog hier op een veel gemakkelyker wyze: dat deze de zelfde Kromme lynen zyn blykt uyt het elfde Voorstel.

Als 'er

Als 'er meer als twee Brantpunten zyn.



By Voorbeelt. Laat de Kromme DCE beschreven zyn door de Draat ACWVCBTC, beginnende van A en eyndigende in de Pen C: zo heeft deze Kromme vyf Brantpunten A, B, T, V, W: immers ik geefze deze benaming.

ALGEMEENE REGEL *om de Raaklyn te trekken.*

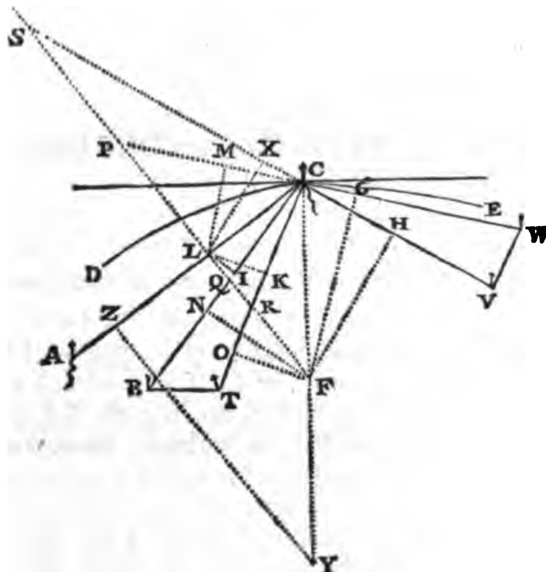
Trekt uyt een punt van een der buytenste Draden, als hier uyt L, Perpendicularen op de gegeve Draden, of op haare verlengdens, *als hier* LI LK LM LX: dan meet af, in de buytenste Draat, CZ zo lang als CL *plus* de lengte van C tot aan deze Perpendicularen, zo veel als 'er Perpendicularen op de Draden zelfs vallen, *minus* zo veel als 'er Lootlynen op de verlengde Draden aan C vallen; *dat is*, *in dit voorbeelt*, CZ *zo lang als* CL + CI + CK — CX — CM. Dan trekt uyt Z, binnewaarts, de rechte ZY, rechthoekig op CZ, zo lang als alle de voornoemde Perpendicularen te zamen, de welke uyt L op de Draden, of op haare verlengdens, getrokken zyn, *dat is hier* ZY *zo lang als* LI + LK + LX + LM: dan getrokken de rechte YC; die valt rechthoekig op de Kromme in C: daarom door C getogen een die Rechthoekig gaat door YC, zo is deze getrokkene de begeerde Raaklyn.

Aanmerking. Zo der meer als een Draat in een Brantpunt is,

is, zo moet men van het gezeyde zo veel malen nemen als 'er Draden in elkander vallen: indien T in B was, zo zoude K in I wezen, en daarom zou men als dan LI en CI yder 2 maal moeten gebruyken; valt daar en boven nog V in W, zo komt X in M; en CZ moet dan zo lang wezen als $CL + 2CI - 2CM$: vallen T en B beyde in A, zo komen I en K beyde in L: CZ moet dan zo lang wezen als $3CL - CX - CM$; en is daar en boven nog V in W, zo moet CZ wezen gelyk $3CL - 2CM$, en ZY gelyk $2LM$.

't Bewys. Trekt door L een lyn rechthoekig door CZ, snydende de andere Draden, of haare verlengdens, in de punten R, Q, P, S, en CY in F; en haalt uyt F Lootlynen op de Draden, als FN FO FG FH.

Stelle
$LC \infty a$
$LQ \infty b$
$LR \infty c$
$LS \infty d$
$LP \infty e$
$LI \infty f$
$LK \infty g$
$LX \infty h$
$LM \infty k$
$CI \infty l$
$CK \infty m$
$CX \infty n$
$CM \infty p$
$LF \infty x$



Om de gelykhoekigheit van de Driehoeken CLI, FQN: CLK, FRO: CLX, FSH: CLM, FPG, zo is 't

$CL\,a \,/\, CI\,l \,/\, FQ\,x-b?$ komt $\frac{lx-lb}{a} \infty FN$

$CL\,a \,/\, CK\,m \,/\, FR\,x-c?$ komt $\frac{mx-mc}{a} \infty FO$

$x \infty FL$

Verg. komt $\frac{ax+lx+mx-lb-mc}{a} \infty FN+FO+FL$

nog.

nog. CL a / CX n / FS $\pm x + d$? komt $\frac{\pm nx + nd}{a} \infty$ FH

CL a / CM p / FP $\pm x + e$? komt $\frac{\pm px + pe}{a} \infty$ FG

Verg. komt $\frac{\pm nx \pm px + nd + pe}{a} \infty$ FH $+$ FG

(in FS en in FP is $+x$ als de Perpendicularen LX en LM in de verlengde Draden aan C vallen, gelyk in deze Figuur, anders is het $-x$)

Dewyl de drie Lootlynen FN FO FL zo lang zyn als de twee FH FG, als FC rechthoekig op de Kromme ſtaat, volgens de wetten van de Weegkunſt, gelyk in 't begin is aangewezen; daarom, dewyl de Noemers gelyk zyn, zo is ook

$$ax + lx + mx - lb - mc \infty \pm nx \pm px + nd + pe$$

of $ax + lx + mx \mp nx \mp px \infty lb + mc + nd + pe$

of $a + l + m \mp n \mp p, x \infty f + g + h + k, a$

om dat $fa \infty lb$: $ga \infty mc$: $ha \infty nd$; en $ka \infty pe$ is: daarom zyn dan gelykredig,

$a + l + m - n - p$ tot $f + g + h + k$, als a tot x

dat is, CZ tot ZY, als CL tot LF

om dat YZ en FL beyde rechthoekig op AC ſtaan.

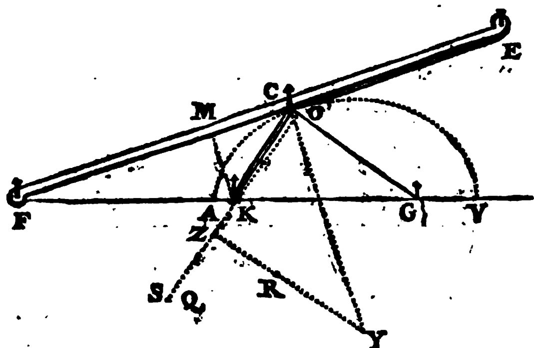
waar uyt dan blykt de zekerheit van de geſtelde Regel in dit geval.

Is T in B, of is de Draat alleenlyk dubbelt in B; zo is $m \infty l$, en $g \infty f$: en daarom is dan CZ $\infty a + 2l \mp n \mp p$, en ZY $\infty 2f + h + k$. Is T in B, en V in W; zo is de Draat enkelt in A, dubbelt in B, en ook dubbelt in W: om dat dan $m \infty l$, $g \infty f$, $h \infty k$, en $n \infty p$ is: daarom is dan CZ $\infty a + 2l \mp 2p$, en ZY $\infty 2f + 2k$. Zyn T en B beyde in A, of is de Draat drievoudig in A; zo zyn m en l yder ∞a, en f en g beyde $\infty 0$: dies is dan CZ $\infty 3a \mp n \mp p$, en ZY $\infty h + k$: maar is daar en boven nog V in W; zo is CZ $\infty 3a \mp 2p$, en ZY $\infty 2k$. Waar uyt blykt de waarheit van onze aanmerking.

Indien men het punt L in een van de binnenſte Draden genomen hadde, zo zou men dezelfde Æquatie vinden, uytgenomen dat als dan eenige Tekens van $+f$, $+g$, $+h$, $+k$ zouden $-$ wezen, die nu alle $+$ zyn, dat gemakkelyker is. Zo men L in CB neemt, zo zal f een $-$ wezen, en zo men L in CT nam, men zoude voor f en voor g beyde een $-$ vinden.

F Hier

Hier uyt is openbaar hoe men een Rakende zal trekken, uyt een gegeve punt van de Kromme die *Cartesius* voordraagt in zyn vierenveertigste brief, in het derde Deel zyner Brieven, pagina 152, *vier punten gevende waar over een Draat moet lopen van een gegeve lengte*, zynde niet anders als of wy alleenlyk de punten B, T, V en W genomen hadden, AC daar van aflatende.



En wil men een Raaklyn trekken op zyne Kromme die hy door een Draat beschryft, in zyn tweede Boek van de Meetkunst pagina 366, het punt C daar van gegeve zynde. Zo haalt uyt K een rechthoekige op CG, en ook een op de verlengde EC, als KO en KM; en neemt in de verlengde CK aan K, KQ gelyk KC, QS gelyk CO, en SZ gelyk CM: dan uyt Z getogen ZY rechthoekig op CQ, en daar in genomen ZR gelyk KM, en RY gelyk KO, en getrokken YC, die staat rechthoekig op de Kromme: dan enz.

Wy zullen hier nog iets byvoegen dat somtyts kan dienen, te weten

Van de Buyging *der Krommelynen.*

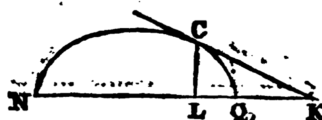
Uyt de gedaante van de Breuk die aan z gelyk is, de y daar uyt gereduceert hebbende, door middel van de gegeve Æquatie, zo z'er in is, kan men veeltyds naspeuren de Buyging van de Kromme; of ze een keer neemt of niet, en zo ja, waar dit begint.

Als alle de Termen van de Breuk een $+$ voor zig hebben, zo neemt de Buyging geen keer, de koers die ze in 't begin genomen heeft behoud ze: als in $z \propto \frac{qx}{q+2x}$ voor NK in de Hyperbole van 't eerste geslagt, en in $z \propto \frac{2qx+xx}{q+2x}$

in

in die van het tweede geslagt; de reden is, hoe men de x ook neemt, groot of kleen, deze Breuk blyft altyd een $+$, en hoe groter dat de x is, hoe langer dat ook KN werd.

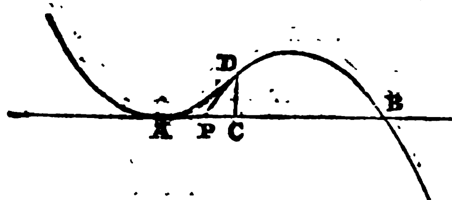
Maar als 'er eenige Termen van onderscheydene Tekens in zyn; zo kan de Breuk, of z, of KN, veranderen van een $+$ in een $-$, en van een $-$ in een $+$; en in zodanigen geval neemt de Buyging een keer. Als in $z \infty \frac{qx}{q-2x}$ voor KN in een Rond, of in een Ellipsis: zo lang als $2x$ kleender is als q, of x kleender als $\frac{1}{2}q$, zo lang blyft de Breuk een $+$, en de Kromme behoud de zelfde Buyging die ze van 't begin van x af, dat is van N, genomen heeft: maar als $2x \infty q$, of $x \infty \frac{1}{2}q$ word, zo staat de Buyging stil; z heeft dan een oneyndige lengte; om dat de Noemer ∞ o is, volgens het 9 Voorstel: maar word $2x$ groter als q, of x groter als $\frac{1}{2}q$, zo is de Noemer een $-$; en om dat de Teller een $+$ is, zo is z een $-$, die te voren een $+$ was: dies neemt de Buyging een keer, naderende wederom de lyn x, daar ze eerst van afweek: K valt dan aan de andere zyde van L, dat is in de verlengde van NL aan L.



In de Ellipsis van het tweede geslagt blykt het zelfde op gelyke wyze, waar in dat NK, of $z \infty \frac{2qx - xx}{q - 2x}$ is, om dat de Teller altyd een $+$ blyft, of noit een $-$ kan werden, om dat men x niet groter mag nemen als q; zal het een Ellipsis blyven, dat is NL niet groter als NQ.

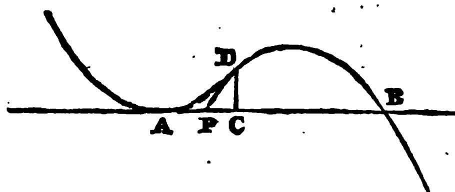
Indien men neemt de Kromme van *Slusius*; pag. 110, van deze natuur zynde, dat het vierkant van de gegeve AB is tot het vierkant van AC, als BC tot CD; dat is, aa tot xx, als $a - x$ tot y; waar door men heeft

$$aay - axx + x^3 \infty 0$$



AB ∞a
AC ∞x
CD ∞y
AP ∞z
DP een Raaklyn.

 en



en volgens de II Regel AP, of $z \infty \frac{2aay - axx}{2ax - 3xx}$ of $z \infty \frac{a - 2x, x}{2a - 3x}$, de y door de Æquatie $aay \infty axx - x^3$ daar uyt reducerende.

Men ziet uyt de Teller dat die gelyk nul zal werden als $2x \infty a$, of $x \infty \frac{1}{2}a$ is, dat is als AC is $\infty \frac{1}{2}$ AB; en uyt de Noemer dat die gelyk nul werd als $3x \infty 2a$ is, of $x \infty \frac{2}{3}a$, of als AC $\infty \frac{2}{3}$ AB is: dies zal de Teller een + wezen zo lang als AC minder is als $\frac{1}{2}$ AB, en een — als AC groter werd; en de Noemer een + zo lang als AC korter is als de $\frac{2}{3}$ van AB, en een — als hy langer werd.

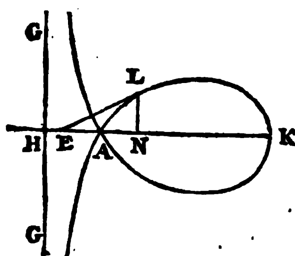
Zo is dan in 't begin de Teller een +, en de Noemer ook een +: en om dat dit duurt tot dat C komt in het midden van AB, zo zou men konnen denken dat de Kromme tot dus verre met zyn Bult na AB zoude neygen: maar de zaak nader inziende, zo zal men bevinden, dat de Bult na AB toe, zig niet verder uytstrekt als tot dat C gekomen is tot aan het $\frac{1}{3}$ van AB; de reden is, om dat tot hier toe P van A afgaat, en C verder van A afgaande, zo nadert P wederom het punt A ($x \infty \frac{1}{3}a$ nemende, zo is $+ z \infty \frac{1}{9}a$; en $x \infty \frac{2}{5}a$ nemende, zo is $+ z \infty \frac{1}{10}a$, minder als $\frac{1}{9}a$) waar uyt volgt dat de holte dan na AB toe gekeert is: C gekomen zynde tot aan het midden van AB, zo komt P in A; C nog meer de B naderende, zo valt P in de verlengde van AB aan A, om dat z dan een — werd ($x \infty \frac{3}{5}a$ nemende, zo is $- z \infty \frac{3}{5}a$): C tot aan $\frac{2}{3}$ van AB gekomen zynde, zo is de Noemer een nul; dies is z, of AP als dan van een oneyndige lengte: C de B nog meerder naderende, zo word de Noemer een —, en om dat de Teller mede alrede een — is, zo is z wederom een +, en daarom valt P dan wederom aan die zyde van A daar C is; maar om dat P dan verder van A af is als C van A ($x \infty \frac{4}{5}a$ zynde, zo is $+ z \infty 1\frac{1}{5}a$) zo blyft de holte als nog gekeert na de lyn AB toe; en om dat de vergroting van de x de Breuk doet kleender werden, zo nadert P gedurig het punt B, en hy komt in B als C daar in komt ($x \infty a$ zynde, zo is $+ z$ mede ∞a) dies komt ook D daar in, of de Kromme loopt door B.

Het

Het zelve blykt mede uyt de Æquatie $aay - axx + x^3 \infty 0$, waar in de $x \infty a$ stellende, zo is $aay \infty 0$, of $y \infty 0$.

Komt C in de verlengde van AB aan B, zo gaat P wederom van B af, in de verlengde van AB aan B; dog P is altyd digter aan B als C daar aan is ($x \infty 1\frac{1}{2}a$ wezende, zo is $+z \infty 1\frac{1}{7}a$; $x \infty 2a$ zynde, zo is $+z \infty 1\frac{1}{2}a$; $x \infty 10a$ nemende, zo vind men $+z \infty 6\frac{27}{17}a$) en daarom neygt de Bult altyd na de verlengde van AB aan B, en loopt op die wyze gedurig nederwaarts. Van A, ter linker zyde loopt de Kromme gedurig opwaarts, de Bult zig mede keerende na de verlengde van AB aan A, om dat de x dan een $-$ is, zo vind men voor de z ook een $-$, zulx dat C en P altyd aan de linker zyde van A blyven; evenwel zodanig dat P altyd digter aan A blyft als C ($-x \infty \frac{1}{2}a$ zynde, zo is $-z \infty \frac{3}{7}a$, en $-x \infty a$ wezende, zo is $-z \infty \frac{3}{7}a$)

Deze Kromme bestaat eygentlyk uyt twee Parabolen van het tweede geslagt, wiens Cubiquen der Applicaten evenredig zyn met de Intercepten, de welke in D te zamen gelast zyn, AC $\infty \frac{1}{3}$ van AB wezende, wiens gemeene Middellyn is DC, en welkers Applicaten evenwydig zyn aan DP, gelyk *Slusius* zulx aanwyst.



AK ∞n
AN ∞x
NL ∞y

Indien men zulx onderzoekt van de Kromme die *Cartesius* aantekent in zyn 44^e. Brief, van het derde Deel zyner Brieven, Pagina 147, deze natuur hebbende, dat, nemende L in de Kromme na believen, het □ LN is tot het □ AN, als NK tot AK + 3 AN, of dat $yy \,/\, xx \,//\, n - x \,/\, n + 3x$ evenredig zyn, waar door men volgens de tweede Regel vind, LE een rakende wezende,

$$EA \infty \frac{nyy - nxx}{3yy - 2nx + 3xx}$$

of $EA \infty \frac{2nxx}{nn - 3xx}$, de yy weg nemende.

Met deze Breuk handelende als nu even gedaan is, men zal bevinden dat de Kromme zal wezen van gedaante als hier boven vertoont werd, lopende door A en K. Zyn grootste afwyking van AK, onder en boven, zal wezen als x, of als AN is $\infty \sqrt{\frac{1}{3}nn}$: het bovenste deel van het

Blad, na A toe, zal dalen onder de verlengde van KA aan A; en het onderste deel zal zodanig rysen. AH $\infty \frac{1}{3}$ AK nemende in de verlengde AK aan A; en trekkende een oneyndige rechthoekig door de As AK, zo zal de Kromme deze HG wel altyd naderen, maar noit hen ontmoeten, of HG zal wezen een Asymptotus: want, $-x \infty \frac{1}{3}n$ nemende, zo vind men door deze Breuk dat AE mede is $\infty - \frac{1}{3}n$, zulx dat E dan valt in N; of LE staat dan zo wel rechthoekig op AH als LN; en by gevolg is L oneyndig ver van N af.

Wy zullen dit Deel besluyten, met te zeggen, konnende uyt een gegeve punt van de Kromme een Raaklyn trekken, *dat men lichtelyk een Kring kan halen die de Kromme in dit punt raakt, en met eenen een gegeve Rechtelyn: of die ook gaat door een gegeve punt.*

Want, KF deze rechte, en ACD de Kromme wezende, daar in gegeven is het punt C na believen: zo haalt uyt C de rakende CK, ontmoetende de gegeve rechte in K: dan in deze rechte genomen KF, KF yder zo lang als KC, en getogen uyt F, F Perpendicularen op KF, ontmoetende de rechte gehaalt door C rechthoekig op CK in B, B: dan getogen uyt B, B, met BF BF als straal, yder een Kring, die raken de rechte in F, en de Kromme in C.

Maar is F een gegeve punt waar door de Kring moet lopen, en te gelyk de kromme in het gegeve punt C raken, zo zoekt B door de snee van de gelyk afstandige tusschen C en F en een ander die rechthoekig gaat door de kromme in het punt C.

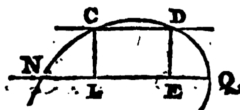
III. DEEL.

III. DEEL.

Van de GROOTSTE en KLEENSTE.

ALs men in een Questie vraagt na een *grootste*, zo onderstelt dit dat 'er aan weerzyden van deze grootste kleender konnen zyn, en na een *kleenste*, dat 'er aan yder zyde van hen groter konnen wezen: anders zou men te vergeefs vragen na een grootste, of na een kleenste. Men kan niet eysschen een punt te vinden in een Parabole, of in een Hyperbole dat op het verste van de middellyn af is, om dat alle haare punten, van de top af te rekenen, gedurig van de middellyn af verwyderen: men kan zulx wel begeren in een Ellipses, of in een Rond, en in alle Kromme lynen die van de middellyn verwyderen en hem ook wederom naderen; en in 't algemeen kan men vragen, van alle Kromme, na de grootste breete, of afstand der Kromme van zekere rechte lyn die hem tweemalen snyt; en dan is 'er ook aan weerzyden van de grootste afstand een mindere: maar de kleenste, of eygentlyk het punt van de Kromme te vinden dat de kortste afstand heeft van een gegeve punt, is toepasselyk op alle Kromme lynen.

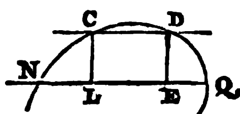
Zodanige Vraagstukken konnen mede ontbonden werden door *'t oneyndig kleen*: by Voorbeelt



$NQ \infty a$
$NL \infty x$
$LC \infty y$
$LE \infty f$

De Kromme NCDQ is die van *Cartesius*, welke wy laast hebben aangetrokken, daar in $ayy + 3xyy - axx + x^3 \infty 0$ is: men vraagt na het punt van deze Kromme dat op het verste van de middellyn NQ af is.

Aanmerkt CD voor een evenwydige aan de middellyn NQ, snydende de Kromme in C en in D: deze CD gelykwydig blyvende aan NQ, en verder van de middellyn afwykende, zo is 't zeker dat de punten C en D elkander zullen naderen, en op 't lest in een komen, en dan is CL, of DE, die als dan een zelfde lyn zyn, de langste



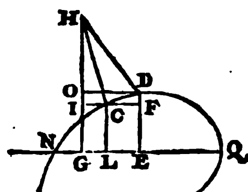
ste, of het punt daarze te zamen komen is op het verste van de middellyn af.

Laat ons dan stellen dat C en D oneyndig digt aan een zyn, en dat haare afstand CD is ∞f, onbepaalt kleen; zo is dan NE $\infty x + f$: dit in de gegeve Æquatie gestelt in plaats van x, of gebruykende de Regel op de Reductie tot het onbepaalt kleen,

de gegeve Æquatie $ayy + 3xyy - axx + x^3 \infty 0$
multiplicerende met $0 \quad 1 \quad 2 \quad 3$

komt $+ 3yyf - 2axf + 3xxf \infty 0$
of $3yy \infty 2ax - 3xy$
of $\frac{3axx - 3x^3}{a + 3x} \infty 2ax - 3xx$, of $x \infty \sqrt{\frac{1}{3}aa}$.

waar uyt blykt, de Kromme gegeven zynde, dat men alleenlyk een midden evenredige heeft te zoeken tusschen NQ en zyn $\frac{1}{3}$, en NL zo groot te nemen, en dan te halen LC in de hoek begrepen van x en y: zo zal die de Kromme snyden in het punt dat op het verste van de middellyn af is.



Indien men uyt een gegeve punt H, tot deze zelve Kromme, de korste lyn wil trekken: men onderstelle dat C en D twee punten van de Kromme zyn, die even ver van H afstaan, en oneyndig digt aan elkander zyn.

NQ ∞a
HG ∞b
NG ∞c
NL ∞x
LC ∞y
CF ∞f
FD ∞g

Aanmerkende HG regthoekig op de As NQ, en DO ook FCI zodanig op HG

Dewyl HI is $\infty b - y$, en CI $\infty x - c$, zo vind men $bb - 2by + yy + xx - 2cx + cc \infty$ 't $\square$ HC ∞pp. En om dat het $\square$ HD mede zo groot is, en men dat vinden zal gebruykende $y + g$ in plaats van y, en $x + f$ in plaats van x (want HO is $\infty b - y - g$, en DO $\infty x + f - c$) zo mag men dan de bovenstaande Æquatie reduceren op 't onbepaalt kleen,

$bb -$

$$bb - 2by + yy + xx - 2cx + cc \infty pp$$

gem. met $\quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \,.\, 0$

komt $-2bg + 2yg + 2xf - 2cf \infty 0$, of $g \infty \frac{xf - cf}{b - y}$.

De Æquatie op de gegeve Kromme mede zo handelende, dat is $ayy + 3xyy - axx + x^3 \infty 0$

$$\begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \end{matrix}$$

men heeft $\left.\begin{matrix} +3yyf - 2axf - 3xxf \\ +2ayg + 6xyg \end{matrix}\right\} 0$

en daar door $g \infty \frac{-3yyf + 2axf - 3xxf}{2ay + 6xy} \infty \frac{xf - cf}{b - y}$.

Hier door vind men

$$-3byy + 2abx - 3bxx + 3y^3 \infty 4axy + 3xxy - 2acy - 6cxy.$$

aanwyzende dat het waare punt C, waar door HC de korste is, gevonden werd door de snyding van de gegeve Kromme en een andere Kromme van het tweede geslagt.

Neemt men weg de yy en y^3 door de gegeve Æquatie, men zalder een vinden daar in alleenlyk x is: maar ze zal opklimmen tot een van seven Dimensien zo'er niet uyt valt.

Maar zodanige Werkstukken, als deze laatste is, laten zig alzo gemakkelyk ontbinden, zoekende eerst de Onderraaklyn KL, of de Onderlootlyn LZ, op de wyze als in 't tweede Deel geleert is, want dan zyn evenredig KL / LC // HI / IC; of LZ / LC // IC / HI, waar door men ten eersten een Æquatie heeft, gelyk hier na in verscheyde Voorbeelden zal aangewezen werden, dog niet voor dat de Plaatzen verhandelt zyn, om dat de Solutie daar door meestendeel veel korter en aardiger geschiet: maar wat de eerste soort belangt, daar van zullen wy nog eenige in dit Deel door de Onderrakende ontbinden: dog deze laatste, en nog veele andere, daar in geen kromme lynen gegeven zyn, werden gemakkelyker ontbonden door de Regel in onze Algebra aangetekent, waar door men een Æquatie solveert die twee gelyke wortelen heeft: en, om dat wy nu volslagen van deze zaak handelen, zo zullen wyze hier wederom herhalen, dog een weinig anders geschikt, gemakkelyker tot het gebruyk.

REGEL.

Om een Æquatie op te lossen daar in een onbekende quantiteyt is die twee gelyke wortelen heeft.

Stelt een nul onder een van de Termen die men begeert weg te hebben; + 1 onder die Term daar in de x (of y, of z, hoe ze ook mag wezen) van een Dimensie meerder is als die waar onder de nul gevoegt is; en — 1 onder die Term daar in de x een Afmeting minder heeft: + 2 onder die waar in de x twee Dimensien groter is als die waar onder de nul staat; en — 2 daar in hy twee Afmetingen minder heeft: + 3 daar in de x drie Dimensien meerder, en — 3 daar in hy zo veel Dimensien minder is als waar onder de nul gestelt is; en zo in 't oneyndig. Of in 't tegendeel. — 1 onder de geene daar in een x meerder is als waar onder de nul staat, en + 1 onder die waar in een x minder is: — 2 daar in twee x meerder zyn, en + 2 daar in twee x minder zyn, en zo voort: dan vermenigvuldigt yder term met zyn onderstaande getal, de Tekens waarnemende, men heeft een gereduceerde Æquatie, die men dan oplost volgens de gemeene wyze. Een nul onder een andere Term voegende, en doende als boven gezegt is, men heeft nog een andere gereduceerde vergelyking.

Toepassing. $ayy + 3xyy - axx + x^3 \infty 0$, een gegeve Æquatie

gem. met	0	1	2	3.	A
of met	—1	0	+1	+2.	B
of met	—2	—1	0	+1.	C
of met	—3	—2	—1	0.	D

komt $* + 3xyy - 2axx + 3x^3 \infty 0$, een gered. Æquatie
ook $- ayy \; * - axx + 2x^3 \infty 0$, een dito.
ook $- 2ayy - 3xyy \; * + x^3 \infty 0$, een dito.
ook $- 3ayy - 6xyy + axx \; * \infty 0$, een dito.

welke twee dat men van deze neemt, of een van hen en de gegeve Æquatie, de yy weg reducerende, men vind $xx \infty \frac{1}{3} aa$.

De zekerheit van deze Regel heeft *Kinkhuysen* aangewezen: ze is mede een gevolg van de Regel gegeven om een Æquatie te reduceren tot het onbepaald kleen: want, als 'er maar een onbekende, als x, in is, wiens twee wortelen

even

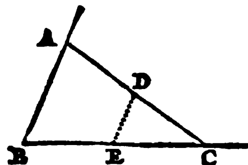
van groot moeten wezen, zo behoeftmen geen f in plaats van een x te stellen, om dat de f door de Divisio dan altyd uytvalt. De Multiplicatie dan doende na die Regel, zo is

$$\begin{array}{ll}
 & +ayy + 3xyy - axx + x^3 \infty 0 \\
 & \quad 0 \qquad 1 \qquad 2 \qquad 3 \\
\hline
 & * + 3xyy - 2axx + 3x^3 \infty 0. \text{ 1 product} \\
 & +ayy + 3xyy - axx + x^3 \infty 0. \text{ geg. Æq.} \\
\text{afg.} & \hline \\
 & -ayy \quad * - axx + 2x^3 \infty 0. \text{ 2 product} \\
 & +ayy + 3xyy - axx + x^3 \infty 0. \text{ geg. Æq.} \\
\text{afg.} & \hline \\
 & -2ayy - 3xyy \quad * + x^3 \infty 0. \text{ 3 product} \\
 & +ayy + 3xyy - axx + x^3 \infty 0. \text{ geg. Æq.} \\
\text{afg.} & \hline \\
 & -3ayy - 6xyy + axx \quad * \infty 0. \text{ 4 product}
\end{array}$$

't even eens of men de overstaande Regel gebruykte, hen multipliceerende met de getallen A; en daarom is deze uytkomst gelyk met het eerste product van hier over : trekt men van deze uytkomst de gegeve Æquatie af, de rest zal wezen als het tweede product van hier over, en gelyk met het geene dat men zoude vinden de multiplicatie van 't begin af doende met de getallen B: trekt men van deze rest wederom af de gegeve Æquatie, men vind het derde product van hier over, en daarom het zelfde als of men in 't eerst de vermenigvulding gedaan hadde met de getallen C: nog eens afgetogen, men heeft het vierde product, en daarom enz. als of 't met D geschiet was.

Zo is dan deze laatste Regel een gevolg van de eerste: en van de eerste hebben wy aangewezen datze twee ongelyke wortelen van een Æquatie gelyk maakte, (met f, haar verschil, tot onbepaalt kleen te doen werden) daarom ook deze laatste

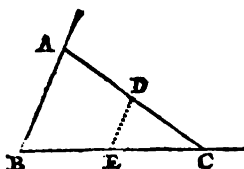
Voorbeelden tot Oeffening.



BE ∞ a
DE ∞ b
EC ∞ x
AB ∞ y

I. *Gegeven zynde een hoek* ABC, *en een punt* D, *binnen deze hoek: door* D *een lyn* ADC *te trekken tot aan de Beenen van deze hoek, waar door de Driehoek* ABCA *de kleenste is.* Vivianus II Boek 6 Problema.

Laat DE evenwydig wezen aan AB, zo zyn evenredig



AB y / BC $a+x$ // DE b / EC x :

dies is $y \infty \frac{ab+bx}{x}$.

De Driehoek ABCA zal dan de kleenste wezen als het vermenigvuldigde van AB met BC de kleenste is: dies is $ay+xy \infty pq$ de kleenste

of $y \infty \frac{pq}{a+x} \infty \frac{ab+bx}{x}$

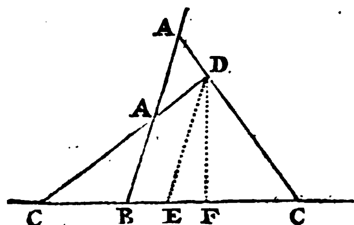
of $aab+2abx+bxx \infty pqx$

$-1 \quad 0+1 \quad 0$

Vermenigv. komt $-aab+bxx \infty 0$, of $x \infty a$

Aanwyzende als men DE evenwydig aan AB haalt, en dan EC zo lang neemt als EB, en trekt CDA, dat ABCA dan de kleenste Driehoek is.

II. *Gegeven zynde een hoek* ABC, *en een punt* D, *binnen of buyten deze hoek: door* D *een rechte* ADC *te trekken, ontmoetende de Beenen van deze hoek in* A *en in* C, *zodanig dat de Rechthoek* ADC *de kleenste is.* Vivianus II Boek, 4 Werkstuk.



BE ∞a
DE ∞b
EF ∞c
EC ∞x

Getogen hebbende DE evenwydig aan AB, en DF rechthoekig op BC, zo vind men DC $\infty \sqrt{.\,xx \mp 2cx + bb}$: $-$ als D in binnen, en $+$ als D is buyten de gegeve hoek. En om dat EC / EB // DC / DA evenredig zyn, zo vind men

$DA \infty \frac{a}{x} \sqrt{.\,xx \mp 2cx + bb}$, en overzulx is

de $\square$ ADC $\infty \frac{a}{x}$, $xx \mp 2cx + bb \infty pq$ de *kleenste*.

of $xx \mp 2cx + bb \infty \frac{pqx}{a}$

progressie $+1 \quad 0 - 1 \quad 0$

vermenigvuldigt, komt $xx - bb \infty 0$, of $x \infty b$

Dies moet men EC zo lang nemen als ED, en halen CDA; zo is de $\square$ ADC de kleenste.

Uyt deze twee Voorstellen volgen twee andere, die *Vivianus*

vianus ons voordraagt in zyn tweede Boek van de Grootste en de Kleenste. *Gegeven zynde een Kegelsnede* ABC, *en een punt* D *in de zelve: door* D *tot aan de Kromme een rechte* ADC *te halen, zodanig dat ze van de Kegelsnede een stuk* ABCA *afsnyt dat het Kleenste is.* 7 Werkstuk.

Want: in de Parabole, door D getogen een evenwydige aan de Middellyn, en in de twee andere door D en het Middelpunt: de getrokkene de Kromme ontmoetende in B, zo haalt door B een Raaklyn, en aan deze evenwydig ADC: deze voldoet het begeerde, om dat D als dan in het midden van AC is, even als hier even in 't eerste Voorbeelt; en getogen de rechte AB CB, zo is het rechtstrepige ABCA het kleenste, en daarom ook het Kromlinische ABCA, de wylder een bepaalde overeenkoming is tusschen het een en het ander, volgens het geene hier na in de Quadratura zal aangewezen werden.

Maar zal de Rechthoek van AD *met* DC *de kleenste wezen* (5 Werkstuk) zo moet men ADC rechthoekig door de As halen. Dit volgt uyt het tweede Voorbeelt; halende daar in uyt B een rechte door het midden van AC, zo zal die AC ook rechthoekig snyden, om dat EC gelyk ED, of BC gelyk BA is.

III. In de laatste Figuur. *Gegeven zynde een hoek* ABC; *en een Punt* D, *binnen of buyten deze hoek: door* D *een rechte* ADC *te trekken, zodanig dat* DC + DA *de kleenste is.*

$BE \propto a$
$DE \propto b$
$EF \propto c$
$EC \propto x$

Aanmerkt DE evenwydig aan AB, en DF rechthoekig op BC.

Stelle $DC + DA \propto n$, de kleenste. Het □ DC is $xx \mp 2cx + bb$: — als D is binnen de gegeve hoek, en + als hy daar buyten is.

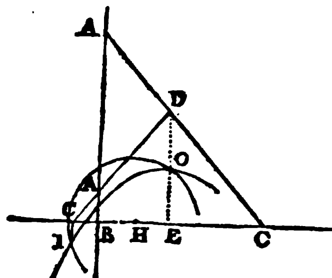
Voorts. $a + x \,/\, n \,/\, x$? komt $\frac{nx}{a+x} \propto DC$

dies is $xx \mp 2cx + bb \propto \frac{nnxx}{aa + 2ax + xx}$

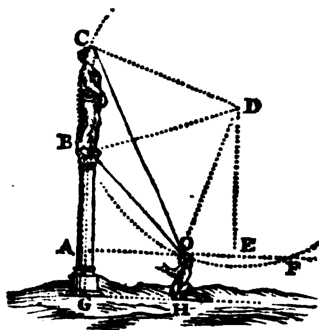
$$\begin{array}{llllll} \text{of } x^4 \mp 2cx^3 + & bbxx + & 2abbx + & aabb \infty mmxx \\ \quad + 2ax^3 & \mp 4acxx & \mp 2aacx & \\ & + aaxx & & \\ +1 \quad +\tfrac{1}{2} & 0 & -\tfrac{1}{2} & -1, \text{ progressie} \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} \text{komt } x^4 \mp & cx^3 - & abbx - & aabb \infty 0 \\ \quad + & ax^3 \pm & aacx & \end{array}$$

Om dat hier de tweede Term by is, zo geeft dit een moeylyke Constructie. Stelt men $c \infty 0$, of is de gegeve hoek recht, zo heeft men $x^4 + ax^3 - aabx - aabb \infty 0$; gedeelt door $x + a \infty 0$, men heeft $x^3 - abb \infty 0$, of $x^3 \infty abb$ op beyde de gevallen.



Daarom: hebbende door O, het midden van DE, als Top, op OE als As, met DE als Rechtezyde, beschreven een Parabole, neerwaarts; en uyt H, het midden van BE, gehaalt een Rond dat door O gaat, snydende de Parabole in I; en getrokken IC rechthoekig op EB; en genomen EC aan de andere zyde van E, zo lang als deze EC; en getogen uyt C tot D een rechte, welke of zyn verlengde het ander Been ontmoet in A; zo is DC + DA de kortste.



IV. *Gegeven zynde een Beelt* BC, *lang* 10 *voeten: men vraagt waar dat men het Oog* O *zal moeten voegen, om dit Beelt op zyn grootste te zien: afgemeten hebbende* GA *gelyk aan* HO, *en bevindende dat* AB *is* 8 *voeten.* Uyt D. Rembrantz.

Aanmerkt een Kring te gaan door de punten C, B, O, snydende de verlengde AO in F, wiens middelpunt is D.

Dewyl BOC de helft is van BDC, en de laatste groter word als BD of OD kleender word; zo volgt dat men het Beelt op zyn grootste zal zien als DO op zyn kleenste is.

Stel-

Stellende AO $\infty\ x$, zo is AF $\infty\ \frac{144}{x}$, of EO $\infty\ \frac{72}{x} - \frac{1}{2}x$, aanmerkende DE voor een rechthoekige op AF.

Stellende DE $\infty\ p$, en DO $\infty\ q$, zo heeft men

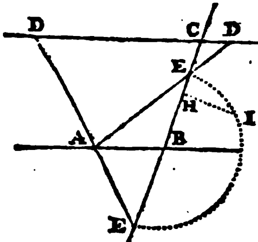
$\frac{5184}{xx} - 72 + \frac{1}{4}xx + pp \ \infty\ qq$ de *kleenste*.

of $5184 - 72xx + \frac{1}{4}x^4 + ppxx \ \infty\ qqxx$

$-2 \quad\quad 0 \quad +2 \quad\quad 0 \quad\quad 0$ progressie

Verm. komt $-10368 + \frac{1}{2}x^4 \ \infty\ 0$, of $x \ \infty\ 12$ voeten, voor de afstant die het Oog van A moet af wezen om het Beelt op zyn grootste te zien.

V. *Gegeven zynde twee Cubiquen, even groot: in de eene een gat te maken, waar door de ander kan gestoken worden.*



VI. *Gegeven zynde twee evenwydige lynen* CD *en* AB, *en een ander* EBC, *hen beyde snydende: uyt of door een gegeve punt* A, *in een van de evenwydige, een rechte* AED *te halen; ontmoetende de andere gelykwydige in* D, *en de snydende in* E, *zodanig dat de Driehoeken* ABEA *en* DCED, *te zamen genomen, de kleenste zyn.* Viv. App. Probl. 3.

Stellende AB $\infty\ a$, BC $\infty\ b$, en BE $\infty\ x$, zo is EC $\infty\ b \mp x$, en daar door vind men CD $\infty\ \frac{ab \mp ax}{x}$.

En om dat de hoeken ABC ECD gelyk zyn, en de Driehoeken ABEA ECDE evenredig zyn met het gemultipliceerde van de zyden om de gelyke hoeken, daarom is

$\frac{abb \mp 2abx + axx}{x} + ax \ \infty\ pq$, de *kleenste*.

of $abb \mp 2abx + 2axx \ \infty\ pqx$

$-1 \quad\quad 0 \quad\quad +1 \quad\quad 0$

of $-abb + 2axx \ \infty\ 0$, of $x \ \infty\ \sqrt{\frac{1}{2}bb}$.

Daarom, uyt H, het midden van BC, getrokken de perpendiculaar HI, zo lang als HB; en uyt B door I een Kring, snydende BC in E, E; dan gehaalt de rechte AED EAD:

zo

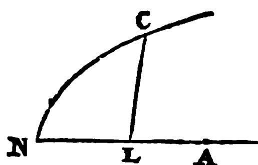
zo zyn de driehoeken ABEA en DCED, te zamen genomen, de kleenste. Om dat a verdweenen is, zo blykt dat alle de lynen, die door en uyt deze zelfde punten E, E op de gezeyde manier getrokken werden, het begeerde zullen voldoen, A nemende in de lyn AB, na believen.

VII. *In een gegeve lyn* BC, *of in zyn verlengde aan* B, *het punt* E *te vinden*, *waar door* BE, *en de derde evenredige tot* BE *en* EC, *te zamen genomen*, *de kortste is*. Viv. App. Prob. 2.

Men vind BE wederom $\infty \sqrt{\frac{1}{3}bb}$, BC $\infty\, b$ zynde; en daarom kan de Constructie van hier boven mede hier toe dienen.

VIII. *In een gegeve lyn* BC, *en ook in zyn verlengde aan* B, *de punten* E E *te vinden*, *even ver van* B *af*, *waar door de Balk*, *van* BE, EC *kortste*, *en* EC *langste*, *de grootste is*.

Men vind dat het Vierkant van BE zo groot moet wezen als het derde deel van het Vierkant van BC.



IX. *Gegeven zynde een Kegelsnede* NC, *en een punt* A *in de Middellyn*: *een Applicata* CL *zodanig te trekken dat* AL + LC *de langste is*.

NA $\infty\, a$
NL $\infty\, x$
LC $\infty\, y$
L. Rect. $\infty\, r$

Zo is $a - x + y \infty n$, de *langste*.

In de *Parabole* is $yy \infty rx$, daarom is daar in

$$a - \frac{yy}{r} + y \infty n$$

$$\overline{\qquad\qquad\qquad} \; r$$

of $ar - yy + ry \infty rn$

$$\begin{matrix} 0 & 2 & 1 & 0 \end{matrix}$$

Vermenigvuldigt, komt $-2yy + ry \infty 0$,
of $y \infty \frac{1}{2}r$,
of $x \infty \frac{1}{4}r$.

In de *Ellipsis* en in de *Hyperbole*, stellende de Dwarse $\infty\, q$, zo is $qyy \infty rqx \mp rxx$, of $yy \infty rx \mp \frac{r}{q}xx$. Uyt $a - x + y \infty n$, is $yy \infty nn + xx + aa + 2nx - 2na - 2ax$: zo is dan

$rx \mp$

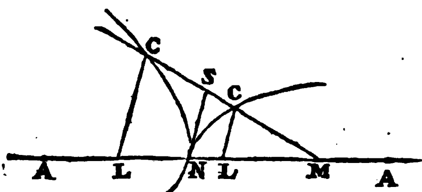
$$rx \mp \frac{r}{q}xx \infty nn + xx + aa + 2nx - 2na - 2ax$$
1 2 0 2 0 1 0 1

komt $rx \mp \frac{2r}{q}xx \infty 2xx + 2nx - 2ax$

$2x$ ———

of $\frac{1}{2}r \mp \frac{r}{q}x \infty x + n - a \infty y$

of $\frac{1}{2}qr \mp rx \infty qy$: of $\frac{1}{2}q \mp x / y // \frac{1}{2}q / \frac{1}{2}r$ zyn evenredig.



Hierom, M het middelpunt van beyde de Kromme zynde, en N haar beyder Top, en NS de helft van yders Rechtezyde, evenwydig gehaalt zynde aan haar beyder Applicata; zo trekt MS, deze, en zyn verlengde de Krommelynen snydende in de punten C C, zo haalt CL CL evenwydig aan NS: zo is AL + LC, in elke Kromme, de langste.

Uyt de vinding van C in de Ellipsis, blykt mede hoe men C zal vinden in een Rond. NS is daar in de Straal, en SNM recht.

X. *Het zelfde gegeven zynde: de Applicata* CL *zodanig te trekken dat daar door de Rechthoek van* AL *en* LC *de grootste is.*

In de *Parabole* is $ay - xy \infty nm$, de grootste

of $ay - \frac{y^3}{r} \infty nm$

of $ary - y^3 \infty rnm$

1 3 0

Vermenigv. komt $ary - 3y^3 \infty 0$,

of $ar \infty 3yy \infty 3rx$, of $x \infty \frac{1}{3}a$.

Op de *Ellipsis* en de *Hyperbole*. Laat in deze wederom M haar beyder middelpunt wezen; en gestelt werden AM ∞a, ML ∞x, LC ∞y, en de Dwarse $\infty 2q$; waar door wy hebben $2qyy \infty rqq - rxx$ in de Ellipsis, en $2qyy \infty rxx - rqq$ in de Hyperbole; of, in beyde, $xx \infty qq \mp \frac{2q}{r}yy$. Dan is AL $\infty a \pm x$ (+ in de Ellipsis,

AM ∞a
ML ∞x
CL ∞y
NM ∞q

en — in de Hyperbole) waar door wy hebben $ay \pm xy \infty nm$ de grootste; of $\pm xy \infty nm - ay$,

of $\pm x \infty \frac{nm}{y} - a$

———————————— $\sqrt{}$

of $xx \infty \frac{nnmm}{yy} - \frac{2anm}{y} + aa \infty qq \mp \frac{2q}{r} yy$

———————————— yy

of $nnmm - 2anmy + aayy \infty qqyy \mp \frac{2q}{r} y^4$

0 1 2 2 4

vermenigv. komt $- 2anmy + 2aayy \infty 2qqyy \mp \frac{8q}{r} y^4$

$-2ay$ ————————————

of $nm - ay \infty - \frac{qq}{a} y \pm \frac{4q}{ra} y^3 \infty \pm xy$

$-y$ ———————————— $\frac{1}{2}a$

dit $\frac{1}{2} qq \mp \frac{2q}{r} yy \infty \mp \frac{1}{2} ax$

van $qq \mp \frac{2q}{r} yy \infty xx$

————————

Rest $\frac{1}{2} qq \infty xx \pm \frac{1}{2} ax$

of $xx \infty \frac{1}{2} qq \mp \frac{1}{2} ax$

Anders. Door 't onbepaalt kleen; gebruykende de Regel op de reductie tot het onbepaalt kleen.

$ay \pm xy \infty nm$, de grootste

wegens f. 0 1

wegens g. 1 1, getallen na de Regel.

————————

Verm. komt $\mp fy$. Het Teken wegens de f omkerende, om

$ag \pm xg$. dat f en g van ongelyke Tekens zyn.

of $f \infty \frac{\pm ag + xg}{y}$.

Uyt de Kromme is $xx \infty qq \mp \frac{2q}{r} yy$

2 0 2, getallen na de Regel

————————

Verm. komt $- 2xf \infty \mp \frac{4q}{r} yg$

of $f \infty \pm \frac{2qyg}{rx}$

zo is dan $\frac{\pm ag + xg}{y} \infty \pm \frac{2qyg}{rx}$

$-g$ ———————————— xy

of $\mp ax - xx \infty \mp \frac{2q}{r} yy \infty xx - qq$

of $xx \infty \frac{1}{2} qq \mp \frac{1}{2} ax$, als voren.

Zo men dan uyt M, haar middelpunt, haalt MS rechthoekig op NA, zo lang als $\sqrt{\frac{1}{2}qq}$, en neemt MR, in MA, gelyk $\frac{1}{4}$ MA; en zo men dan RL zo lang neemt als RS, van A af in de Ellipsis, en na A toe in de Hyperbole; en trekt de Applicata LC: zo zal de ▭ ALC de grootste wezen. De Constructie op de Ellipsis past mede op het Rond, om dat men daar in mede heeft $xx \infty \frac{1}{2}qq - \frac{1}{2}ax$.

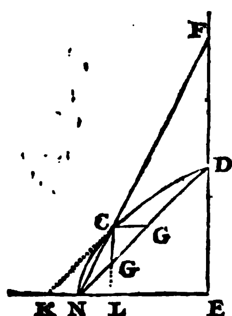
Aanmerking. Stelt men in de Ellipsis, en ook in het Rond, het gegeve punt A in Q, zo is $a \infty q$, of MR $\infty \frac{1}{4}q$, en daarom RS, of RL $\infty \sqrt{\frac{9}{16}qq}$, of $\infty \frac{3}{4}q$: dies is ML $\infty \frac{1}{2}q$; of L valt in het midden van MN. En dit is het geene *Vivianus* heeft van deze twee Kromme, in zyn 16 en 17 Werkstuk van het tweede Boek. Hier uyt is openbaar, *hoe men in deze twee de grootste Driehoek kan beschryven:* ook *hoe men uyt een gegeve Kegel een Parabole kan snyden die de grootste is* (het 19 Werkstuk) om dat de As van de Parabole een bepaalde overeenkoming heeft met de Perpendiculaar van de grootste Driehoek in het Rond, of in de Basis van de Kegel ingeschreven; en om dat de Parabole, en een zyde van deze Driehoek een gemeene grond hebben.

XI. *Gegeven* NCDN, *een Peesdeel van alle soorten en geslagten van Parabolen, daar af dat* NE *de Middellyn en* DE *de Applicata is: in dit Peesdeel* CG *te trekken, evenwydig aan* DE, *of aan* NE, *zodanig dat hy de langste is.*

NE ∞a
DE ∞b
NL ∞x
LC ∞y

Laat CK een rakende wezen in C, en CG verlengt werden tot aan de Midlyn in L; zo moet dan CK evenwydig wezen aan ND, zal CG, evenwydig aan NE de langste wezen, en bygevolg mede CG evenwydig aan DE.

Om dat in deze alle KL is $\infty \frac{t+s}{s}x$ (t de



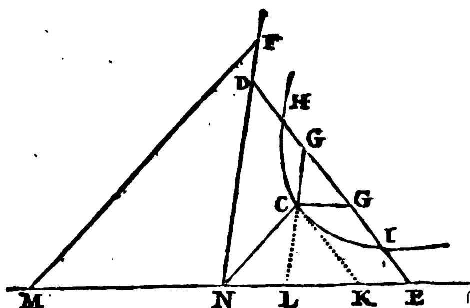
(t de Dimenſien van de Rechte zyden, en s die van de Tuſſenſchepte wezende) zo zyn dan evenredig

$$KL \frac{t+s}{s} x \, / \, CL\, y \, // \, NE\, a \, / \, ED\, b$$

en daarom is $\frac{t+s}{s} bx \infty ay$, of $\frac{tb}{s} x + bx \infty ay$ of $\frac{tb}{s} + b \, / \, a \, // \, y \, / \, x$ zyn evenredig.

Hierom, hebbende in de verlengde van ED aan D, genomen DF zo lang als $\frac{t}{s} b$, en gehaalt FN, ſnydende de Parabole in C; dan CG CG tot aan de Pees, en evenwydig aan DE en NE: zo is yder van deze de langſte die in dat Peesdeel op die wyze kan getrokken werden.

Is, van de gegeve Parabole, $r^3 xx \infty y^5$: zo is $t \infty 3$ en $s \infty 2$; en daarom DF gelyk $1\frac{1}{2}$ maal DE: en zo in de andere.



NE $\infty\, a$
ND $\infty\, b$
NL $\infty\, x$
LC $\infty\, y$

XII *Gegeven zynde* HCIH, *een Peesdeel van alle ſoorten en geſlagten van Hyperbolen, daar af dat* ND *en* NE *de Aſymptoti zyn: in de Kromme het Punt* C *te vinden, waar uyt getogen* CG *tot de Pees, evenwydig aan de Naderende* ND *of* NE, *zodanig dat hy de langſte is.*

Laat CK een rakende wezen in C, en GC verlengt zyn tot aan de Naderende NE in L, ook HI weerzyts tot in D en E.

Om dat CK evenwydig moet wezen aan HI, zal CG, gelykwydig aan NE, en by gevolg ook de andere CG, de langſte wezen.

Om

Om dat in deze alle KL is $\infty \frac{s}{t} x$; t de Dimensien van x, en s die van y zynde: daarom zyn

KL $\frac{s}{t} x$ / LC y // NE a / ND b, evenredig.

dies is $\frac{s}{t} bx \infty ay$; of $\frac{s}{t} b$ / a // y / x zyn gelykredig.

Hierom, genomen NF $\infty \frac{s}{t} b$, NM, in de verlengde NE aan N, zo lang als NE, gehaalt FM, en aan deze evenwydig NC, ſtotende de Kromme in C; dan CG CG gelykwydig aan NE en ND: zo is yder van deze de langſte die enz.

Is de gegeve Hyperbole zodanig dat xxy^3 is ∞r^5: zo is $t \infty 2$ en $s \infty 3$; en daarom NF gelyke $1\frac{1}{2}$ maal ND: en zo in de andere.

XIII. *Gegeven zynde de tweede Schulptrek der Oude, hier voren pagina* 31 *aangewezen, daar in dat het punt* E *loopt in een rechte lyn, en die een krul maakt: van deze krul het punt* C *te vinden dat op het verſte van de Middellyn* ANQ *af is.*

Stelle NE ∞v: zo zyn v / b // $a - v$ / x evenredig

dies is $\frac{ab - bv}{v} \infty x$

en $aa - 2av + vv - \frac{aabb - 2abbv + bbvv}{vv} \infty yy$, de grootſte

vv

$aavv - 2av^3 + v^4 - aabb + 2abbv - bbvv \infty yyvv$

0 +1 +2 −2 −1 0 0

komt $-2av^3 + 2v^4 + 2aabb - 2abbv \infty 0$, gedeelt door $2v - 2a \infty 0$, komt $v^3 - abb \infty 0$, of $v^3 \infty abb$.

Daarom, hebbende in de lyn daar E in loopt, genomen AI $\infty \frac{1}{2}$ AN, en getrokken een Parabole door I als Top, op IA als As, met AN als Rechtezyde, ſnydende de Kring die uyt H, het midden van AQ, getrokken werd door I, in V; zo haalt VR evenwydig AI, en uyt N met RA als Straal een Boog, ſnydende AI in E; dan

ENC: zo is C het punt dat op het verste van AQ af is.

Anders. Hier voren is de Onderlootlyn LZ op deze gevonden $\infty \frac{-aabx+s^3x}{s^3}$: en om dat de Teller van deze is gelyk de Noemer van de Onderraaklyn KL, gelyk men zien kan uyt de Vergelyking van de de derde Regel met de eerste; zo is dan de Noemer van de Onderraaklyn KL $\infty - aabx + s^3x$; deze ∞ o stellende, zo is KL van een oneyndige lengte (9 V.) of KC is evenwydig aan AQ (16 V.) of C is dan op het verste van AQ af. Stellende dan $-aabx + s^3x \infty 0$, zo heeft men $s^3 \infty aab$; dies vind men het zelfde punt C, makende AI $\infty \frac{1}{2}$ AQ, nemende H in het midden van AN, en de Rechtezyde van de Parabole zo lang als AQ: dan uyt H door I getogen een Kring, snydende de Parabole in V: zo zal de lyn uyt V getrokken evenwydig aan AI, de gegeve Kromme snyden in het begeerde punt C. Overeenkomende met de Constructie van *Kinkhuysen*.

XIV. *Gegeven zynde de Schulptrek die daar aan volgt, waar in het punt* E *bewogen werd in de Omtrek van een Rond: daar in het punt* C *te vinden dat de grootste afstand heeft van de Middellyn* NQ.

Stelle NC $\infty\ v$, zo zyn $b \,|\, v \pm a \,||\, v \,|\, x$ evenredig

dies is $\frac{vv \pm av}{b} \infty x$

$$\overline{}\ \surd$$

en daarom $vv - \frac{v^4 \pm 2av^3 + aavv}{bb} \infty yy$ de *grootste*.

$$\overline{}\ bb$$

of $bbvv - v^4 \mp 2av^3 - aavv \infty bbyy$

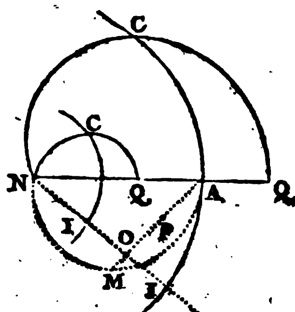
$$2 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \quad 0$$

$4vv$ ———————————— verm.

komt $\frac{1}{2}bb - vv \mp 1\frac{1}{2}av - \frac{1}{2}aa \infty 0$

of $v \infty \mp \frac{3}{4}a + \surd . \frac{1}{16}aa + \frac{1}{2}bb$

waar uyt wy hebben deze

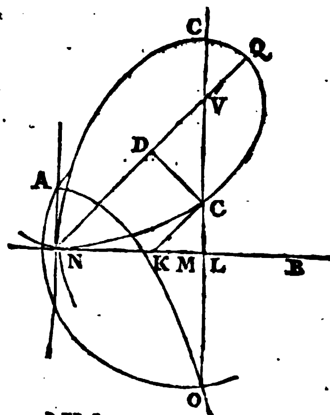


Constructie. Zoekt M in het midden van de halve kring NMA, en haalt MA: neemt daar in MP ∞ AQ, en MO $\infty \frac{1}{4}$ AQ, en trekt NO: neemt daar in OI OI yder ∞ OP: dan haalt bogen uyt N door I, I: deze snyden de Kromme in de begeerde punten C C, welke op het verste van AQ af zyn.

Anders. De Teller van de Onderlootlyn LZ, of de Noemer van de Onderraaklyn KL, is hier voren gevonden op $\pm \frac{1}{4}ab + \frac{1}{2}bs - xs$: dit ∞ o stellende, zo heeft men $xx - bx + \frac{1}{4}bb$, $ss \infty \frac{1}{16}aabb$: en om dat ss is $\infty \frac{1}{4}aa + bx$,

zo heeft men $x \infty -\frac{\frac{1}{8}aa}{b} + \frac{1}{2}b \pm \sqrt{\frac{\frac{1}{64}a^4}{bb} + \frac{1}{4}aa}$.

overeenkomende met het geene *Kinkhuyssen* vind, en daarom dient ook zyne Constructie.



NM $\infty \frac{1}{3}n$
NL ∞x
LC ∞y

XV. *Gegeven zynde de Kromme van* Cartesius, *daar in* $y^3 + x^3 \infty nxy$ *is: in deze het punt* C *te vinden dat op het verste van* NB *af is.*

$$y^3 + x^3 \infty nxy$$
$$\begin{array}{ccc} 0 & 3 & 1 \end{array}$$
$$\overline{}$$
$$3xx \infty ny,$$
$$\text{of } y \infty \frac{3xx}{n}$$

en daarom $\frac{27x^6}{n^3} + x^3 \infty 3x^3$

of $x \infty \sqrt{C.\frac{2}{27}n^3}$

Constructie. Hebbende op NM $\infty \frac{1}{3}n$, gestelt NA rechthoekig, en half zo lang; en beschreven een Parabole door A als Top, op AN als As, met NM als Rechtezyde, snydende de Kring getogen uyt M door A in O, en getrokken OLC rechthoekig door NB, snydende het bovenste gedeelte van de Kromme in C: zo is C het punt dat op het verste van NB af is.

XVI. *Maar*

XVI. *Maar wil men C in deze Kromme hebben dat de grootste afwyking heeft van de As* NQ:

Zo moet men de Æquatie veranderen, om onze vorige manier te konnen gebruyken, dewyl de gegeve Æquatie aanwyst de betrekking van yder punt der Kromme op NB, en wy moetenze dan hebben op NQ, die met NB een halve rechte hoek maakt als NLC recht is, om dat x en y in de Æquatie evenéens gevonden werd.

Aanmerkende dan CD rechthoekig op NQ, en stellende nu ND $\infty\, x$ en DC $\infty\, y$, zo is NV $\infty\, x+y$, en daarom LN en LV yder $\infty\, \frac{x+y}{\sqrt{2}}$: en om dat CV $\infty\, y\sqrt{2}$ is, zo is dan CL $\infty\, \frac{x-y}{\sqrt{2}}$: dit vermenigvuldigt met NL $\infty\, \frac{x+y}{\sqrt{2}}$, komt, $\frac{xx-yy}{2}$: nog met n, komt $\frac{nxx-nyy}{2}$ in plaats van nxy.

De Cubicq van NL is $x^3+3xxy+3xyy+y^3$ door $2\sqrt{2}$: in plaats van x^3.

De Cubicq van LC is $x^3-3xxy+3xyy-y^3$ door $2\sqrt{2}$: in plaats van y^3.

Vergaart, komt $\frac{2x^3+6xyy}{2\sqrt{2}}$, in plaats van y^3+x^3.

Zo is dan $\frac{2x^3+6xyy}{2\sqrt{2}} \infty \frac{nxx-nyy}{2}$

of $2x^3+6xyy \infty nxx\sqrt{2}-nyy\sqrt{2}$

3 1 2 0

Verm. komt $6x^3+6xyy \infty 2nxx\sqrt{2}$

of $yy \infty -xx+\frac{1}{3}nx\sqrt{2}$. Dit in de bovenstaande Æquatie gestelt in plaats van yy.

Men vind $4x^3 \infty \frac{2}{3}nnx$, of $x \infty \sqrt{\frac{1}{6}nn}$, voor de lengte die ND moet hebben zal DC op zyn grootste wezen; het zelfde zynde dat de *Hr. J. Hudde* vind, als te zien is in de Mathematische Oeffening van *Fr. van Schoten*, pagina 462, en uyt gewerkt pagina 467, op een andere manier, overeenkomende met het geene een gevolg is van dat *Cartesius* gevonden heeft.

Wil men dit laatste ontbinden door 't onbepaalt kleen, stellende f zo groot te wezen als g, of door de Onderrakende KL, nemende die zo lang als LC, op dat CK een evenwydige

wydige is aan NQ, men zal veel moeyten hebben om het punt C te vinden:

Want, LK $\infty \frac{3y^3 - nxy}{-3xx + ny} \infty y$ ſtellende, zo heeft men

$3y^3 \infty -3xxy + nxy + nyy$ A

ook is $3y^3 \infty -3x^3 + 3nxy$ uyt de gegeve Æquatie

zo is dan $-3xxy + nxy + nyy \infty -3x^3 + 3nxy$

of $nyy \infty -3x^3 + 3xxy + 2nxy$

of $3nyy \infty -9x^3 + 9xxy + 6nxy$

A door y en met n, komt $3nyy \infty -3nxx + nnx + nny$

zo is dan $-9x^3 + 9xxy + 6nxy \infty -3nxx + nnx + nny$

of $y \infty \frac{9x^3 - 3nxx + nnx}{9xx + 6nx - nn}$: in 't Vierkant,

komt $\frac{81x^6 - 54nx^5 + 27nnx^4 - 6n^3x^3 + n^4xx}{81x^4 + 108nx^3 + 18nnxx - 12n^3x + n^4}$ gelyk

aan $-xx + \frac{1}{3}nx + \frac{3nx^3 - nnxx + \frac{1}{3}n^3x}{9xx + 6nx - nn}$, uyt A door $3y$.

Alles met de grootſte Noemer gemultipliceert, komt

$81x^6 - 54nx^5 + 27nnx^4 - 6n^3x^3 + n^4xx \infty -81x^6 - 54nx^5 + 27nnx^4 + 12n^3x^3 - 2n^4xx$,

of $162x^6 - 18n^3x^3 + 3n^4xx \infty 0$

of $x^4 - \frac{1}{9}n^3x + \frac{1}{54}n^4 \infty 0$, gelyk *Carteſius* vind

Hier uyt geformeert de Cubicq Æquatie, komt $z^6 - \frac{2}{27}n^4zz - \frac{1}{81}n^6 \infty 0$: deze is deelbaar door $zz - \frac{1}{3}nn \infty 0$: dies is $z \infty n\sqrt{\frac{1}{3}}$. En dewyl een van de Vierkante Æquatien, waar door x^4 &c. deelbaar is,

is $xx - zx + \frac{1}{2}zz - \frac{\frac{1}{9}n^3}{2z} \infty 0$

zo is dan $xx - nx\sqrt{\frac{1}{3}} + \frac{1}{6}nn - \frac{nn}{6\sqrt{3}} \infty 0$, of $xx \infty nx\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{1}{6}nn + \frac{nn}{6\sqrt{3}}$,

of $xx \infty x\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{1 - \sqrt{\frac{1}{3}}}{6}$: $n \infty$ d'eenheit nemende

Waar uyt volgt, is de Kromme gegeven, deze

Conſtructie. Maakt op NB ∞ n, een Halfrond; neemt daar in BE $\infty \frac{1}{3}$BN, trekt de Lootlyn ED, en meet af BI ∞ BD: zo is NI $\infty 1 - \sqrt{\frac{1}{3}}$. Dan maakt NH $\infty \frac{1}{6}$ NI, haalt de hangende HF, en op NG $\infty \frac{1}{2}$ BI, beſchryft een Halfrond, daar in genomen NO ∞ NF, en

I GL

GL GL yder ∞ GO, en getogen de Toegepaste LC LC: zo zyn CC twee punten die op het verste van NQ af zyn.

Maar de Kromme niet gegeven zynde,

Zo moet men hen vinden gelyk *des Cartes* gedaan heeft, nemende NLC recht.

$$xx \text{ is } \infty\, nx\sqrt{\tfrac{1}{3}} - \tfrac{1}{6}nn + \frac{nn}{6\sqrt{3}}.$$

of $x \;\infty\; n\sqrt{\tfrac{1}{12}} + \sqrt{.\,\frac{nn}{6\sqrt{3}} - \tfrac{1}{12}nn} \;\infty$ NL, de grootste.

of $x \;\infty\; n\sqrt{\tfrac{1}{12}} - \sqrt{.\,\frac{nn}{6\sqrt{3}} - \tfrac{1}{12}nn} \;\infty$ NL, de kleenste.

deze twee van elkander getrokken

Rest $2\sqrt{.\,\frac{nn}{6\sqrt{3}} - \tfrac{1}{12}nn} \;\infty$ LL, of CP

of $\sqrt{.\,\frac{2nn}{3\sqrt{3}} - \tfrac{1}{3}nn}$

$\overline{\qquad\qquad\qquad}\sqrt{2}$

of $\sqrt{.\,\frac{4nn}{3\sqrt{3}} - \tfrac{2}{3}nn} \;\infty$ CC, 't begeerde,

zo *des Cartes* vind.

Wy zullen hier byvoegen de vinding van het punt eener Kromme, daar hy een keer neemt in zyn bogt eer hy aan de Middellyn komt, alwaar zulx gemeenlyk geschiet.

Gelyk in de Kromme van *Slusius*, Pagina 43 aangetekent; het punt D, die eerst, van A afterekenen, met zyn bult na AB toe gekeert was, in D verandert, en keert zyn bult van AB af, gelyk zulx aldaar is aangewezen. Wy hebben wel gezegt dat D aldaar in de Kromme was als AC is gelyk $\tfrac{1}{3}$AB, maar wy hebben de vinding daar van niet aangewezen: laten wy dan nu zulx onderstaan.

't Is kenlyk dat in dit geval, uyt een zelfde punt P, twee Raaklynen tot de Kromme zullen konnen getrokken werden, een tot de bult die na AB neygt, en een tot de bult die van AB afziet: of, zo D het keerpunt is; een die de Kromme raakt tusschen A en D, en een ander die hem raakt tusschen D en B.

AP

AP dan als bepaalt aanmerkende, zo heeft AC twe'erley lengte, en dat zo lang tot dat D komt in het keerpunt, wanneer deze ongelyke AC en AC gelyk werden, of de lynen DC en DC in elkander vallen.

Zo moet dan, in de Æquatie AP, of $z \propto \frac{ax - 2xx}{2a - 3x}$, of $2az - 3xz \propto ax - 2xx$, de x hebben twee gelyke lengtens, of wortelen, zal de x aanwyzen het begeerde punt C.

daarom, $2az - 3xz \propto ax - 2xx$, gemultipliceert

met $\quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 2$

en ook met $\quad -1 \quad 0 \quad 0 \quad +1$,

zo hebben wy $\quad -3xz \propto ax - 4xx$

en ook $\quad -2az \propto -2xx$

door welke twee men vind $x \propto \frac{1}{3}a$, voor AC wanneer D in het keerpunt is

Deze omkering der Bult heeft mede plaats in de eerste Schulptrek van *Nicomedes*, Pagina 31 aangetekent; waar in, van Q af te rekenen, eerst de bult van AB afgekeert is, en daar na na AB toe, waar door uyt een zelfde punt K, in de verlengde van AQ aan Q zynde, mede twee Raaklynen konnen getrokken werden, gelyk *Kinkhuysen* ook gedenkt, waar door KL, of NL, of AL mede heeft twee ongelyke lengtens, welke gelyk zullen werden als C in het keerpunt komt.

Laat ons nu AL $\propto x$ stellen in plaats van NL, zo heeft men op deze Kromme

$$-aabb - 2aabx - aaxx + bbxx + 2bx^3 + x^4 + xxyy \propto 0:$$

hier door vind men volgens de 1 Regel op de Raaklynen

$$KL \propto \frac{xxyy}{-aab - aax + bbx + 3bxx + 2x^3 + xyy}$$

de yy weg reducerende door middel van de gegeve Æquatie, men heeft $KL \propto \frac{aabbx + 2aabxx + aax^3 - bbx^3 - 2bx^4 - x^5}{aabb + aabx + bx^3 + x^4}$,

De Teller en Noemer beyde delende door $b + x$,

men heeft $KL \propto \frac{aabx + aaxx - bx^3 - x^4}{aab + x^3}$, hier by x,

men heeft $AK \propto \frac{2aabx + aaxx - bx^3}{aab + x^3} \propto v$

of $2aabx + aaxx - bx^3 \propto aabv + x^3v$

$\quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 0 \quad 3$

$\quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad -3 \quad 0$ vermenigv.

komt $\quad 2aabx + 2aaxx - 3bx^3 \propto +3x^3v$

en $\quad -4aabx - aaxx \propto -3aabv$

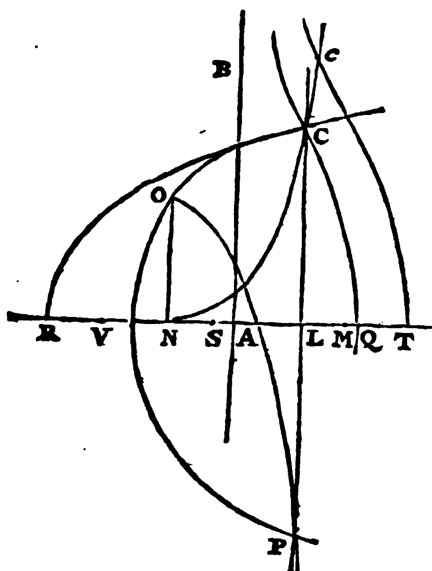
 door

door deze twee Æquatien de v weg genomen, men heeft

$$\frac{-4bx^3 - x^4 + 2aabb + 2aabx - 3bbxx \infty 0}{b+x}$$

of $-x^3 - 3bxx + 2aab \infty 0$

of $z^3 \infty 3bbz + 2aab - 2b^3$, de tweede Term wegnemende, en dan is $z \infty x + b$, dat is $z \infty$ NL



Constructie. Hebbende in de verlengde NQ aan N genomen NV gelyk NA, en in de zelve VM, ter rechterzyde van V, VM zo lang als de derde evenredige tot NA en AQ, en NQ rechthoekig op NQ gehaalt zo lang als VA, en gemaakt een Parabole waar van dat O de Top is, NO de As, en NA de Rechtezyde; en ook een Rond uyt M door O getrokken, snydende de Parabole in P, en gehaalt uyt P een rechthoekige door AQ: deze de Schulptrek snydende in C, zo zal C het begeerde keerpunt wezen, om dat NL is ∞z, of AL ∞x.

Anders. Indien men door de Æquatie

$$-x^3 - 3bxx + 2aab \infty 0,$$

welke het punt L bepaalt, wegneemt, uyt de bovenstaande Æquatie op de Schulptrek, de termen $-aabb$ en $+x^4$, en het komende door xx divideert, zo heeft men $-\frac{1}{2}bb - aa - 1\frac{1}{2}bx + yy \infty 0$,

of $yy \infty \frac{1}{2}bb + aa + 1\frac{1}{2}bx$, *een Parabole*,

waar van AL is de x, en LC de y: dies vind men het punt C mede alwaar deze Parabole de Schulptrek komt te snyden. Deze werd beschreven uyt R als Top, op RA als As, met $1\frac{1}{2}$maal NA als Rechtezyde: vindende R nemende AS $\infty \frac{1}{3}$ AN, en makende SR $\infty \frac{\frac{2}{3}aa}{b}$, of $\frac{2}{3}$ VM.

Nog anders. Door deze laatste Æquatie is $aa \infty -\frac{1}{2}bb - 1\frac{1}{2}bx + yy$ (met $2b$ gemultipliceert) of $2aab \infty -b^3 - 3bbx + 2byy$; dit

dit laatste gestelt in de Æquatie $-x^3 - 3bxx + 2aab \infty 0$, in plaats van $2aab$, komt $-x^3 - 3bxx - b^3 - 3bbx + 2byy \infty 0$,

of $x^3 + 3bxx + 3bbx + b^3 \infty 2byy$

of ($z \infty x + b \infty$ NL) $z^3 \infty 2byy$, een Parabole van het tweede geslagt, waar van de Cubiquen der Applicaten evenredig zyn met de vierkanten van de Intercepten, wiens Rechtezyde is $\infty 2b$, dat is gelyk NO, welkers Top is N, en As NO. Deze gaat mede door het keerpunt C; niet alleen van deze Schulptrek, maar ook van alle andere die N tot Centrum, en AB tot Regel hebben, om dat de quantiteyt a, dat is de lengte van AQ, in deze Æquatie niet ingesloten is, die overzulx mag genomen werden na believen. T c dan een andere Schulptrek wezende, waar van N mede het Centrum, en AB de Regel is; deze de gezeyde Parabole snydende in c, zo is c het keerpunt van deze Kromme. Siet hier van *Slusius* Pagina 119, 120, 121.

Stelkunstige Ontknoping

Het II Boek.

Van de

KROMLINISCHE PLAATZEN.

I Deel.

Vinding van de Kromlinische Plaatzen.

De vinding der Plaatzen, eygentlyk genomen, is by ons niet anders als de Ontbinding der onbepaalde Æquatien, waar van de onbekende hoegrootheden, rechte lynen afbeeldende, met een gegeve hoek aan een gebonden zyn. En gelyk het van een lastige arbeyt zoude wezen, Regelen te vinden, waar door men de bepaalde vergelykingen zoude konnen oplossen, die hoger opklimmen als tot die van vier Dimensien, zo zou het ook in deze onbepaalde zyn, indien men daar in verder wilde gaan als tot die van twee Afmetingen: en hierom zullen wy ook alleenlyk de Plaats leren vinden van Æquatien waar in de onbekende maar zyn van twee Dimensien. Wy beginnen van deze, om dat die van een Afmeting, waar in de Plaats een rechte lyn is, alrede verhandelt zyn in onze Inleyding tot de Wiskunst Pagina 263: ook is 'er alree iets gezegt van die van twee Dimensien Pagina 344, dog allèen van zodanige waar in de Plaats een Kring is. En om dat 'er nog verscheyde andere vergelykingen zyn, mede van twee Dimensien, waar van de Plaats valt, of in een Parabole, of in een Ellipsis, of in een Hyperbole; en om dat, deze drie Kromme daar by nemende, men de plaats heeft passende op alle zodanige Æquatien, zo zal 't niet ondienstig wezen deze hier ter plaatze nog te verhandelen.

Op twee onderscheydene manieren kan men dit verrichten; een waar in men alles vind zonder eenige studie, toestellende op yder geval van de gezeyde Krommelynen Æquatien; waar door men dan niet anders te doen heeft, een Æquatie hebbende wiens plaats men begerig is te vinden, als een Æquatie op te zoeken uyt de opgemaakte, die met deze overeen komt in Termen en in Tekens; en deze met elkan-

elkander vergelykende, zoeken de hoegrootheden van de quantiteyten die afbeelden de lynen dewelke nodig zyn tot de opmaking van zodanigen figuur, die past op die Æquatie waar mede men de zyne vergeleken heeft: maar dit is een Methode waar toe men van noden heeft die Schrifture waar in deze Æquatien en figuren vervat zyn.

De andere manier heeft meerder opmerking van noden: ze vind de gezeyde lynen, die tot opmaking van de figuur dienstig zyn, met x, of y, of iets anders gelyk nul te nemen, of ook wel x of y gelyk aan een bepaalde quantiteyt te stellen, gelyk in 't gevolg zal blyken.

Beyde de manieren zyn wy voornemens te verhandelen: om reden dat de eerste kan dienen om de begeerde plaats te vinden op een gemakkelyke wyze, wanneer men juyst niet gedisponeert is om de tweede te gebruyken; en de tweede om dat men als dan aan de voornoemde Schrifture niet gebonden is; en ook om dat het van meerder achting is een zaak te verrichten by wyze van vinding.

De eerste hebben wy wydlopig verhandelt in onze particuliere Algebra: maar om dat dit Boek niet wel meer te bekomen is, en nu niet licht zal herdrukt werden, om dat de Inleyding is uytgekomen, daarom zullen wy, tot voldoening van die geene welke dit Boek niet hebben, die Methode hier wederom verhandelen, dog zo kort, en echter genoeg tot verstaning, dat het by na geen plaats in dit werk zal beslaan, en by gevolg dat het als een toegift kan aangemerkt werden.

I. HOOFDSTUK.

Vinding der plaatzen door opgemaakte Æquatien.

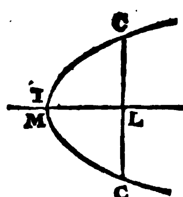
TAFEL van de ÆQUATIEN
op de Kegelsneeden

IL ∞ x, vervolgende na de rechter zyde op $+x$,
en na de linker zyde op $-x$.

LC ∞ y, opwaarts lopende voor $+y$, en
neerwaarts lopende voor $-y$.

IM ∞ s

r de Rechtezyde

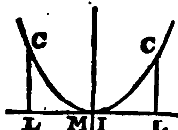


Op de PARABOLE

In deze is M de Top.

1. als x, of IL is de Middellyn en y, of LC is de Applicata

	de Top	de Parabole omlopende
I. $y \infty \pm\sqrt{.\, rx}$	: M *in* I	: na de *rechter zyde*
II. $y \infty \pm\sqrt{.\, rx - rs}$	: M ter *rechter zyde* van I	: na de *rechter zyde*
III. $y \infty \pm\sqrt{.\, rs - rx}$	: M ter *rechter zyde* van I	: na de *linker zyde*
IV. $y \infty \pm\sqrt{.\, rx + rs}$	: M ter *linker zyde* van I	: na de *rechter zyde*

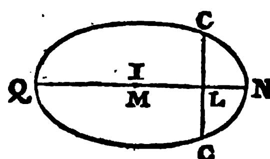


2. als x, of IL evenwydig is aan de Applicata, en y, of LC evenwydig is aan de Middellyn.

	de Top	de Parabole omlopende.
V. $x \infty \pm\sqrt{.\, ry}$	: M *in* ... I	: *opwaarts.*
VI. $x \infty \pm\sqrt{.\, ry - rs}$	: M *boven* I	: *opwaarts.*
VII. $x \infty \pm\sqrt{.\, rs - ry}$	: M *boven* I	: *neerwaarts.*
VIII. $x \infty \pm\sqrt{.\, ry + rs}$	: M *onder* I	: *opwaarts.*

Op de ELLIPSIS en het ROND.

In deze is M de Midstip, N en Q de Toppen.



MN, of MQ $\infty\, q$

In het *Rond* is ILC *Recht*, en $r \infty 2q$

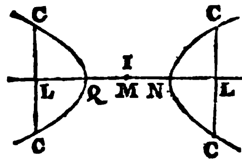
x, of IL is in de Middellyn, en

y, of LC is de Applicata.

		de Midstip
I. $y \infty \pm\sqrt{.\, \frac{1}{2}rq - \frac{r}{2q}xx}$	: Ellipsis	M *in* I.
$y \infty \pm\sqrt{.\, qq - xx}$	: Rond —	
II. $y \infty \pm\sqrt{.\, \frac{1}{2}rq - \frac{rss}{2q} + \frac{rs}{q}x - \frac{r}{2q}xx}$	: Ellipsis	M ter *rechter zyde* van I.
$y \infty \pm\sqrt{.\, qq - ss + 2sx - xx}$	: Rond —	
III. $y \infty \pm\sqrt{.\, \frac{1}{2}rq - \frac{rss}{2q} - \frac{rs}{q}x - \frac{r}{2q}xx}$	: Ellipsis	M ter *linker zyde* van I.
$y \infty \pm\sqrt{.\, qq - ss - 2sx - xx}$	: Rond —	
IV. $y \infty \pm\sqrt{.\, rx - \frac{r}{2q}xx}$	: Ellipsis	M ter *rechter zyde* van I, en de Top Q in I.
$y \infty \pm\sqrt{.\, 2qx - xx}$	: Rond —	

Op

Op de HYPERBOLE en de *Middellyn.*



In deze is M de Midſtip, N en Q de Toppen.

MN, of MQ ∞q.

1. Als x, of I L is in de Middellyn, en y, of LC is de Applicata.

de Midſtip

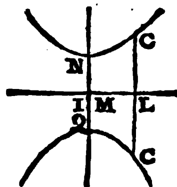
I. $y \infty \pm\sqrt{.} - \frac{1}{2}rq + \frac{r}{2q}xx$ ....: M *in* I

II. $y \infty \pm\sqrt{.} - \frac{1}{2}rq + \frac{rss}{2q} - \frac{rs}{q}x + \frac{r}{2q}xx$: M ter *rechterzyde* van I.

III. $y \infty \pm\sqrt{.} - \frac{1}{2}rq + \frac{rss}{2q} + \frac{rs}{q}x + \frac{r}{2q}xx$: M ter *linkerzyde* van I.

IV. $y \infty \pm\sqrt{.} - rx + \frac{r}{2q}xx$ ....: M ter *rechter zyde* van I, en Q *in* I.

V. $y \infty \pm\sqrt{.} + rx + \frac{r}{2q}xx$ ....: M ter *linker zyde* van I, en N *in* I.



2. Als x, of I L is evenwydig aan de Applicata, lopende door de Midſtip,
en y, of LC is evenwydig aan de Middellyn.

de Midſtip

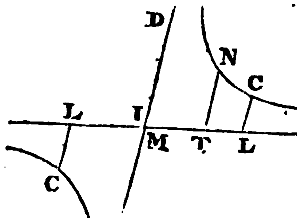
VI. $y \infty \pm\sqrt{.}\, qq + \frac{2q}{r}xx$ ....: M *in* I.

VII. $y \infty \pm\sqrt{.}\, qq + \frac{2qss}{r} - \frac{4qs}{r}x + \frac{2q}{r}xx$: M ter *rechter zyde* van I.

VIII. $y \infty \pm\sqrt{.}\, qq + \frac{2qss}{r} + \frac{4qs}{r}x + \frac{2q}{r}xx$: M ter *linker zyde* van I.

Op de HYPERBOLE en zyn *Aſymptoti.*

In deze zyn MD en MT de Aſymptoti, te zamen komende in M, de Midſtip.



MT ∞k, is in de eene Aſymptótus
TN ∞m, is evenwydig aan de andere Aſymptotus.

1. Als x, of I L is in de eene Aſymptotus MT. en y, of LC is evenwydig aan de andere Aſymptotus MD.

de Midſtip.

I. $y \infty \frac{km}{x}$: M *in* ....I : T aan de *rechter zyde* van M.

II. $y \infty \frac{km}{x-s}$: M ter *rechter zyde* van I : T aan de *rechter zyde* van M.

III. $y \infty \frac{km}{x+}$: M ter *linker zyde* van I : T aan de *rechter zyde* van M.

IV. $y \infty \frac{km}{s-x}$: M ter *rechter zyde* van I : T aan de *linker zyde* van M.

2. Als x, of IL is evenwydig aan de eene Asymptotus MT, en y, of LC is evenwydig aan de andere Asymptotus MD.

de Midstip.

V. $x \infty \frac{km}{y}$: M in ... I: TN *opwaarts.*

VI. $x \infty \frac{km}{y-s}$: M boven I: TN *opwaarts.*

VII. $x \infty \frac{km}{y+s}$: M onder I: TN *opwaarts.*

VIII. $x \infty \frac{km}{s-y}$: M boven I: TN *neerwaarts.*

Het gebruyk van deze Æquatien.

Heeft men een gereduceerde hoegrootheit, wiens Plaats dat men begeert te vinden door middel van de aangetekende Æquatien en Figuren waar op zy passen, als

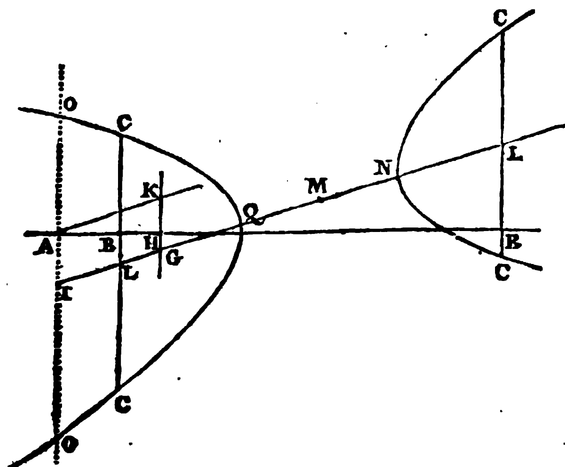
hebbende $y \infty + \frac{p}{a} x - n \pm \sqrt{.\, bb - cx + \frac{g}{v} xx}$,

zo zoekt een Æquatie uyt de aangetekende, die met het Surdische van dit overeenkomt in *Tekens*, in *Termen*, en in de *Dimensien van x*, men vind

$$y \infty \pm \sqrt{.\, -\tfrac{1}{2} rq + \frac{rss}{2q} - \frac{rs}{q} x + \frac{r}{2q} xx}:$$

Het II geval van de Hyperbole op de Middellyn, waar in x loopt in de Middellyn, en y de Applicata is.

Om dat by de gegeve Æquatie is een Rationale quantiteyt $+ \frac{p}{a} x - n$, en dit de plaats is van een rechte lyn, zo zoekt



eerst deze (A het begin van x, AB ∞ x, en BC ∞ y) nemende AH ∞ a, HK, evenwydig BC, ∞ p; KG ∞ n, neerwaarts.

waarts, en getogen door G een gelykwydige aan AK, snydende de evenwydige aan BC, door A getrokken, in I: zo is deze IG de plaats van $+\frac{p}{a}-x$, hier afgebeelt werdende door BL. Deze IGL is dan de Middellyn van de begeerde Hyperbole. En om dat deze Middellyn niet die lyn is waar in dat de x loopt, maar een andere, die eygentlyk afgebeelt werd door $\frac{ex}{a}$ (AK $\infty\, e$ stellende) zo moet men in de Æquatie uyt de Tafel, in plaats van x, die daar in de Middellyn is, stellen $\frac{ex}{a}$,

men heeft $y \infty \pm \sqrt{.} -\frac{1}{2}rq+\frac{rss}{2q}-\frac{ers}{aq}x+\frac{er}{2aaq}xx.$

Nu de vergelyking doende van de gelyknamige Termen,

men heeft $\frac{rss}{2q}-\frac{1}{2}rq \infty bb : \frac{ers}{aq} \infty c :$ en $\frac{eer}{2aaq} \infty \frac{t}{v}.$

Drie Æquatien zynde, waar door men heeft te vinden drie onbekende s, q, r, welke dienstig zyn tot de making van de Figuur. De reductie doende, men vind

s, of IM $\infty \frac{ccv}{2at}$:

q, of MN, of MQ $\infty \frac{e}{a}\sqrt{.}\frac{ccvv}{4tt}-\frac{bbv}{t}$:

en r, de Rechtezyde, $\infty \frac{2at}{ev}\sqrt{.}\frac{ccvv}{4tt}-\frac{bbv}{t}$, of $\infty \frac{2aatq}{eev}$.

En om dat dit tweede geval aanwyst dat M valt ter rechter zyde van I, zo moet men, in de Middellyn IL, afmeten IM, ter rechter zyde van I, zo lang als $\frac{ccv}{2at}$; en dan, in de zelve Middellyn, MN en MQ, ter rechter en ook ter slinker zyde van M, yder zo lang als $\frac{e}{a}\sqrt{.}\frac{ccvv}{4tt}-\frac{bbv}{t}$; en beschryven een Hyperbole door N als Top, op NI als Middellyn, met NIA als beweeglyke hoek, met NQ als Dwarse, en met $\frac{2at}{ev}\sqrt{.}\frac{ccvv}{4tt}-\frac{bbv}{t}$ als Rechtezyde (of die tot QN is als aat tot eev) en ook zyn tegengestelde: deze beyde zyn de plaats van het punt C, passende op de gegeve Æquatie, wanneer $\frac{ccvv}{4tt}$ groter is als $\frac{bbv}{t}$, of ccv grooter als $4bbt$.

Maar ingeval, dat $4bbt$ groter is, als ccv, of $\frac{bbv}{t}$ groter als $\frac{ccvv}{4tt}$, zo moet men de vergelyking maken met

$y \infty \pm \sqrt{.} + qq + \frac{2qss}{r} - \frac{4qs}{r}x + \frac{2q}{r}xx,$

Het VII Geval van de Hyperbole, in de welke de x evenwydig loopt aan de Applicata, en door de Midstip, en de y evenwydig aan de Middellyn: of eygentlyk met

$$y \propto \pm \sqrt{.} + qq + \frac{2qss}{r} - \frac{4eqs}{ar}x + \frac{2eeq}{aar}xx,$$

Stellende $\frac{ex}{a}$ voor x, om reden als voren: zo hebben wy

$$qq + \frac{2qss}{r} \propto bb: \frac{4eqs}{ar} \propto c: \text{ en } \frac{2eeq}{aar} \propto \frac{t}{v}.$$

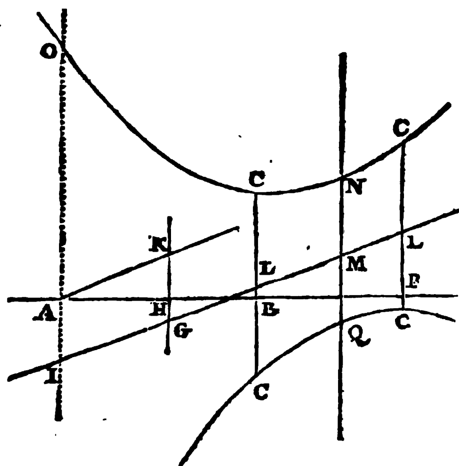
daar door vind men

s, of IM $\propto \frac{ccv}{2at}$, als voren:

q, of MN, of MQ $\propto \sqrt{.}\, bb - \frac{ccv}{4t}$:

en r, de Rechtezyde, $\propto \frac{2eev}{aat}\sqrt{.}\, bb - \frac{ccv}{4t}$: of $\propto \frac{2eevq}{aat}$.

Nu moet $4bbt$ groter wezen als ccv.



Genomen hebbende in IG, ter rechter zyde van I, IM $\propto \frac{ccv}{2at}$; zo haalt door M een evenwydige aan HK, daar in nemende MN en MQ, op en neerwaarts, yder $\propto \sqrt{.}\, bb - \frac{ccv}{4t}$: dan beschryft door N en door Q als Toppen, Hyperbolen, waar van de Rechtezyde is $\propto \frac{2eev}{aat}\sqrt{.}\, bb - \frac{ccv}{4t}$, hebbende AIL voor beweeglyke hoek: zo zyn beyde deze Krommelynen de plaats van het punt C, passende op de gegeve Æquatie wanneer $4bbt$ groter is als ccv.

Is gegeven $y \propto + \frac{p}{a}x - n \pm \sqrt{.} - bb + cx - \frac{t}{v}xx$,

Zo moet men het Surdische van hen vergelyken met het II geval van de Ellipsis: en daar in $\frac{ex}{a}$ stellende in plaats van x, men heeft

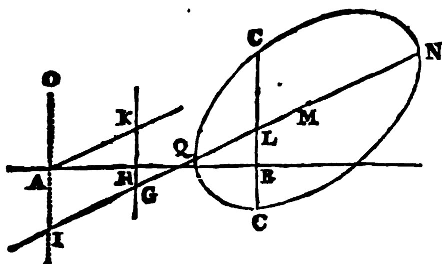
$$y \propto \pm \sqrt{.}\, \tfrac{1}{2}rq - \frac{rss}{2q} + \frac{ers}{aq}x - \frac{eer}{2aaq}xx: \text{ en daarom}$$

$$\tfrac{1}{2}rq - \frac{rss}{2q} \propto - bb: \frac{ers}{aq} \propto c: \text{ en } \frac{eer}{2aaq} \propto \frac{t}{v}$$

hier door vind men $s \propto \frac{ccv}{2at}$, $q \propto \frac{e}{a}\sqrt{.}\, \frac{ccvv}{4tt} - \frac{bbv}{t}$,

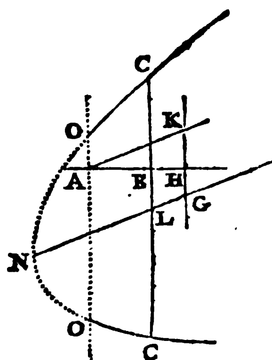
en $r \propto \frac{2at}{ev}\sqrt{.}\, \frac{ccvv}{4tt} - \frac{bbv}{t}$; of $\propto \frac{2aatq}{eev}$.

En,



En, om dat M, in dit geval, moet genomen werden ter rechter zyde van I, zo ontfangt de Figuur een gedaante als de nevenstaande

Is gegeven $y \infty + \frac{p}{a} x - n \pm \sqrt{.\, bb + cx}$,



zo moet men het Surdische, hier van, vergelyken met het IV geval van de Parabole: daar in stellende $\frac{ex}{a}$ in plaats van x, zo heeft men $y \infty \pm \sqrt{.\, rs + \frac{er}{a} x}$: en om dat men dan heeft $rs \infty bb$, en $\frac{er}{a} \infty c$, zo vind men s, of IM $\infty \frac{ebb}{ac}$; en de Rechtezyde $r \infty \frac{ac}{e}$.

Om dat de Top M moet genomen werden aan de linker zyde van I, en de Parabole moet omlopen na de rechter zyde, zo geeft dit een Figuur van de nevenstaande gedaante.

Heeft men een Æquatie waar in xy is, en geen yy: zo moet men hen divideren door alle het geene met y gemultipliceert is, zo lang tot dat'er niets overblyft als een bekende quantityt; en dan vind men y ∞ aan een Rationale hoegrootheit.

Hebbende $xy + cy \infty \frac{p}{a} xx - nx + \frac{pc}{a} x - cn + dg$ zo moet men hen divideren door $x + c$, en dan bekomt men de volgende Æquatie.

Is gegeven $y \infty \frac{p}{a} x - n + \frac{dg}{x + c}$,
zo moet men de Breuk $\frac{dg}{x + c}$ met $\frac{km}{x + s}$ vergelyken, zynde het III geval van de Hyperbole op de Asymptoti, of eygentlyk met $\frac{km}{\frac{e}{a} x + s}$, stellende $\frac{ex}{a}$ voor x, om reden hier voren gezegt, of met $\frac{\frac{a}{e} km}{x + \frac{as}{e}}$; hen multiplicerende met a, en dividerende door e, op dat x geen bekende by zig hebbe.

Wy hebben dan $\frac{\frac{a}{e}km}{x+\frac{as}{e}} \propto \frac{dg}{x+c}$.

zo is dan $\frac{as}{e} \propto c$, en $\frac{a}{e}km \propto dg$:

of $s \propto \frac{ec}{a}$, en $km \propto \frac{e}{a}dg$. nemende van deze $k \propto \frac{ed}{a}$, zo is $m \propto g$.

Hebbende gevonden IL, de Plaats van $+\frac{p}{a}x-n$, zo neemt daar in, na de linker zyde, IM $\propto \frac{ec}{a}$, en trekt door M een evenwydige aan BC: zo zyn MI en ME de Asymptoti. Dan meet af, in MI, van M na de rechter zyde, MT $\propto \frac{ed}{a}$; en trekt uyt T de rechte TN, evenwydig aan ME, zo lang als g: zo is N een Punt van de Kromme, waar door men een Hyperbole moet beschryven, en ook zyn tegengestelde, mits dat MT en ME de Asymptoti zyn. Men hadde ook MT en TN yder konnen nemen $\propto \sqrt{\frac{e}{a}dg}$, en dan zou N de Top wezen.

Heeft men een Æquatie waar in xy is, en ook yy, geen xx, zo kan men hem deelen door alle het geene met x gemultipliceert is, zo lang tot dat'er niets overblyft als dat geheel bekent is; en dan vind men x gelyk aan een Rationale quantiteyt.

Is gegeve $x \propto +\frac{p}{a}y-n+\frac{dg}{y+c}$.

Zo moet men de Breuk vergelyken met het VII geval van de Hyperbole op de Asymptoti, eerst voor y stellende $\frac{ez}{a}$, en dan y door reductie van het bekende wederom ontblotende, men heeft, $x \propto \frac{\frac{a}{e}km}{y+\frac{as}{e}}$: dies is $\frac{as}{e} \propto c$, en

$\frac{a}{e}km$

$-\frac{a}{e}km \infty dg$: of $s \infty \frac{ee}{a}$ voor IM: $\frac{a}{e}k \infty d$ nemende, waar door $k \infty \frac{ed}{a}$ is voor MT, zo is $m \infty g$ voor TN.

Is'er geen x, of geen y in het Rationale, dat de plaats van de rechte lyn geeft, zo heeft men geen herstelling te doen, om voor x, of voor y te stellen $\frac{ex}{a}$, of $\frac{ey}{a}$: men vergelykt slegts de gelyknamige Termen met elkander; en daar door de onbekende s, q, r gevonden hebbende, zo handelt men daar mede als voren. Stellende I in A wanneer men geen plaats van een rechte lyn heeft.

Had onze eerste Æquatie geweest

$$y \infty -n \pm \sqrt{.\,bb - cx + \frac{t}{v}xx}$$

$$\text{of } y \infty \pm \sqrt{.\,bb - cx + \frac{t}{v}xx}$$

en men hen vergeleek met de vorige

$$y \infty \pm \sqrt{.\,-\tfrac{1}{2}rq + \frac{rss}{2q} - \frac{rs}{q} + \frac{r}{2q}xx},$$

zo had men $-\frac{1}{2}rq + \frac{rss}{2q} \infty bb$: $\frac{rs}{q} \infty c$: en $\frac{r}{2q} \infty \frac{t}{v}$.

En daar door zou men vinden $s \infty \frac{cv}{2t}$, $q \infty \sqrt{.\,\frac{ccvv}{4tt} - \frac{bbv}{t}}$, en $r \infty \frac{2t}{v}\sqrt{.\,\frac{ccvv}{4tt} - \frac{bbv}{t}}$: deze dan nemende als voren, men vind het begeerde.

En om dat hier in niet nieuws is waar te nemen, maar dat men alleenlyk iets heeft na te laten, zo vinden wy geen reden om hier van meerder te zeggen, en derhalven zullen wy afkorten. Wil men zig echter in deze Methode nog verder oeffenen, in het volgende Hoofdstuk, en ook in het tweede Deel van dit Boek zullen daar toe Voorbeelden genoeg te vinden zyn: en om dubbelde vergenoeging te hebben, men nemen hier toe de Æquatien van Cartesius, aangetekent in het begin van zyn tweede Boek, gevonden op het werkstuk van *Pappus* als'er vier lynen gegeven zyn.

II. HOOFTSTUK.

Vinding van de Plaatzen door x, of y, of iets anders gelyk nul te nemen, of gelyk aan een bepaalde quantiteyt.

HIer in zullen geen wetten of Regelen voorgedragen werden: alleenlyk zal men zekere wyze van vinding gebruyken, die men zal konnen verstaan wanneer maar eenigewey-

weynige Voorbeelden omstandig verhandelt werden: daarom zullen wy ons vergenoegen, met maar een Exempel van yder soort, op deze wyze te ontbinden. Wy zullen uyt de gegeve Æquatie alles vinden, niet alleen welke Kromme op zodanigen vergelyking past, maar ook de punten en lynen welke dienstig zyn om hen te beschryven, als de Top, of Toppen, de Middellyn, en de Rechtezyde, en de beweeglyke hoek, of de hoek welke de Toegepaste met de Middelyn bepaalt.

Wy zullen, even als hier voren, het moeylykste eerst by der hand nemen, dewyl het echter licht zal konnen verstaan werden, door het onderwys daar bygevoegt: de andere, lichter zynde, zullen dies te minder uytlegging van noden hebben.

Algemeene Voorberyding.

Trekt een onbepaalde rechte lyn AB, *en door deze, ter rechter zyde van* A, *een andere onbepaalde* BC, *makende met de eerste een hoek* ABC *gelyk aan de hoek begrepen van de lynen* x *en* y:

Aanmerkt AB $\infty\ x$, *en* BC $\infty\ y$, *wiens lengte wy moeten zoeken in vergelyking van dat de lyn* x *zo lang is als deze* AB: *Aanmerkt ook* OAO *voor een evenwydige aan* CBC.

Indien men een Æquatie hadde, dewelke gereduceert zynde, voortbragt

$$y \infty + \frac{p}{q}x - n \pm \surd.\, rr - sx + \frac{t}{v}xx.$$

Dewyl de y is $\infty + \frac{p}{q}x - n \pm \surd$ enz., zo zoekt eerst de

AB $\infty\ x$
BC $\infty\ y$
AH $\infty\ q$
HK $\infty\ p$
KG $\infty\ n$
AK $\infty\ e$

plaats van het Rationale $+\frac{p}{q}x - n$, nemende AH $\infty\ q$, HK $\infty\ p$, evenwydig aan BC, KG $\infty\ n$, en GI gelykwydig aan AK: zo is IG de plaats van het Rationale, of BL is $\infty\ +$

$\infty + \frac{p}{q} x - n$ in vergelyking dat AB is ∞ x: dies moet van L tot aan C zo lang wezen als het Surdische; op en ook neerwaarts, om dat het een + en ook een — is.

Om de natuur van de Kromme te kennen, waar in het punt C zal moeten lopen, zo laat ons eens stellen dat dit surdische gelyk nul is: dan valt C in de lyn IG: dit doende, zo is ook zyn Vierkant, of

$$rr - sx + \frac{t}{v} xx \infty 0$$

$$t \text{———————————} v$$

$$\text{of } \frac{vrr}{t} - \frac{vs}{t} x + xx \infty 0$$

$$\text{of } xx \infty + \frac{vs}{t} x - \frac{vrr}{t}$$

$$\text{of } x \infty + \frac{vs}{2t} \pm \sqrt{.\frac{vvss}{4tt} - \frac{vrr}{t}}.$$

daarom, genomen in AB, om dat x in deze lyn is, AE $\infty \frac{vs}{2t}$, aan de rechterzyde van A, om dat het een + is, en ER ET yder $\infty \sqrt{.\frac{vvss}{4tt} - \frac{vrr}{t}}$, ter rechter en ook ter slinkerzyde van E, om dat dit een + en ook een — is, en gehaalt RN en TQ, beyde evenwydig aan BC, tot aan de verlengde van IG: zo zyn N en Q twee punten van de Kromme, en ook van de rechte IG, waar in C zal komen te vallen wanneer LC is ∞ o, of wanneer B is in R en in T.

Voorts. dewyl BR is $\infty - x + \frac{vs}{2t} + \sqrt{.\frac{vvss}{4tt} - \frac{vrr}{t}}$,

en BT $\infty - x + \frac{vs}{2t} - \sqrt{.\frac{vvss}{4tt} - \frac{vrr}{t}}$

——————————————— Verm.

Zo is de ▭ RBT $\infty + xx - \frac{vs}{t} x + \frac{vrr}{t}$, even de zelfde Quantityt wezende die hier voren ∞ o is, dat altyt zo zal moeten volgen, om dat het bekende in BR en in BT de wortelen zyn van deze hoegrootheit hen ∞ o stellende: maar B buyten R en T zynde, welke hier boven daar in viel, zo is deze quantiteyt geen nul. (wy zullen dan voortaan besluyten, zonder deze Multiplicatie te doen, *dat de* ▭ RBT *gelyk is aan de uytkomst multiplicerende het vierkant van het gegeve surdische met de Noemer van de breuk by xx, en het product deelende door de Teller.*)

Om dat de ▭ RBT is tot de ▭ NLQ, als het Vierkant van RT tot het Vierkant van NQ, of als het Vierkant van AH ∞ qq tot het Vierkant van AK ∞ ee: zo is dan

(want RB/ NL// RT/ NQ zyn evenredig,
ook TB/ QL// RT/ NQ

——————————————— vermenigv.

daarom ook ▭ RBT/▭ NLQ//□ RT/□ NQ evenredig)

de ▭ NLQ tot de ▭ RBT $xx - \frac{vs}{t}x + \frac{vrr}{t}$, als ee tot qq

v ——————————— t v ——— t

of, de ▭ NLQ tot 't □ LC ∞ $\frac{t}{v}xx - sx + rr$, als ee tot $\frac{qqt}{v}$

ee ——————— QN

of, als QN tot $\frac{qqt}{eev}$, QN.

dat is, als Lyn tot Lyn.

Men ziet dan dat het punt C loopt in een Kromme, waar van dat IG de Middellyn is, om dat LC onder en boven hen even lang moet genomen werden, dewyl het gegeve surdische zo wel een — als een + is, en waar van dat Q en ook N de Toppen zyn, hebbende deze eygenschap, dat altyd, AB groot of kleen nemende, de Rechthoek NLQ is tot het Vierkant van LC, als een lyn tot een lyn; en om dat een Ellipsis, en ook een Hyperbole deze hoedanigheden hebben, zo zal het punt C dan moeten lopen in een van deze twee: staat dan te onderzoeken in welke.

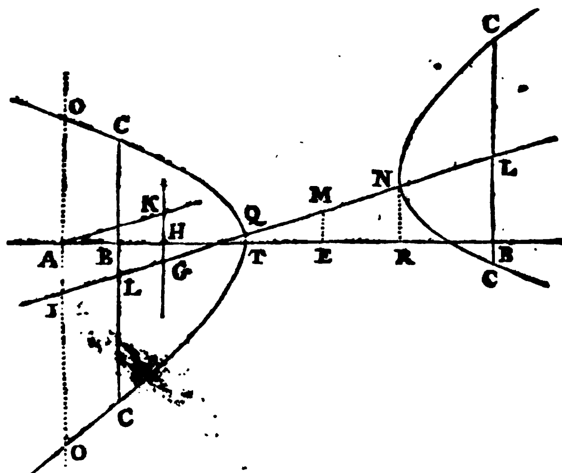
Dewyl in ons gegeve Surdische is $+\frac{t}{v}xx$, daarom moet men ook in de ▭ RBT hebben $+xx$; en, om dat deze Rechthoek bestaat uyt de vermenigvulding van RB met TB, zo blykt dat in RB en in TB de Tekens van x even eens moeten vallen, of beyde een +, of beyde een —: maar zodanig is het als B is in de verlengde van RT aan T, of aan R, en anders niet: aan T, gelyk in de figuur, zo hebben wy gezien dat in RB en ook in TB yder is een $-x$: aan R, zo zal RB wezen ∞ $+x -$ &c, en TB ∞ $+x +$ &c, dat is in beyde $+x$.

Stelt men B te vallen tusschen R en T in, zo zal RB hebben $-x$, en TB $+x$; of de eerste zal hebben $+x$, en de tweede $-x$; waar door, in haare vermenigvulding, komt $-xx$; zo dat dit niet kan dienen ten zy dat men in het gegeve surdische heeft $-xx$.

Men ziet dan, hebbende $+xx$ in het gegeve surdische, dat B dan alleenlyk moet wezen in de verlengde van RT, of L in de verlengde van NQ; en by gevolg dat de Kromme, waar

in

in als dan het punt C loopt, geen andere is als een Hyperbole, waar van NQ de Dwarse is, of N en Q de Toppen, en waar van $\frac{qqt}{eev}$,QN de Rechtezyde is, als zynde de vierde evenredige tot ▭ QLN/ □ LC/ QN. daarom,



getogen hebbende twee Hyperbolen, op IG als Middelyn, Met QN als Dwarse, met AKH als beweeglyke hoek, en met $\frac{qqt}{eev}$,QN als Rechtezyde: zo zal OQO, mitsgaders de geheele tegengestelden CNC, de Plaats wezen van het punt C, of van het onverknochte eynde van de lyn y, passende op $-sx$, gelyk wy in onze Æquatie hebben: maar het oneyndige van de eerste Hyperbole, ter linkerzyde van OAO, passende op $+sx$: of op onze gegeve Æquatie als x een $-$ is.

Welverstaande als $\frac{vvss}{4tt} - \frac{vrr}{t}$ is een $+$, of als *vss grooter* is als $4rrt$; want, deze gelyk zynde, zo vallen beyde de punten R en T in E, of N en Q beyde in M; of de Dwarse is ∞ o: y zoude dan wezen ∞ $+ \frac{p}{q}x - n \pm \frac{1}{2}s\sqrt{\frac{v}{t}} \mp x\sqrt{\frac{t}{v}}$, of de plaats van het punt C zoude wezen in een Rechtelyn.

Maar *vss kleender* als $4rrt$ wezende, zo is $\sqrt{\frac{vvss}{4tt} - \frac{vrr}{t}}$ absurd, en daarom vindmen de punten R en T als dan niet in AB; of de Toppen N en Q niet in IG; of deze IG is niet de Middellyn. En, gelyk wy BC, of de lyn y, hier boven genomen hebben evenwydig aan de Applicata, zo laat ons

 eens

eens onderzoeken, of wy dan het begeerde zullen konnen vinden, als wy BC, of *y* gelykwydig nemen aan de Middellyn.

Laat dan de onbepaalde *em*, evenwydig aan BC, de Middellyn wezen van de Kromme wiens Applicata CP evenwydig is aan IG, waar door dan *m*P is gelyk LC.

Om in deze Middellyn *em* de Toppen te vinden, zo staat hier op te letten, dat C in deze Toppen zal vallen als LC op zyn langste is, of op zyn korste: op zyn langste als LC de holte stoot, en op zyn korste als hy de bult ontmoet.

Zo is dan $\sqrt{.\,rr - sx + \frac{t}{v}xx} \infty k$, de grootste of kleenste.

of $rr - sx + \frac{t}{v}xx \infty kk$

0 1 2 0 progressie

Verm. komt $-sx + \frac{2t}{v}xx \infty 0$, of $x \infty \frac{vs}{2t}$

Als men dan in AB, afmeet A$e \infty \frac{vs}{2t}$, ter rechterzyde van A, zo valt C in de Top als B in *e* komt, en by gevolg C mede in de Middellyn: daarom, getogen *em* Evenwydig aan BC; zo is deze *em* de Middellyn.

Nu, dewyl C in *em* komt als L valt in *m*, of B in *e*, of als x is $\infty \frac{vs}{2t}$: daarom $\frac{vs}{2t}$ gestelt in plaats van x in LC $\infty \pm \sqrt{.\,rr - sx + \frac{t}{v}xx}$, men heeft LC $\infty \pm \sqrt{.\,rr - \frac{vss}{4t}}$ wanneer L in *m*, en C in *n* en ook in *q* komt.

Hier uyt ziet men dat *rr* gooter moet wezen als $\frac{vss}{4t}$, of $4rrt$ grooter als *vss*, hoedanig het nu ook genomen werd, en daarom kan dit geval ons nu ook dienen.

Aan-

Aanmerking. *Dewyl men ziet, dat men door Middel van de Progreſſie te gebruyken, niet anders vind, en ook niet anders kan vinden, om dat de bekende Term nootzakelyk moet weggenomen werden, en het een Æquatie is van twee dimenſien, als dat* x *de helft is van het bekende der tweede Term, de hooft term geen bekende by zig hebbende; en om dat wy deze helft alrede hadden, zynde het Rationale van* $x \propto + \frac{vs}{2t} \pm \sqrt{.\frac{vvss}{4tt} - \frac{vrr}{t}}$, *dat is deze* $\frac{vs}{2t}$: *daarom*, alsmen ziet dat dit ſurdiſche abſurd is, zo heeft men ſlegs het Rationale $\frac{vs}{2t}$ te ſtellen voor x in het gegeve ſurdiſche, of in dat ſurdiſche het welke de lengte van LC vertoont, *en dan zal men het zelfde vinden dat men bekomen zoude de progreſſie gebruykende. Wy hebben dit UL. voorgedragen, om dat wy van meening zyn dit laatſte veeltyts te gebruyken, om dat het korter is, hoewel het niet kan verſtaan werden zonder het eerſte.*

Voorts zyn evenredig,

$\square$ Be $\quad xx - \frac{vs}{t}x + \frac{vvss}{4tt}$ / $\square$ CP // $\square$ AH qq / $\square$ AK ee.

$\qquad v$ ———————— $t \qquad\qquad v$ ——— t

of $\square$ qPn, $\frac{t}{v}xx - sx + \frac{vss}{4t}$ / $\square$ CP // $\qquad \frac{qqt}{v}$ / $\qquad ee$.

$\qquad\qquad\qquad qqt$ ———————— v, nq

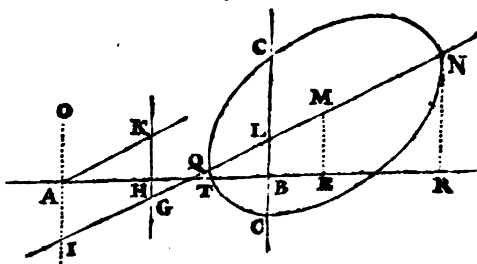
of, als $\quad nq$ / $\frac{eev}{qqt}$, nq.

Dat $\frac{t}{v}xx - sx + \frac{vss}{4t}$ de $\square$ is van qP met Pn, blykt om dat het zo groot is als het $\square$ van LC, of van mP $\propto \frac{t}{v}xx - sx + rr$, min $rr - \frac{vss}{4t} \propto$ 't $\square$ mn, of mq. En daar uyt blykt met eenen dat P is in de verlengde van qn.

En alzo zien wy dat het punt C zal lopen in twee tegengeſtelde Hyperbolen, wiens Middellyn is em, Toppen n en q, of wiens Dwarſe is $nq \propto 2\sqrt{.rr - \frac{vss}{4t}}$, wiens beweeglyke hoek is CPn, of AKH, en wiens Rechtezyde is $\frac{eev}{qqt}$, nq, of $\frac{2eev}{qqt}\sqrt{.rr - \frac{vss}{4t}}$.

Gegeven zynde $y \propto \frac{l}{q}x - n \pm \sqrt{.-rr + sx - \frac{t}{v}xx}$.

AB ꝏ x
BC ꝏ y
AH ꝏ q
HK ꝏ p
KG ꝏ n
AK ꝏ e



IG de plaats van het Rationale wezende, of BL gelyk het Rationale, zo moet dan LC wederom wezen gelyk het surdische.

LC voor een Applicata nemende, zo is IG de Middellyn. Om hier in de Toppen te vinden, zo laat ons wederom LC, of het Surdische ꝏ o nemen, waar door wy vinden, hen door het bekende by xx gevoegtdelende,

$-xx+\frac{vs}{t}x-\frac{vrr}{t}$ ꝏ o, of x ꝏ $+\frac{vs}{2t}\pm\sqrt{.\frac{vvss}{4tt}-\frac{vrr}{t}}$.

Dies neemt, in AB, ter rechter zyde van A, AE ꝏ $\frac{vs}{2t}$, en ER ook ET, ter rechter en ter slinker zyde van E, yder ꝏ $\sqrt{.\frac{vvss}{4tt}-\frac{vrr}{t}}$, en getogen EM RN TQ, alle evenwydig aan BC, tot aan de Middellyn: zo zyn N en Q de Toppen, waar van M het midden is.

Dewyl wy nu $-\frac{t}{v}xx$ hebben, en geen +, zo zal B tusschen T en R in moeten vallen, en niet daar buyten, op dat de ▭ TBR mede $-xx$ heeft; of, op dat in BR en in BT de x van ongelyke Tekens zyn.

Want dan is BR ꝏ $-x+\frac{vs}{2t}+\sqrt{}$ &c. en BT ꝏ $+x-\frac{vs}{2t}+\sqrt{}$ &c. waar door de ▭ TBR is ꝏ $-xx+\frac{vs}{t}x-\frac{vrr}{t}$: de quantiteyt hier even gevonden, deelende het vierkant van het surdische door het bekende by xx gevoegt.

Voorts zyn evenredig,

▭ NLQ / ▭ RBT $-xx+\frac{vs}{t}x-\frac{vrr}{t}$ // □ AK ee / □ AH qq

v ——— t v ——— t

of, ▭ NLQ / □ LC $-\frac{t}{v}xx+sx-rr$ // ee / $\frac{qqt}{v}$

ee ——— NQ

of, als NQ / $\frac{qqt}{eev}$, NQ

waar

waar uyt wy zien dat het punt C zal lopen in een Ellipſis, daar van dat NQ de volſtrekte Middellyn is, en $\frac{qqt}{ttv}$,NQ de Rechtezyde, welkers beweeglyke hoek is AKH. En deze geheele kromme zal de plaats wezen van het punt C, paſſende op de Tekens van de gegeve Æquatie.

Men zoude konnen denken of niet wel $\frac{vrr}{s}$ groter zoude konnen wezen als $\frac{vvss}{4tt}$, of rr groter als $\frac{vss}{4t}$, en dat men daarom, even als in de Hyperbole, wel mogte onderzoeken, of niet wel het punt C mogte lopen in een kromme welkers Middellyn evenwydig is aan LC: maar dit zal in deze niet gelukken: daar geſchiede een omkering in de Tekens, maar hier niet: *mn*, de halve Middellyn, zou men dan vinden $\infty \sqrt{\frac{vss}{4t} - rr}$, waar door zig de zelve ſwarigheit opdoet. Maar het gegeve Surdiſche wel inziende, zo zal men bevinden dat daar in rr kleender zal moeten wezen als $\frac{vss}{4t}$, of dat anders het gegeve Surdiſche, of de x in hen, abſurd is: want, $t \infty 2$, $v \infty 3$, en $s \infty 6$ ſtellende te wezen, zo zal $\frac{vss}{4t}$ zyn $\infty 13\frac{1}{2}$: rr dan *minder* als $13\frac{1}{2}$ nemende, by voorbeelt $\infty 9$, zo vind men door het gegeve Surdiſche $x \infty 4\frac{1}{2} \pm \sqrt{.\, 20\frac{1}{4} - 13\frac{1}{2}}$, dat goet is: maar rr *groter* als $13\frac{1}{2}$ nemende, genomen $\infty 16$, zo vindmen $r \infty 4\frac{1}{2} \pm \sqrt{.\, 20\frac{1}{4} - 24}$, dat abſurd is. Zo dan LC ∞ enz. is voort gekomen uyt een Voorſtel dat niet onmogelyk te ſolveren was, zo zal in LC de rr altyd minder wezen als $\frac{vss}{4t}$, en by gevolg zal ons boven gevondene het begeerde voldoen.

Wy hebben dan gezien,

Is in het Surdiſche van de gegeve Æquatie

$+ xx$, zo is de Kromme, daar C in loopt, een *Hyperbole*

en $- xx$, zo is de Kromme, daar C in loopt, een *Ellipſis*.

Wy hebben ook bevonden

dat de *Rechte zyde* is $\infty \frac{qqt}{ttv}$,QN: als y de *Applicata* is,

en $\infty \frac{ttv}{qqt}$,QN: als y *evenwydig aan de Middellyn is*.

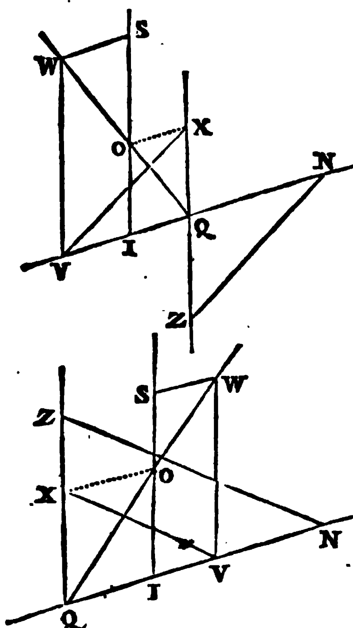
Aanmerking. Dewyl men veeltyts zeer gemakkelyk een punt van de Kromme kan vinden, behalven de twee N en Q waar in de Toppen vallen, wanneer in het gegeve Surdiſche een bekende Term is, aangedaan met het teken $+$: en om dat men dan daar door ontgaat die uytrekening waar door

men

men de quantiteyt vind welke de Rechtezyde bepaalt (hier even aangetekent) alleenlyk maar zoekende de Toppen N en Q, zo meenen wy u l geen ondienst te zullen doen, met een Werkstuk u l voor te draagen, waar door men de Rechte zyde Meetkunstig vind, de voornoemde Toppen bekent zynde, en uyt dit punt van de Kromme, dat wy O zullen noemen, een Applicata OI op de gevonde Middellyn halende.

WERKSTUK

Van een Hyperbole, en ook van een Ellipsis, beyde de Toppen en een punt van de Kromme bekent zynde: de Rechtezyde te vinden.



Laat Q en N beyde de Toppen, O een punt van de Kromme, en OI een Applicata wezen.

't Werk. Neemt in IO, of in zyn verlengde, IS zo lang als IN, en trekt SW evenwydig aan NQ, stootende QO, of zyn verlengde, in W: dan haalt WV gelykwydig aan OI, ontmoetende QN, of zyn verlengde, in V: dan trekt door Q een evenwydige aan IO, en neemt daar in, na O toe, QX zo lang als IO: dan getogen VX, en, aan deze evenwydig, NZ, stotende QX, of zyn verlengde, in Z: zo is QZ de Rechtezyde.

't Bewys. Stellende QI ∞ n, NI ∞ l, en IO ∞ r, zo is 't,

IO r —— IS l —— QI n? komt $\frac{ln}{r}$ ∞ QV;

QV $\frac{ln}{r}$ —— QX r —— QN $l \mp n$? komt $\frac{l \mp n \cdot rr}{ln}$ ∞ QZ:

Dat is, ln, de ▭ QI, NI, beyde de Intercepten, tot rr, het □ vande Applicata, als $l \mp n$ de Dwarse QN, tot QZ, de welke, om deze proportie, is de Rechtezyde, 't geen enz.

Is

Is IO in de Figuur geen Applicata, als in de tweede Hyperbole, zo haalt 'er een uyt O op de Middellyn QN, en ſtelt I in het punt daar hy hem ontmoet.

Dat men gemakkelyk het punt O kan vinden, wanneer een bekende Term, die + is, is in het gegeve Surdiſche, blykt uyt de Æquatie op de Hyperbole, waar in LC $\infty \sqrt{.rr - sx + \frac{t}{v}xx}$ is: de $x \infty$ o nemende, zo heeft men LC $\infty \sqrt{rr}$, of ∞r: om dat dan B in A valt, zo is L in I, en C in O: daarom IO zo lang nemende als r, zo is O een punt van de Kromme, en IO is een Applicata.

Wy hebben de Æquatien volſlagen genomen, waar door alles in de opmaking van de figuur moeſte waargenomen werden dat kan voorvallen: had men in hen eenige Termen achter gelaten; of zo men eenige Quantiteyten gelyk nul neemt, de figuren zullen eenvoudiger vallen.

Is in de Rechtliniſche plaats, of *is in het Rationale geen bekende Term*, of is in deze $n \infty$ o; zo is KG ∞ o, of G valt in K, I in A; of AK is de Middellyn: *zo dat de lyn* IG *verdwynt.*

Is in het Rationale geen Term die met x gemultipliceert is, of is in deze $p \infty$ o, waar door de Term $\frac{p}{q}x$ te niet gaat, zo is HK ∞ o: K valt in H: AK is dan gelyk AH, of $e \infty q$, waar door de Rechtezyde is $\infty \frac{t}{v}$, QN, als y de Applicata is, anders $\infty \frac{v}{t}$, QN. AK werd dan in de figuur niet gevonden: IG *loopt dan evenwydig aan* AB.

Is 'er in 't geheel geen Rationale quantiteyt, of zynze beyde n en $p \infty$ o; veel punten vallen dan in elkander: Q, M, N, I, L vallen in T, E, R, A, B: als dan behoeven H, K, G, L, E, T, R niet genoemt te werden. AB is dan in plaats van IG de Middellyn; *of* AB *is de Middellyn zelfs*, en de figuur is merkelyk eenvoudiger.

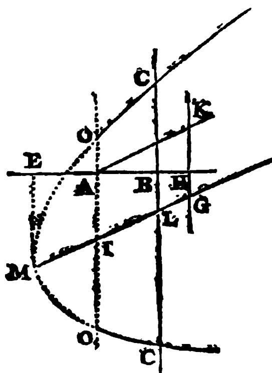
Heeft het Surdiſche geen Term die met x enkelt gemultipliceert is, of is in deze $s \infty$ o; zo is AE ∞ o, of E valt in A, *en daarom is* M, *de Midſtip*, *in* I.

Heeft het Surdiſche geen bekende Term, alleenlyk een die met x, en een die met xx gemultipliceert is: of is in deze $r \infty$ o, zo zyn ER en ET yder gelyk AE, en daarom valt T of R in A, *en de eene Top* Q *of* N *is in* I.

Alle zaken zynde welke zig in de Conſtructie van zelfs openbaren, en hierom hebben wy het zo ter loops maar willen

indagtig maken: zullen echter hier na eenige Voorbeelden stellen waar in deze dingen zullen voorvallen.

Is in het gegeve Surdische geen Term waar by xx is. of gegeven zynde $y \infty + \frac{p}{q} x - n \pm \sqrt{.rr + sx}$.



Hebbende door het Rationale gevonden IG, de Middellyn, zo moet LC gelyk wezen aan het Surdische.

Dit Surdische ∞ o nemende, om de Top of Toppen te hebben,

zo is $rr + sx \infty o$

of $x \infty - \frac{rr}{s}$

Aanwyzende datter maar een Top te vinden is; en daarom kan de kromme, waar van IC de Applicata is, geen Hyperbole, en ook geen Ellipsis wezen, om dat die yder twee Toppen hebben.

Daarom, in AB, genomen AE $\infty \frac{rr}{s}$, aan de linkerzyde van A om dat het een $-$ is, en getogen uyt E een evenwydige aan BC, stotende de verlengde GI in M: zo is M een punt van de Kromme daar in G loopt.

Voorts: dewyl evenredig zyn

BE $x + \frac{rr}{s}$ / LM // AH q / AK e:

of, □ LC $xx + rr$ / LM, s // q / e.

waar door 't □ LC $xx + rr \infty$ LM, $\frac{qs}{e}$ is.

dat is, het Vierkant van de Applicata LC, gelyk aan de Rechthoek van de Intercepta LM met $\frac{qs}{e}$, een bepaalde rechte: en dewyl dit de eygenschap is die een *Parabole* heeft, zo mag men besluyten dat het punt C zal wezen in een Parabole, wiens Top is M, wiens Middellyn is MG, en welkers Rechtezyde is $\frac{qs}{e}$; daar van dat AKH is de beweeglyke hoek, en LC de Applicata.

De Rechtezyde is dan een vierde evenredige tot AK, AH, en s.

Anders. $x \infty o$ nemende in het gegeve Surdische, zo is LC, of IO ∞r: daarom gezogt een derde evenredige tot MI en IO, men heeft de Rechte zyde.

Is in het Surdische geen bekende Term, dat is in deze, is $r \infty 0$, zo is ook AE $\infty 0$; of E valt in A, *en daarom ook de Top* M *in* I.

Is 'er in zodanigen geval geen plaats van een Rechtelyn, of heeft men simpelyk $y \infty \sqrt{sx}$, *zo is* A *de Top*, AB *de Middellyn*, BC *de Applicata*, *en* s, *het bekende by* x *gevoegt*, *is de Rechtezyde*.

s Is mede de Rechtezyde wanneer alleenlyk $p \infty 0$ is, om dat als dan $e \infty q$ is, of GL, de Middellyn, is evenwydig aan AB: zaken zynde die haar van zelver openbaren.

Aanmerking. De Æquatien tot nog toe verhandelt, zyn van zodanigen gedaante geweest, eerze op y gereduceert waren, dat 'er in was yy, dat is y dubbelt: *maar in geval dat 'er in hen alleenlyk gevonden werd* xx, *dat is* x *dubbelt en* y *enkelt*, *zonder* xy: *zo zal men geen Surdische quantiteyt vinden als men ze op* y *reduceert*, *maar wel ken op* x *herleydende*. By voorbeelt

hebbende $xx + 2nx + nn - rr - sy \infty 0$

Waar in de y *enkelt*, *en de* x *dubbelt is*, *en geen* xy: *zo reduceert hen op* x,

komt $x \infty -n \pm \sqrt{.\,rr + sy}$

Dewyl in het Rationale noit x kan komen, zo is AB altyd evenwydig aan de Middellyn, of aan de Applicata; en om te weten aan welke van deze twee, zo laat ons voor eerst aanmerken het Rationale; en om dat wy hebben $-n$, zo laat ons in AB nemen AI ∞n, ter linker zyde van A om dat het een $-$ is, en daar door halen een evenwydige aan BC: zo is deze de plaats van het Rationale, en BI is $\infty x + n$; en om dat dit gelyk is aan het Surdische; daarom CL, evenwydig aan BI, voor de Applicata, en IL voor de Middellyn nemende, zo zal de Top daar vallen alwaar CL, of het Surdische $\sqrt{.\,rr + sy} \infty 0$ werd; dat is, als $-y \infty \frac{rr}{s}$ is: hierom, in LI, IM neerwaarts neemende, om dat het een $-$ is, $\infty \frac{rr}{s}$, zo is M de Top: en om dat LM, de Intercepta, is $\infty y + \frac{rr}{s}$, en dit met s gemul-

tipliceert voort brengt $sy + rr$, het Vierkant van de Applicata, zo ziet men niet alleen dat de Kromme, daar C in loopt, is een Parabole, wiens Top is M, wiens Middellyn is ML, een evenwydige aan de lyn y, en welkers Applicata CL is een gelykwydige aan de lyn x, maar ook dat zyne Rechte zyde is s, het bekende by y gevoegt in het gegeve Surdische; hebbende ABC als beweeglyke hoek.

Is $n \infty 0$, zo valt I in A; is $r \infty 0$, zo valt M in I; en zynze beyde n en ook $r \infty 0$, zo heeft men $x \infty \sqrt{sy}$; zo vallen I en M beyde in A.

Wy zien dan, is in het Surdische van de gegeve, of van de gereduceerde Æquatie, de onbekende quantiteyt *enkelt*, dat de Plaats van het punt C zal wezen in een *Parabole*.

Is x in het Surdische: zo is y de Applicata.

Is y in het Surdische: zo is y evenwydig aan de Middellyn.

Maar zo in de gegeve Æquatie is xx, en ook xy, en geen yy: zo zou men hen op x reducerende, in het Surdische vinden yy. By voorbeelt.

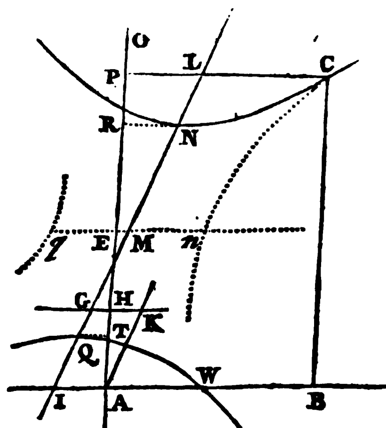
Hebbende $xx - \frac{2p}{q}xy + 2nx - \frac{2pn}{q}y + sy + nn - rr \infty 0$ *waar in x dubbelt, y maar enkelt, en xy is: hen op x reducerende,*

$$\text{komt } x \infty \frac{p}{q}y - n \pm \sqrt{.}\,\frac{pp}{qq}yy - sy + rr.$$

een Hyperbole, om dat $\frac{pp}{qq}yy$ een $+$ is. Dit is altyd een $+$, om dat het is het Vierkant van het Rationale $\frac{p}{q}y$.

Nu moet men op AO, evenwydig aan BC, die bewerking doen die wy hier voren op AB gedaan hebben; en nu de gelykwydige aan AB zodanig aanmerken als toen BC.

Daarom



Daarom, in AO, genomen AH opwaarts ∞q, HK ter rechter zyde ∞p, en KG ter linker zyde ∞n; en getogen door G een evenwydige aan AK, zo is PL $\infty \frac{p}{q} y - n$ (aanmerkende PC evenwydig aan AB) dies moet LC wezen gelyk het Surdische.

LC voor een Applicata nemende, zo laat ons, om de Toppen te vinden, LC, of het Surdische nemen ∞ o, waar door men vind

$$yy - \frac{qqs}{pp} y + \frac{qqrr}{pp} \infty o, \text{ of } y \infty \frac{qqs}{2pp} \pm \frac{q}{p} \surd . \frac{qqss}{4pp} - rr.$$

daarom, genomen in AO, AE opwaarts $\infty \frac{qqs}{2pp}$, en ER ET, op en ook neerwaarts, yder $\infty \frac{q}{p} \surd . \frac{qqss}{4pp} - rr$, en getogen tot aan de lyn GI, de rechte EM RN TQ evenwydig aan AB: zo is M de Midstip, en N en Q zyn de Toppen. En om dat evenredig zyn

$$\square \text{NLQ} / \square \text{RPT}\ yy - \frac{qqs}{pp} y + \frac{qqrr}{pp} \,//\, \square \text{AK}\ ee / \square \text{AH}\ qq$$

$$qq \text{———————} pp \qquad qq \text{———} pp$$

$$\text{of } \square \text{NLQ} / \square \text{LC}\ \frac{pp}{qq} yy - sy + rr \,//\, ee / pp$$

$$ee \text{——————————} \text{QN}$$

of, als .QN / $\frac{pp}{ee}$,QN.

waar uyt blykt dat de Rechtezyde is $\frac{pp}{ee}$,QN.

of, in het Surdische $y \infty$ o nemende, zo is LC, of IW ∞r: dies is W een punt van de Kromme: overzulx beschryft een Hyperbole enz.

Maar is rr grooter als $\frac{qqss}{4pp}$, of r grooter als $\frac{qs}{2p}$, zo stelt $\frac{qqs}{2pp}$ in plaats van y in het gegeve Surdische, om reden hier voren gezegt, men vind de Toppen n en q in de verlengde EM, nemende M n en M q yder $\infty \surd . rr - \frac{qqss}{4pp}$. en voor de Rechtezyde vind men $\frac{ee}{qq}$, qn.

Is in de gegeve Æquatie de y dubbelt, en niet de x: of is gegeven $yy - \frac{2p}{q}xy + 2ny - \frac{2pn}{q}x + sx + nn - rr \infty 0$

of $y \infty \frac{p}{q}x - n \pm \sqrt{.\frac{pp}{qq}xx - sx + rr}$.

Zo is de plaats van het punt C mede altyd in een Hyperbole, om dat de Term daar xx by is, het Vierkant is van de Term met x gemultipliceert in het Rationale, en daarom altyd een +: maar om dat deze alrede in 't begin verhandelt is, zo zullen wy het hier by laten.

Nu is 'er alleenlyk nog te verhandelen die Æquatien waar in xy komt, of alleen, of daar en boven nog een, of beyde de onbekende enkelt: welke daarom op geen Surdische quantiteyt konnen gebragt werden, en by gevolg niet toepasselyk zyn aan de Applicata: maar om dat ze alle vallen in een Hyperbole, dog betrekkelyk tot zyne Asymptoti; en om dat ze alle zullen openbaar zyn, met eenige termen gelyk nul te nemen, wanneer de laatste soort verhandelt zyn, waar in de eene onbekende daar en boven nog dubbelt is, die mede konnen toegepast werden aan de Hyperbole en zyne Asymptoti, zo zullen wy de twee laatste gevallen, welke toepasselyk zyn aan de Hyperbole en de Middellyn, gelyk wy nu even gezien hebben, ook eens toepassen aan de Hyperbole en zyne Asymptoti.

Men zal bevinden, zodanigen Æquatie (hen ∞ 0 gereduceert hebbende, en zodanig dat xy in hen zonder bekende is, en dat zyn Teken een + is) *deelende door alle het geene dat met y gemultipliceert is, zo x daar in dubbelt is, en met x, zo y daar in dubbelt is,* zo lang tot dat 'er niets over blyft als dat geheellyk bekent is, dat'er zal uytkomen een Quantiteyt geheel Rationaal, en waar in de y en de x beyde maar enkelt zullen wezen.

By Voorbeelt. Nemende de eerste van de twee laatste Æquatien, of liever een ander van de zelfde gedaante, die wat eenvoudiger uytkomst geeft, te weten

$$xy - \frac{p}{q}xx + nx + sy - \frac{sp}{q}x + sn - km \infty 0$$

gedeelt door $x + s$, komt $y - \frac{p}{q}x + n$, en schiet over km.

Hier ziet men dat de uytkomst is geheel Rationaal, hoedanig ook de Divisor is; in beyde is de onbekende maar enkelt.

Wy hebben dan twee Rationale quantiteyten, $x + s$ en

$y - \frac{p}{q}x$

$y - \frac{p}{q}x + n$, welke yder een rechtelyn vertonen, die met elkander vermenigvuldigt zynde, gelyk zyn aan een gegeve Vlak *km*, en dat op alle hoegrootheden van x en y: en dewyl dit zodanigen eygenschap is, die yder punt van een Hyperbole heeft betrekkelyk tot de eene Asymptotus evenwydig aan de andere, zo laat ons het gevondene eens aan deze toepassen.

Laat dan OC wezen een Hyperbole, wiens Asymptoti zyn ME en MI. Laat BE wezen $\infty x + s$, de eene multiplicator, en CL, gelykwydig aan ME, $\infty y - \frac{p}{q}x + n$, de andere multiplicator: zo zal de ▭ van BE, LC gelyk wezen aan *km*; of, de ▭ ML, LC zal wezen $\infty km, \frac{e}{q}$. Nu, dewyl wy weten dat deze eygenschap in een Hyperbole is op zyn Asymptoti, zo mogen wy besluyten, *van alle Æquatien, die gedeelt konnen werden door een Quantiteyt waar in de onbepaalde enkelt is, en dat het quotient mede zodanig is, niets overlatende als dat geheellyk bekent is, dat de plaats van het onverknochte punt C is in een Hyperbole betrekkelyk tot zyn Asymptoti.*

Drie dingen zynder te bepalen; beyde de Asymptoti, en een punt van de Kromme.

Het is kenlyk, volgens het 9 Voorstel, als B oneyndig digt aan E komt, of als BE is onbepaalt kleen, dat dan BC zal wezen onbepaalt groot, en by gevolg ook dan als BE, of $x + s \infty 0$ is: ja BC zal de Asymptotus zelfs wezen. Daarom, $x + s \infty 0$ nemende, of $-x \infty s$; dat is AE ∞s, ter linker zyde van A nemende, en halende door E een evenwydige aan BC: zo is deze de eene Asymptotus.

Wederom: VM, of CL oneyndig kleen zynde, zo is VC oneyndig lang: of, V in M stellende, of C in L, zo valt VC op de Asymptotus die evenwydig aan AK is. Daarom, CL, of $y - \frac{p}{q}x + n \infty 0$ stellende, of $y \infty \frac{p}{q}x - n$, waar door men het punt G vind; zo heeft men slegs door G een

een evenwydige aan AK te halen : en deze is de andere Asymptotus. Hy de eerste in M snydende, zo is M het Middelpunt.

Om een punt van de Kromme te hebben. In de gegeve Æquatie $x \infty o$ nemende, dat is B in A, en C in O, zo is $sy + sn - km \infty o$, en daarom $y \infty \frac{km}{s} - n \infty$ AO. Derhalven AO dus lang nemende, men heeft O een punt van de Kromme.

Of, aanmerkende dat alle het bekende, dat na de Divisio overblyft, de tekens omkerende, gedeelt door de eene multiplicator, uytlevert de andere, dat is $\frac{km}{x+s} \infty y - \frac{p}{q}x + n$ ∞ CL; daarom, in het eerste de $x \infty o$ nemende, dat is B in A, of L in I, en C in O, zo is LC, of IO $\infty \frac{km}{s}$; waar door men O vind.

Of, aanmerkende dat de ▭ EB,CL gelyk is aan het bekende dat 'er door de Divisio overblyft, de tekens omkerende, dat is in deze gelyk km. Daarom EB ∞k nemende, en halende door B een gelykwydige aan ME, tot aan MG; en dan nemende LC ∞m: zo is C een punt van de Kromme. Of nemende EB ∞m, en CL ∞k.

Maar wil men dat C het punt is, waar door uyt M getogen een rechte, dat deze de As is. Het punt O alrede gevonden hebbende, zo maakt ML en LC yder zo lang als de midden evenredige tusschen MI en IO (of, in deze, maakt yder zo lang als $\sqrt{\frac{kme}{q}}$.) Dan kan men de Rechtezyde vinden, uyt O een rechthoekige op de As gehaalt hebbende, volgens het Werkstuk hier voren aangetekent.

Nota. Dewyl wy gezien hebben, met de Multiplicatores ∞o te nemen, dat de Tekens van de Termen, behalven die van x en y, zig omkeren, zo zullen wy voortaan, overal, *by de Divisor voegen de contrary tekens van het gegevene*, waar door de tekens van het quotient zig mede zullen omkeren, en alzo zullen de Termen ten eersten zodanige tekens hebben, als ze verkrygen zouden met de geheele hoegrootheit ∞o te nemen, behalven de Term van x en van y, die dog in de vinding van de Asymptoti niet gebruykt werden.

Men zoude dan de Deeling gedaan hebben door $-x-s$, en het quotient zoude geweest hebben $-y+\frac{p}{q}x-n$: waar door

door de Term s, en de Termen $\frac{p}{q}x$ en n, zodanige Tekens hebben als dienstig is om de punten E en G aan te wyzen, waar door de Asymptoti moeten getrokken werden.

Getogen hebbende een Hyperbole met ME en MG als Asymptoti, die door O gaat: zo is die de plaats van het punt C.

Gegeven zynde $xy - \frac{p}{q}yy + ny + sx - \frac{sp}{q}y + sn - km \infty 0$.

Gedeelt door alle het geene met x gemultipliceert is, om dat y daar in dubbelt is, zo lang tot datter niets overblyft als dat geheellyk bekent is, en stellende by de Divisor de contrary Tekens van het geene gedeelt werd: dat is hier

gedeelt door $-y-s$ / komt $-x+\frac{p}{q}y-n$

Daarom, in AO, evenwydig aan BC, of aan de lyn y, genomen AE $\infty\, s$, neerwaarts om dat hy een $-$ is, en getogen door E een evenwydige aan AB: zo is die de eene Asymptotus. Dan, in AO, genomen AH, opwaarts, $\infty\, q$, HK, evenwydig AB, ter rechter zyde, $\infty\, p$, en KG ter linker zyde $\infty\, n$, en door G gehaalt een evenwydige aan AK: die is de andere Asymptotus; en haare snyding M is het Middelpunt.

In de gegeve Æquatie $y \infty 0$ nemende, zo heeft men $sx + sn - km \infty 0$, of $x \infty \frac{km}{s} - n$: dit in AB afmetende, ter rechter of ter linker zyde van A, na dat het een $+$ of een $-$ is, men heeft W een punt van de Kromme.

Getogen hebbende een Hyperbole met ME en MG als Asymptoti, die door W gaat, men heeft de plaats van het punt C.

Men kan ook andere punten van de Kromme vinden: maar om dat dit in deze geschiet op de zelfde wyze als in het laast voorgaande, zo zullen wy dit hier by laten.

Is 'er geen onbekende dubbelt in de gegeve Æquatie, of is in deze twee $p \infty 0$, zo heeft men $xy + nx + sy + sn - km \infty 0$,

 en

en $xy + ny + sx + sn - km \propto o$, en dan valt K in H, of GM is evenwydig aan AE: *zo dat dan beyde de Asymptoti evenwydig zyn aan de onbekende*; de eene aan AB, en de andere aan BC.

Is 'er daar en boven geen x enkelt in, of is in de eerste Æquatie p en n beyde $\propto o$, en in de tweede p en s, waar door men heeft $xy + sy - km \propto o$, en $xy + ny - km \propto o$, zo valt I in A: *dies gaat de eene Asymptotus door* A. Of hy is AB.

Is 'er dan ook geen y enkelt in, of is in beyde p, n, s yder $\propto o$, waar door men heeft $xy - km \propto o$, zo valt E mede in A: *en alzo gaan beyde de Asymptoti door* A, *en gelykwydig aan de onbekende*. Of AB en AO zyn beyde de Asymptoti.

Alzo zyn dan verhandelt alle soorten van Æquatien, waar in de onbepaalde x, of y, of beyde te zamen, opklimmen tot twee Dimensien, zynde alle het geene wy voorgenomen hadden in dit Hoofstuk te verrichten: daarom zullen wy afkorten.

III. HOOFTSTUK.

De oplossing van sommige onbepaalde Æquatien.

Dit zal dienen tot oeffening van 't voorgaande, om dat aldaar maar een eenige van yder soort is verhandelt; en voornamelyk tot de manier in het tweede Hoofdeel voorgedragen, om dat die van 't eerste alles op een zelfde wyze verricht. Wy zullen de vinding, na de tweede manier, hier wederom byvoegen, daar wy oordeelen dat het van noden is, en zullen dit verminderen na dat wy gissen dat uwe kragten zullen toegenomen hebben.

1. Gegeven zynde $- yy + 2xy - 2ny - nn \propto o$, en de hoek van x en y recht

of $y \propto x - n \pm \sqrt{.\,xx - 2nx}$. een *Hyperbole*.

Door het Rationale vind men de Middellyn IV, nemende AI, in AO, evenwydig BC, en AV, in AB, yder $\propto n$. BL is dan $\propto x - n$; zo moet dan LC zo lang wezen als het surdische. Dit $\propto o$ stellende, zo is $x \propto n \pm \sqrt{nn}$. Hierom, AE, na de rechterzyde, genomen $\propto n$, en

ER

ER ET yder $\infty \surd nn$, dat is mede ∞n, en getogen TQ en RN gelykwydig aan BC: zo is QN de Dwarse. Voorts $\square$ NLQ / $\square$ RBT $xx - 2nx \infty \square$ LC // $\square$ IV 2 / $\square$ AV 1

$\overline{\qquad\qquad} \frac{1}{2}$ QN

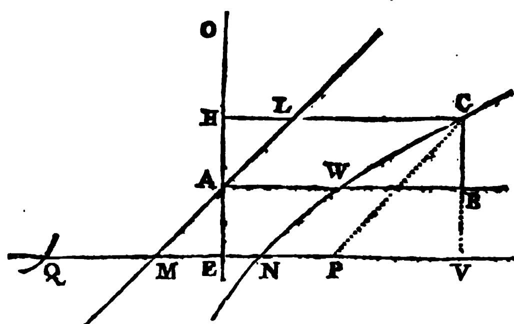
of, als 1 QN / $\frac{1}{2}$ QN

welke laatste de Rechtezyde is: Om datze nu beyde in lengte bekent zyn, zo behoeft men niet verder te gaan: anders zou men QN vinden $\infty 2n \surd 2$, en de Rechtezyde $\infty n \surd 2$. E valt in de snyding van IV en AB, en daarom ook M de Midstip: dies is EN de Rechtezyde.

AB is een Asymptotus: want de Æquatie op x reducerende, zo is $x \infty \frac{yy + 2ny + nn}{2y}$; hier van de $y \infty$ o nemende, zo is $x \infty \frac{nn}{o}$, dat is van een oneyndige lengte (9 V.) en daarom AB een Asymptotus. De geheele Hyperbole CNC is de plaats van het punt C: de langste BC past op $+ \surd$ enz, en de korste op $- \surd$ enz.

2. Gegeven zynde $xx \infty 2xy + ny + nn$, en de hoek van x en y recht.

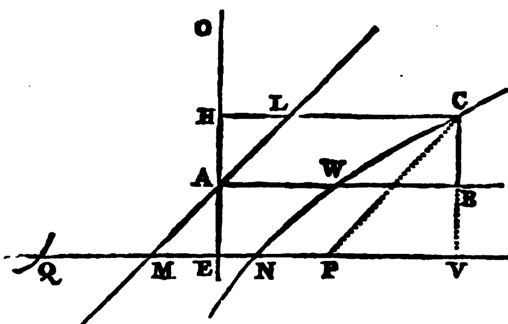
of $x \infty y \pm \surd . yy + ny + nn$, een *Hyperbole*.



Hebbende in AO genomen AH na believen, en HL mede zo lang, en gelykwydig aan AB; zo is AL de plaats van het Rationale: dies moet LC wezen het furdische: dit ∞ o nemende, zo vind men $y \infty - \frac{1}{2} n \pm \surd - \frac{3}{4} nn$: om dat dit absurt is, zo blykt dat LC geen Applicata kan wezen, of dat AL geen Middellyn kan zyn: laat dan CP, evenwydig aan AL, een Toegepaste, en PM, evenwydig aan LC, de Middellyn wezen.

Om de Toppen N en Q te vinden, zo stelt LC ∞k, een kleenste, of $yy + ny + nn \infty kk$; vermenigvuldigt met een Arithmetische progressie, men vind $-y \infty \frac{1}{2} n$: aanwyzende dat LC op zyn kleenste is als H onder AB valt in E, nemende AE $\infty \frac{1}{2} n$: daarom, door E een gelykwydige aan AB getogen,

 togen,



togen, zo is deze de Middellyn. En om dat als dan $-y \infty \frac{1}{2}n$ is, zo is, LC, of nn MN, of MQ $\infty \sqrt{.\frac{1}{4}nn - \frac{1}{2}nn + nn}$, dat is $\infty \sqrt{\frac{3}{4}nn}$: dies is de Dwarse QN $\infty \sqrt{3nn}$. Dewyl HE is $\infty\, y + \frac{1}{2}n$, zo is zyn □ $yy + ny + \frac{1}{4}nn$, dit met 2 gemultipliceert, komt $yy + ny + \frac{1}{4}nn, 2$ ∞ □ LM, of □ CP. Van 't □ LC $\infty\, yy + ny + nn$, afgetogen 't □ MN $\infty \frac{3}{4}nn$, rest de ▭ NPQ $\infty\, yy + ny + \frac{1}{4}nn$: en dewyl deze ▭ is tot het □ CP als 1 tot 2; zo is de Rechtezyde 2 maal langer als de Dwarse NQ.

Dit blykt ook aanstonts uyt het geene hier voren is aangetekent, te weten dat de Rechtezyde is $\infty \frac{eev}{qqt}$, QN, om dat t, v en qq yder zyn 1, en $ee \infty 2$. Dog dan is men gebonden aan deze Quantiteyt.

In de gegeve Æquatie $y \infty 0$ nemende, dat is C in AB, zo is $x \infty n$. Daarom AW gelyk n nemende, zo is W een punt van de kromme.

Proef. verlengt CB tot aan de Middellyn in V, zo is CV $\infty\, y + \frac{1}{2}n$, zo veel is ook VP; en om dat MV is $\infty \frac{1}{2}n + x$, zo is MP $\infty\, x - y$; hier van en by MN en MQ, yder $\infty \sqrt{\frac{3}{4}nn}$, men heeft $x - y - \sqrt{\frac{3}{4}nn} \infty$ NP, en $x - y + \sqrt{\frac{3}{4}nn} \infty$ QP: deze gemultipliceert, komt $xx - 2xy + yy - \frac{3}{4}nn \infty$ de ▭ QPN. Uyt de gelykheit van PV en VC volgt, dat het Vierkant van CP is gelyk tweemaal het Vierkant van CV, dat is 't □ CP $\infty\, 2yy + 2ny + \frac{1}{2}nn$: en om dat de Rechtezyde 2 maal langer is als de Dwarse, daarom zyn $2 / 1 // 2yy + 2ny + \frac{1}{2}nn / xx - 2xy + yy - \frac{3}{4}nn$ evenredig; of $2yy + 2ny + \frac{1}{2}nn$ is $\infty\, 2xx - 4xy + 2yy - 1\frac{1}{2}nn$, of $xx \infty\, 2xy + ny + nn$, de gegeve Æquatie.

3. Gegeven zynde $yy \infty \frac{2a}{b} xy - dd$

of $y \infty \frac{a}{b} x \pm \sqrt{\cdot \frac{aa}{bb} xx - dd}$, een *Hyperbole.*

Door het Rationale vind men AK; en deze is de Middellyn.

Het Surdische ∞ o stellende, zo is $xx \infty \frac{bbdd}{aa}$, of $xx \infty o x + \frac{bbdd}{aa}$, of $x \infty o \pm \frac{bd}{a}$. AE is dan ∞ o, of E valt in A: zo is dan A de Midstip.

ER en ET zyn yder $\infty \frac{bd}{a}$, waar door de Top N en Q openbaar zyn (of nemende HD ∞ *d*, en halende DN evenwydig aan HA, want dan zyn AH *b* / HK *a* // ER $\frac{bd}{a}$ / RN *d* evenredig: waar uyt Q dan openbaar is)

Voorts. RB $x - \frac{bd}{a}$

TB $x + \frac{bd}{a}$

——————— Verm.

□NLQ / □RBT $xx - \frac{bbdd}{aa}$ // □AK ee / □AH bb

bb ——————— aa. bb —— aa

of □NLQ / □LC $\frac{aa}{bb} xx - dd$ // ee / aa

ee ——————— QN

of, als QN $\frac{aa}{ee}$, QN

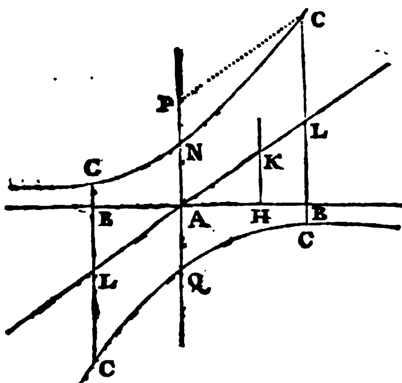
Anders. Dewyl HK *a* / AK *e* // RN *d* / AN of MN evenredig zyn, zo is MN $\infty \frac{ed}{a}$, en de Dwarse QN $\infty \frac{2ed}{a}$: dies is $\frac{aa}{ee}, \frac{ed}{a}$, of $\frac{ad}{e}$ de halve Rechtezyde; die men vind zoekende een vierde evenredige tot AK, HK, HD.

Door de gegeve Æquatie heeft men $x \infty \frac{bdd + byy}{2ay}$: nemende hier van $y \infty o$, zo heeft men $x \infty \frac{bdd}{o}$, aanwyzende dat AB is een Asymptotus.

Beyde de geheele Hyperbolen zyn de plaats van het punt C, om dat x en y konnen wezen, of beyde een $+$, of beyde een $-$.

4. Gegeven zynde $yy \infty \frac{2a}{b}xy + dd$

of $y \infty \frac{a}{b}x \pm \sqrt{.\frac{aa}{bb}xx + dd}$, een *Hyperbole*.



AK is wederom de plaats van L, of van het Rationale: LC moet dan wezen gelyk het Surdische. dit gelyk o nemende, men vind

$x \infty o \pm \sqrt{-\frac{bbdd}{aa}}$,

dat absurt is: dies is AK niet de Middellyn: maar een andere evenwydig aan BC.

$\frac{aa}{bb}xx + dd \infty kk$, de kleenste stellende, zo vind men $x \infty o$; aanwyzende niet alleen, dat de Middellyn door A, evenwydig aan BC moet lopen, maar ook, dat men daar in AN en AQ yder zo lang moet nemen als d, om de Toppen N en Q te hebben, dewyl als dan het Surdische is $\infty \sqrt{dd}$.

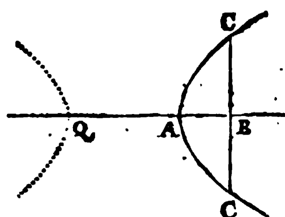
Voorts. AH b / AK e / AB x? komt $\frac{ex}{b} \infty$ AL ∞ PC. Van 't □ LC $\infty \frac{aa}{bb}xx + dd$, afgetogen 't □ AN ∞dd, rest de ▭ NPQ $\infty \frac{aa}{bb}xx$: daarom, ▭ NPQ $\frac{aa}{bb}xx$ / □ PC $\frac{ee}{bb}xx$ / NQ $2d$? komt $\frac{2dee}{aa}$ voor de Rechtezyde. Beyde de geheele Hyperbolen zyn de plaats van het punt C.

AB is wederom een Asymptotus, naderende de bovenste Kromme ter linker zyde, en de onderste ter rechter zyde.

5. Gegeven zynde $yy \infty ax + xx$

of $yy \infty o\,xy + ax + xx$

of $y \infty o \pm \sqrt{.ax + xx}$, een *Hyperbole*.



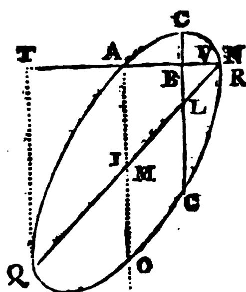
Dit geeft een zeer eenvoudige Figuur, van gedaante als de nevenstaande.

A is de Top: de Dwarse AQ, in de verlengde AB, ter linker zyde, is ∞a: zo lang is mede de Rechtezyde.

6. Gege-

6. Gegeven zynde $yy \infty 2xy - 2ny + 2nx - 2xx$, en de hoek van x en y recht.

of $y \infty x - n \pm \sqrt{.nn - xx}$, een *Ellipsis*.

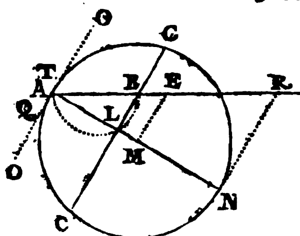


Dit geeft een Figuur van gedaante als de nevenstaande: daar in zyn AI en AV yder ∞n: de Dwarse NQ is $\infty 2n\sqrt{2}$, en de Rechtezyde $\infty n\sqrt{2}$, dat is half zo lang.

De Kromme loopt door A en ook door R: want, $y \infty 0$ nemende, in de gegeve Æquatie, zo is $xx \infty nx$, of $x \infty \frac{1}{2}n \pm \sqrt{\frac{1}{4}nn}$, dat is, $x \infty n$ en ook $\infty 0$; waar uyt blykt het gezeyde. De eene Top N komt mede in R.

7. Gegeven zynde $yy \infty -xy + ax - xx$. de hoek van x en y onbepaalt.

of $y \infty -\frac{1}{2}x \pm \sqrt{.ax - \frac{3}{4}xx}$.



Dewyl de hoek van x en y begrepen, onbepaalt gelaten is, zo laat ons maken dat de Applicata rechthoekig op de Middellyn valt, om te zien of wy, in plaats van een Ellipsis, konnen vinden een Rond.

Daarom, op AB, genomen na believen, gemaakt een halfrond, neerwaarts; en in de omtrek genomen BL $\infty \frac{1}{2}$ AB, en gehaalt AL: zo is deze de plaats van het Rationale, en daarom de Middellyn, en ALC is recht.

Het Surdische ∞ o nemende, zo is $x \infty \frac{2}{3}a \pm \frac{2}{3}a$: daarom AE na de rechter zyde nemende $\infty \frac{2}{3}a$, en ER en ET, aan weerzyden van E, mede zo lang, waar door T in A valt, waar in dan ook de eene Top Q is; en getogen EM RN, evenwydig BL, tot aan de verlengde AL: zo is QN de Dwarse.

Nu moet de ▭ NLQ zo groot wezen als het □ LC, zal de Kromme een Rond wezen. Dit blykt op vorige wys, dus:

▭ NLQ / ▭ RBT $\frac{4}{3}ax - xx$ // □ AL $\frac{1}{4}xx$ / □ AB xx

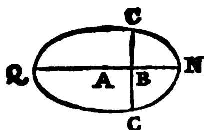
4 —— 3   3 —— 4

of, ▭ NLQ / □ LC $ax - \frac{3}{4}xx$ // xx / xx

Waar uyt blykt dat de ▭ NLQ is ∞ 't □ LC, en by gevolg dat

dat de Kromme een Rond is, wiens Middelpunt is M, gaande door A, om dat $x \infty 0$ nemende, ook $y \infty 0$ is.

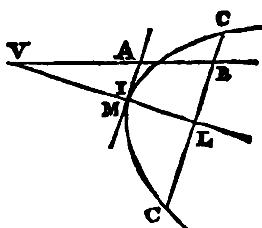
8. Gegeven zynde $yy \infty mm - \frac{p}{m} xx$, een *Ellipsis*.



Dit geeft de aldereenvoudigste figuur. AB is de Middellyn; A het Centrum: AQ en AN zyn yder $\infty m \sqrt{\frac{m}{p}}$; zo dat de Dwarse QN is $\infty 2m \sqrt{\frac{m}{p}}$: de Rechtezyde is $\infty 2\sqrt{pm}$.

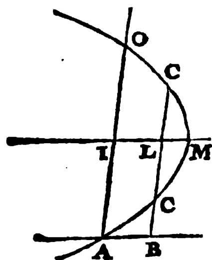
Is $p \infty m$, zo heeft men $yy \infty mm - xx$; en is dan de hoek ABC recht, zo is de Kromme een Rond, wiens Middellyn is $\infty 2m$.

9. Gegeven zynde $yy \infty -\frac{2b}{a} xy - 2cy + bx - \frac{bb}{aa} xx - cc$.
of $y \infty -\frac{b}{a} x - c \pm \sqrt{.\frac{2bc}{a} x + bx}$, een *Parabole*.



Door het Rationale $y \infty -\frac{b}{a} x - c$ vind men VIL de Middellyn: nemende van hen de $x \infty 0$, zo is $-y \infty c$; dies moet men AI, evenwydig aan BC, neerwaarts ∞c afmeten; en nemende $y \infty 0$, zo heeft men $-x \infty \frac{ac}{b}$; dies moet men AV, in AB, ter linker zyde van A, zo lang nemen als $\frac{ac}{b}$, en halen VIL. Het Surdische $\infty 0$ nemende, zo is $x \infty 0$; dies is I de Top. VI ∞e wezende, zo is IL $\infty \frac{bex}{ac}$: hier door deelende het Vierkant van LC, dat is $\frac{2bc}{a} x + bx$, komt $\frac{2c + ac}{e}$ voor de Rechtezyde. De beweeglyke hoek is VIA.

10. Gegeven zynde $yy \infty ay - bx$
of $y \infty \frac{1}{2} a \pm \sqrt{.\frac{1}{4} aa - bx}$, een *Parabole*.

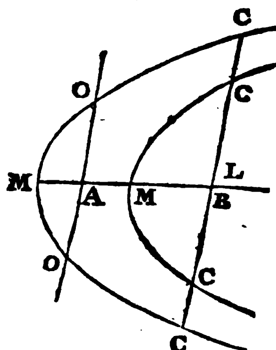


Dit geeft een figuur van de nevenstaande gedaante. AI is $\infty \frac{1}{2} a$; IM, evenwydig aan AB zynde, is de Middellyn, en $\infty \frac{\frac{1}{4} aa}{b}$; en de Rechtezyde is ∞b.

De Parabole loopt door A: want $x \infty 0$ nemende, zo is $y \infty \frac{1}{2} a \pm \sqrt{\frac{1}{4} aa}$, dat is $y \infty a$ en ook $\infty 0$: het eerste wyst aan dat AO is ∞a, en het tweede 't gezeyde.

11. Gege-

11. Gegeven zynde $yy \infty \frac{de}{a} x \pm cd$
of $\pm y \infty \surd . \frac{de}{a} x \pm cd$, een *Parabole.*

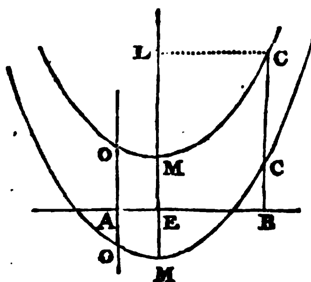


Hier op vind men een figuur van gestalte als de nevenstaande.

Om dat wy in deze geen Rationale quantiteyt hebben, zo is AB de Middellyn. AM is $\infty \frac{ac}{e}$. M, ter linkerzyde van A, is de Top op $+ cd$, en M, ter rechterzyde, is dezelve op $— cd$.

Haar beyder Rechtezyde is $\infty \frac{de}{a}$.

12. Gegeven zynde $xx \infty dx + dy — nn$
of $x \infty \frac{1}{2} d \pm \surd . \frac{1}{4} dd — nn + dy$, een *Parabole,*
waar van de y moet evenwydig lopen aan de Middellyn, en de x aan de Applicata.

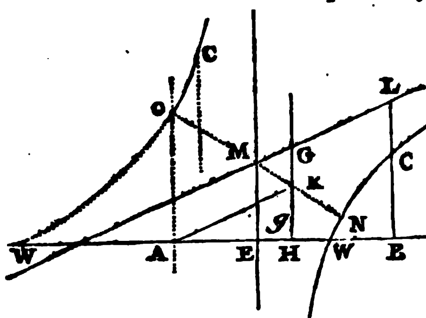


Dit maakt een figuur van gedaante als hier nevens vertoont werd. AE is $\infty \frac{1}{2} d$, het Rationale: door E is gehaalt een gelykwydige aan BC, die is de Middellyn. Zo is dan EB, of de Applicata CL, gelyk het Surdische: daar dan $\frac{1}{4} dd — nn + dy \infty 0$ is, daar is de Top, of daar $y \infty \frac{nn}{d} — \frac{1}{4} d$ is: daarom, in de Middellyn EL, genomen EM $\infty \frac{nn}{d} — \frac{1}{4} d$: opwaarts als n groter is als $\frac{1}{2} d$, en neerwaarts als hy kleender is. De Rechtezyde is ∞d.

Volgen eenige Voorbeelden, die wy zullen toepassen op de Hyperbole en zyn Asymptoti, alhoewelze ook aan zyn Middellyn konnen toegeeygent werden.

13. Gegeven zynde $— \frac{a}{b} xx + xy — \frac{cd}{b} y + \frac{ed}{b} x + \frac{aff}{b} \infty 0$
gedeelt door $— x + \frac{cd}{b}$ / komt $— y + \frac{a}{b} x — \frac{ed}{b} + \frac{acd}{bb}$.
Verwerpende het overschot $— \frac{aff}{b} — \frac{cdde}{bb} + \frac{accdd}{b^3}$, om dat het niet kan dienen als om een punt van de Kromme te vinden,

dat op een veel gemakkelyker wyze kan geschieden, om dat in dit overschot wat veel quantiteyten zyn.

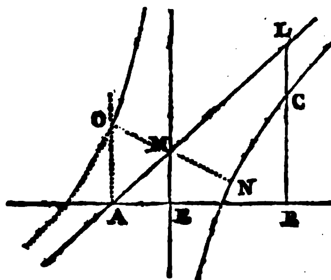


Om de Asymptoti te vinden, zo maakt in AB, ter rechter zyde van A, AE $\infty \frac{cd}{b}$, en haalt EM evenwydig aan BC: deze is de eene Asymptotus. Dan neemt in de zelve AB, ter rechter zyde van A, AH $\infty\, b$, en HK $\infty\, a$, opwaarts, en gelykwydig aan BC: dan Kg neerwaarts $\infty \frac{cd}{b}$, en gG opwaarts gelyk $\infty \frac{acd}{bb}$; en door G getogen GM, evenwydig aan KA: die is de andere Asymptotus.

Om een punt van Kromme te vinden, zo neemt, in de gegeve Æquatie, de $x \infty 0$, zo is $+y \infty \frac{aff}{cd}$: daarom, AO, evenwydig aan BC, opwaarts nemende zo lang als deze $\frac{aff}{cd}$; zo is O een punt van de Kromme waar in C loopt. Haalt men OMN, en neemt men MN zo lang als MO, zo is N een punt van zyn tegengestelde Hyperbole, waar in C mede is.

Had men $y \infty 0$ genomen, zo zou men gevonden hebben $x \infty \frac{\frac{1}{2}cd}{a} \pm \sqrt{\cdot}\, \frac{\frac{1}{4}ccdd}{aa} + ff$ voor AW, mede een punt van de voornoemde Kromme.

14. Gegeven zynde $xy - xx + ax - ay + bb \infty 0$
gedeelt door $-x+a$ / komt $-y+x$



Dit geeft een figuur van de nevenstaande gedaante: daar in is AE en EM yder $\infty\, a$; waar door AM en EM de Asymptoti zyn.

Nemende $x \infty 0$, zo is $+y \infty \frac{bb}{a}$, voor AO: zo is dan O een punt van de tegenstelde waar in C loopt.

15. Gege-

15. Gegeven zynde $xy - xx \pm bb$ ꝏ 0.
gedeelt door $-x$ / komt $-y + x$.

AO, evenwydig aan BC, is de eene Asymptotus: de andere vind men nemende BL ꝏ BA, en halende een oneyndige door L en A.

x ꝏ b nemende, zo is y ꝏ 0 op $+bb$, en ꝏ $2b$ op $-bb$: daarom, genomen AW ꝏ b, en WN ꝏ $2b$, evenwydig aan BC: zo zyn W en W twee punten van de tegengestelde passende op $+bb$, en N en N twee van de tegengestelde passende op $-bb$: ja die door N gaan zyn de weergaden van de geene die door W lopen, om dat SW is ꝏ SN, yder ꝏ b zynde.

16. Gegeven zynde $-\frac{a}{b}yy + xy - \frac{cd}{b}x + \frac{ed}{b}y + \frac{aff}{b}$ ꝏ 0.

Gedeelt door $-y + \frac{cd}{b}$, komt $-x + \frac{a}{b}y - \frac{ed}{b} + \frac{acd}{bb}$.

Dit maakt een figuur als de nevenstaande, zynde in alles gelyk aan die van 't 13 Exempel, uyt genomen dat hier op de lyn AO gewerkt is als aldaar op de lyn AB.

17. Gegeven zynde $yy \infty 2xy - 2ny - nn$. Zynde het 1 Exempel.

Hier door vind men een figuur als de nevenstaande: daar in is HK half zo lang als AH; KG gelyk n, van gelyken mede AO. AB en GM, evenwydig aan AK, zyn de Asymptoti.

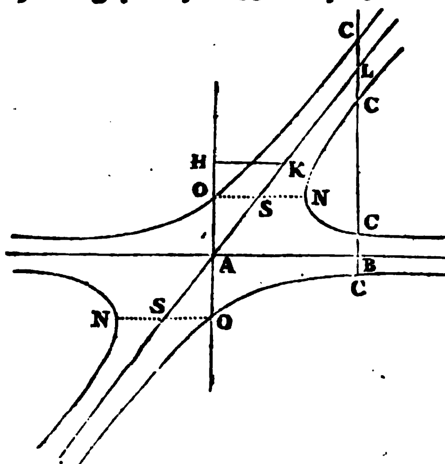
Nemende MN zo lang als MO, zo is N een punt van de tegengestelde van de geene die door O gaat.

18. Gegeven zynde $xx \infty 2xy + ny + nn$. Zynde het 2 Exempel.

Hier door werd de figuur van de nevenstaande gedaante: daar in is HK wederom half zo lang als AH; KG gelyk $\frac{1}{4}n$, en AE gelyk $\frac{1}{2}n$. Nemende AW, en AO, evenwydig aan BC, yder gelyk n, zo zyn W en O twee punten van de Hyperbole waar in C loopt. GM, gelykwydig aan AK, en EM, zodanig aan BC, zyn de Asymptoti.

Proef. Aanmerkt WFP evenwydig aan BC, of aan HK, BC verlengt tot aan de verlengde AK, en CS gelykwydig aan BE. CS is dan $\infty x + \frac{1}{2}n$, en CL $\infty \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}n - y$: deze met elkander vermenigvuldigt, komt $\frac{1}{2}xx - xy - \frac{1}{2}ny - \frac{1}{8}nn \infty \Box$ LCS. Om dat WP is $\infty \frac{1}{2}n$, zo is WF $\infty \frac{1}{4}n$; dit gemultipliceert met WE $\infty \frac{3}{2}n$, komt $\frac{3}{8}nn \infty \Box$ FWE, zynde gelyk aan de $\Box$ LCS; dies is $\frac{1}{2}xx - xy - \frac{1}{2}ny - \frac{1}{8}nn \infty \frac{3}{8}nn$, of $xx \infty 2xy + ny + nn$, de gegeve Æquatie.

19. Gegeyen zynde $yy \infty \frac{2a}{b} xy \mp dd$. Het 3 en 4 Exempel.



Dit geeft een figuur van gedaante als de nevenstaande. AH is daar in $\infty 2a$; HK ∞b; AO ∞d: ON is evenwydig aan AB; daar van S het midden is. AK en AB zyn de Asymptoti.

II. Deel.

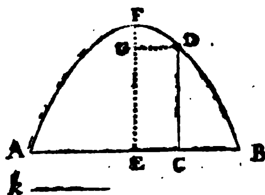
Oplossing van eenige onbepaalde Meetkunstige Werkstukken.

NU zal men zien waar toe het voorgaande, in 't eerste Deel verhandelt, kan dienen, en nog meer zal men zulx bespeuren in het volgende Boek. Om dat de oplossing van de onbepaalde Werkstukken eygentlyk tot de Plaatzen behoort, daarom laten wy ook haare Ontbinding een deel wezen van dit Boek.

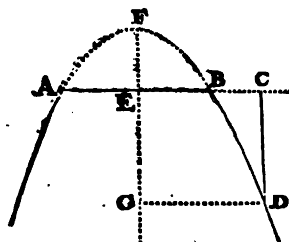
Om dat men tot de oplossing van deze niet anders van noden heeft als het geene in 't eerste Deel alrede wydlopig is voorgedragen, daarom zullen wy kort wezen: meestendeel maar stellende de Opmaking, of de Constructie, zonder aanwyzing te doen hoe wy daar toe gekomen zyn.

Men moet verdagt wezen, dat men de onbepaalde *x* en *y* wederom zodanig neme alsze in de Plaatzen genomen zyn: *x* beginnende van een vast punt, lopende in een gegeve lyn, en *y* daar aan verknogt in een gegeve hoek.

I. WERKSTUK.



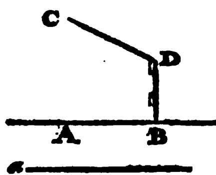
Gegeven zynde de rechte AB, *en een lyn k: op* AB, *of op zyn verlengde, een lyn* CD *te trekken, in een gegeve hoek* ACD, *zodanig dat de Rechthoek* ACB *zo groot is als de Rechthoek van* CD *en de gegeve lyn k.* Pappus, de laatste van het vierde Boek.



Aanmerkende E voor het midden van AB, en stellende AE of EB ꝏ a, EC ꝏ x, en CD ꝏ y: zo vindmen x ꝏ $\sqrt{.\,aa \pm ky}$ Een Parabole, waar van dat y loopt evenwydig aan de Middellyn.

Constructie. Haalt uyt E, het midden van AB, een rechte EF opwaarts, evenwydig aan CD, zo lang als $\frac{aa}{k}$; en beschryft een Parabole, door F als Top, op EF als Middellyn, met k als Rechtezyde, en AEF als beweeglyke hoek: deze gaat door A en ook door B, en daar in zyn alle de punten D.

II. WERKSTUK.



Gegeven zynde een rechte lyn AB, *en een punt* C: *alle de punten* D *te vinden, waar uyt trekkende* DC, *en ook* DB *rechthoekig op* AB, *dat* DC *en* DB *te zamen, en ook haar verschil, zo lang is als een gegeve lyn a.*

Hebbende uyt C getogen CA, rechthoekig op AB, en die noemende b: stellende AB ꝏ x en BD ꝏ y, zo vindmen.

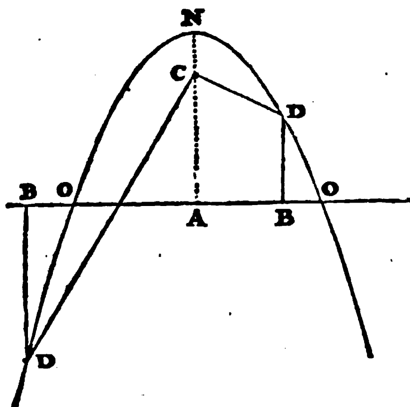
xx ꝏ $-2ay + 2by + aa - bb$ | op de *Som*

en xx ꝏ $+2ay - 2by + aa - bb$ | op het *Verschil.*

Een Parabole, waar in y evenwydig is aan de Middellyn. Om dat de tweede Æquatie in alles overeenkomt met de eerste, uytgenomen dat het teken van y zig daar in omkeert,

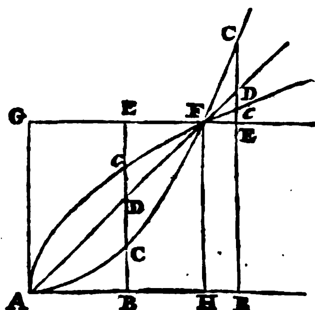
van

van een + in een —, zo blykt dat deze twee gevallen in een zelfde Parabole zullen konnen gevonden werden; het laatste y onder AB, als y in 't eerste daar boven is.



Constructie. Neemt AN, opwaarts, in de lootlyn AC, gelyk $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$; en trekt uyt N als Top, op AN als As, met 4 maal CN als Rechtezyde, een Parabole: deze de gegeve lyn AB snydende in O, O; zo is ONO de plaats van D op de *som*, en het overige van de geheele Parabole, is de plaats van D op het *verschil*.

III. WERKSTUK.



Drie gedurige evenredige te vinden, van de welke de eene uytterste gelyk is aan een gegeve lyn a.

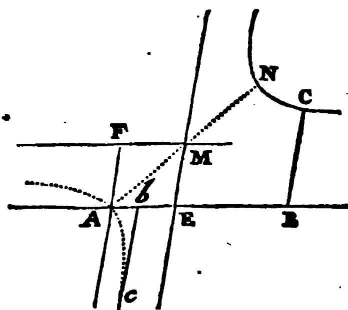
Constructie. Maakt op AH, gelyk a, een Vierkant; en beschryft een Parabole, met AH als Rechtezyde, uyt A als Top, en op AG als As, als AC FC; of op AH als As, als AcFc: beyde gaanze door F: haalt ook de hoeklyn AFD.

Hebbende dan getogen een lyn evenwydig aan AG, welke, of zyn verlengde, ontmoet AH en GF, of haare verlengde, in B en in E, de hoeklyn in D, en de Kromme lynen in C en in c: zo zullen BE : BD : BC, ook BE : Bc : BD gedurig evenredig zyn, daar af de eene uytterste BE gelyk is aan de gegeve lyn a.

IV. WERK-

IV. WERKSTUK.

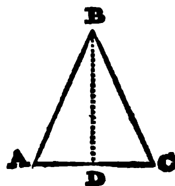
***Vier evenredige te vinden, van de welke de eerste is als een gegeve lyn a, en de vierde gelyk de Som van de twee middelste,* of dat $a / x // y / x + y$ evenredig zyn.**



Constructie. Maakt een Vierkant of een Ruyt AEMF, waar van yder zyde zo lang is als de gegeve lyn a; en haalt de hoeklyn AM: neemt, in zyn verlengde, MN gelyk MA. Dan beschryft een Hyperbole die door N gaat, en waar van dat EM en FM de Asymptoti zyn. Dan getogen uyt eenig punt van deze Kromme, als hier uyt C, een gelykwydige aan ME, ontmoetende de verlengde AE in B: zo zyn AE / AB // BC / AB + BC de begeerde evenredige.

Haalt men zyn tegengestelde, die door A gaat: zo zal die konnen dienen, als men begeerde dat de vierde evenredige zo lang zoude moeten wezen als het *verschil* tusschen de twee middelste. Dat deel van hem, dat boven de verlengde van EA valt, past op $x - y$ voor de vierde, en dat daar onder valt op $y - x$ voor de zelve. EA / Ab // bc / bc — Ab zyn dan de begeerde.

V. WERKSTUK.



Van een gegeve lyn a gelykbenige Driehoeken te maken.

Stellende AD of DC ∞ x, de hangende DB ∞ y, zo vindmen yy ∞ $\frac{1}{4}aa - ax$, een Parabole, en daar uyt deze

Construc-

Constructie. Neemt AN gelyk $\frac{1}{4}a$; en beschryft een Parabole uyt N als Top, op NA als As, met *a* als Rechtezyde. Getogen hebbende uyt A een rechthoekige op AN, snydende de Kromme in O, zo is ON de Plaats van het pun t . Nemende daar in B na welgevallen, zo trekt uyt B een boog die door A gaat, snydende AN, of zyn verlengde, in C; dan gehaalt BA BC, zo is ABC een gelykbenigen Driehoek, wiens drie zyden zo lang zyn als de gegeve lyn *a*.

Wil men dat de Beenen min *de grond zo lang zullen wezen als de gegeve lyn a*, zo is de oneynde verlengde NBO aan O, of het overige van de Parabole, de Plaats van het punt B.

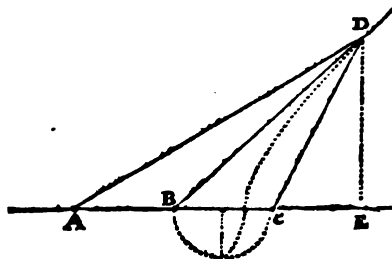
VI. WERKSTUK.

Rechthoekige Driehoeken te maken van een gegeve Omtrek.

Constructie. Maakt een Vierkant AM, waar van yder zyde zo lang is als de drie zyden van de begeerde Driehoek: dan beschryft een Hyperbole met IM en MD als Asymptoti, die door het midden van AD, of van AI gaat, dat is door O of O: zo is dat deel van de Kromme, begrepen binnen het Vierkant, de plaats van het punt C: waar uyt getogen CB rechthoekig op AD, en gehaalt CA, zo is ACB een van de begeerde Driehoeken.

Het overige van de Hyperbole dient *om Rechthoekige Driehoeken te vinden, wiens Schuynze en het eene Been zo lang is als het ander Been* + *een gegeve lyn* AD. De tegengestelde dient *om Rechthoekige Driehoeken te vinden, wiens som der Beenen — de Schuynze gelyk is aan een gegeve lyn* AD: A voor het punt nemende waar uyt de Schuynze getrokken werd.

VII. WERKSTUK.



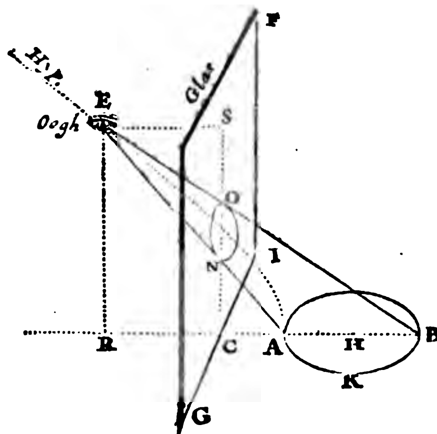
Gegeven zynde drie punten A, B, C, *in een rechte lyn zynde, evenver van elkander af: alle de punten* D *te vinden, waar uyt getogen* DA DB DC, *dat de* ▭ ADC *is gelyk aan het* □ DB: *of, dat* AD: BD: CD *gedurig evenredig zyn.*

DE een Perpendiculaar zynde, en stellende AB of BC ∞ a, BE ∞ x, en ED ∞ y, zo vind men voor de Vierkanten van AD BD CD.

$xx + yy + 2ax + aa : xx + yy : xx + yy - 2ax + aa.$
Vermenigvuldigt de uytterste, en vergeleken met het Vierkant van het middelste, en gereducoert, komt yy ∞ $xx - \frac{1}{2}aa$, een gelykzydige Hyperbole.

VIII. WERKSTUK.

Gegeven zynde een Cirkel: de plaats van het Oog te vinden, om dezelve circulariter op een gegeve Glas te zien. Uyt de Mathematische Oeffening van *Fr. van Schooten*, voorgestelt en verklaart door *Claudius Mylon.*



De gegeve Cirkel is AKB: men begeert alle de punten E te vinden, daar in men het Oog moet houden, op dat, indien men van daar na de Cirkel AKB ziet, de zelve hem op het gegeve Glas GF mede circulariter vertoont, dat is zodanig, dat NO mede een Cirkel is.

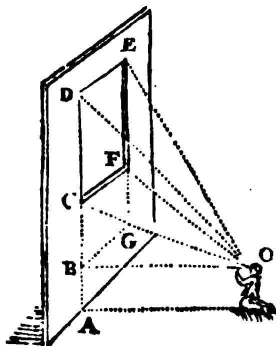
Aan-

Aanmerkt dat BCR, gaande door het Middelpunt H, rechthoekig loopt door GI, de grond van het Glas; of de snee van het Glas en het Vlak waar in het gegeve Rond AKB is, en dat CS, in het Glas getogen, mede op GI rechthoekig staat, zo meet de hoek SCB af, na de 6 Bepaling van het 11 Boek Euclides, of na onze 44 Bepaling, de helling, of de neyging van het Glas GF en het Vlak in de welke het Rond AKB is.

Dewyl, na 't 5 Voorstel van 't I Boek der Conische Sectien van *Appollonius*, de Driehoek EON gelykhoekig moet wezen aan de Driehoek EAB, en zodanig, dat ENO zo wyd is als EBA, zal NO zo wel een Cirkel wezen als AB, zo volgt dat de Driehoeken EBR en EAR mede gelykhoekig zyn, dewylze in R een hoek gemeen hebben, en de hoek EBR, of ENO, gelyk is aan de hoek AER, om dat ON en ER evenwydig zyn. Overzulx is 't,

$AB \infty b$	ER tot RA, als RB tot ER
$AR \infty x$	y —— x // $x+b$ —— y
$ER \infty y$	dies is $yy \infty xx + bx$, een gelykzydige Hyperbole, wiens Top is A, en Dwarse AB.

Indien men dan uyt A als Top, op AR als Middellyn, met AB als Dwarse, en ook als Rechtezyde, en NCA als beweeglyke hoek, in 't Vlak ACN, een Hyperbole beschryft: zo zal dat gedeelte, 't welk aan de andere zyde van het Glas is als daar het Rond is, de Plaats van het Oog zyn, om het gegeve Rond, op het gegeve Vlak GF, als een Rond te zien: het zy of GF scheef of rechthoekig staat op het Vlak waar in het gegeve Rond is. De tegengestelde kan mede hier toe dienen: maar dan valt NO in de verlengde NC aan C.



Men vind mede dat het Oog O in een Hyperbole moet gehouden werden (in het 326 Voorbeelt van de Inleyding tot de Wiskunst) om DE altyd zo lang te zien als EF, de wyl men aldaar gevonden heeft $yy \infty \frac{16}{9} xx + 16$ ($BC \infty 4$, $BO \infty x$, en van C tot aan x, de Applicata ∞y zynde) welke Kromme valt in het verlengde Vlak van DOBD, neerwaarts; wiens Top is B, Middelpunt C, en welkers Rechtezyde is $4\frac{1}{2}$, of de helft van BD.

IX. WERKSTUK.

Vind een Geometrice *Progressie van drie Termen, zodanig, indien men van de zelve aftrekt drie gegeve lynen a, b, c, dat de resten zyn een* Arithmetice *progressie.*

Stelle de *Arithmetice* progressie te wezen

$$x : x+y : x+2y$$

zo is de Geometrice progressie

$$a+x : b+x+y : c+x+2y$$

van deze laatste, het gemultipliceerde van de twee uytterste vergeleken met het Vierkant van het middelste, en gereduceert, komt

$$yy \propto +2ay+ax+ac-2by+cx-bb-2bx$$

Stellende $p \propto a+c-2b$, en $q \propto a-b$, men vind

$$y \propto q+\sqrt{.\,ap+px}$$, een Parabole.

Construtie. Nemende A voor het begin van x, en AB voor zyn vervolg: zo maakt AI $\propto q$, in een hoek BAI na believen, en trekt IL evenwydig aan AB: verlengt deze van I af tot N, zulx dat IN is $\propto a$: en trekt uyt N als Top, op NI als Middellyn, met p als Rechtezyde, en BAI als beweeglyke hoek, de Parabole NOC; zo is OC de begeerde plaats van y; dat is, trekkende uyt eenig punt van de zelve, als uyt C, de rechte CB, evenwydig aan AI, zo is die $\propto y$, en AB $\propto x$, waar door al de rest openbaar is. Maar om hen alle met een trek te vinden, zo maakt NM gelyk en evenwydig aan AI; en trekt uyt M als Top, op de evenwydige aan AB als Middellyn, met $4p$ als Rechtezyde, en BAI als beweeglyke hoek, een andere

andere Parabole NOD. Trek mede de evenwydige lynen AE QF KG PH, zulx dat BE is gelyk AB, EG ∞ a, EF ∞ b, en EH ∞ c. Trekkende dan de rechte DH, gelykwydig aan AI: zo zal EB EC ED de begeerde *Arithmetice*, en GB FC HD de begeerde *Geometrice* progressie wezen, om dat DC is gelyk CB, en BE gelyk BA. Trekt men een andere rechte DH, evenwydig aan de eerste, men heeft wederom twee andere zodanige Progressien.

X. WERKSTUK.

Drie gedurige evenredige te vinden, van de welke de som, *of ook het* verschil *der middelste en een der uyterste, gelyk is aan een gegeve lyn a.*

Stellende de eerste ∞ x, de tweede ∞ y, zo is de derde ∞ $a - y$ op de som, en ∞ $a + y$ op het verschil: dies heeft men yy ∞ $ax - xy$ op de som, en yy ∞ $ax + xy$ op het verschil.

of y ∞ $\mp \frac{1}{2} x \pm \sqrt{. \frac{1}{4} xx + ax}$, een Hyperbole.

Constructie. AB de lyn van x zynde, en A zyn begin, zo maakt op AH, genomen na believen, een halfrond; en in de Omtrek HK ∞ $\frac{1}{2}$ HA nemende, en trekkende AKL, zo is die de Middellyn, of de As, om dat AKH recht is: daarom, beschryft op deze als As, door A als Top, met $\frac{2}{3} a\sqrt{3}$ als Rechtezyde, en $2a\sqrt{3}$ als Dwarse, een geheele Hyperbole CAC. Nemende dan in AH, of in zyn verlengde, een punt B na believen, en daar door halende een rechte CBC, evenwydig aan HK, stotende de Kromme in C C: zo is AB ∞ x en BC ∞ y. De korste BC past op de som, en de langste BC op het verschil.

En, hebbende getogen AE evenwydig aan KH, en zo

lang genomen als a, en gehaalt ED gelykwydig aan AB, ſnydende de verlengde BC in D: zo is de korſte DC $\infty\, a - y$, en de langſte DC $\infty\, a + y$, de derde evenredige: zo dat AB, BC korſte, DC korſte; ook AB, BC langſte, DC langſte, gedurig evenredig zyn.

Men kan deze Æquatie mede toepaſſen op de Hyperbole en zyn Aſymptoti.

De gevonde Æquatie $\pm xy + yy - ax \infty 0$,
deelende door $\mp y + a$, komt $- x \mp y - a$

Conſtructie. Hebbende AE, rechthoekig op AB, genomen $\infty\, a$, en getogen door E een evenwydige aan AB, en daar in genomen EG, ter linker zyde, ∞ EA, en GM, mede ter linker zyde, ook ∞ EA, en gehaalt MF evenwydig aan GA: zo zullen ME en MF de Aſymptoti zyn, waar van de Hyperbole moet lopen door A. Dan getogen DCBC evenwydig aan AE, of rechthoekig door AB: zo zullen AB BC DC van betekenis zyn als hier voren: ja het is de zelfde Hyperbole, om dat AM is $\infty\, a\sqrt{3}$.

XI. WERKSTUK.

Gegeven zynde twee oneyndige rechte lynen AB *en* AD, *elkander ſnydende in* A: *alle de punten* C *te vinden, waar uyt getogen* CB *rechthoekig op* AB, *en* CD *zodanig op* AD, *dat de* ▭ BCD *zo groot is als het* □ *van een gegeve lyn* AF. Treck-

Trekke FK rechthoekig op AB, ſtotende AD in K, en verlenge BC mede tot AD in E.

Stelle AF $\infty\, n$, de gegeve lyn
FK $\infty\, b$
AK $\infty\, c$
AB $\infty\, x$
BC $\infty\, y$
zo is CD $\infty\, \frac{nn}{y}$.

AF n / FK b / AB x ? komt $\frac{bx}{n} \infty$ BE,

AF n / AK c / CD $\frac{nn}{y}$? komt $\frac{cn}{y} \infty$ CE.

zo is dan $\frac{bx}{n} \infty\, y \pm \frac{cn}{y}$, of $xy - \frac{n}{b}yy \mp \frac{cnn}{b} \infty\, 0$
gedeelt door $-y$ / komt $-x + \frac{n}{b}y$.

Stellende $x \infty\, 0$, zo vind men $y \infty \sqrt{cn}$.

Conſtructie. Uyt de Deeler $-y$ blykt dat AB is de eene Aſymptotus, en uyt het quotient, dat AD is de andere Aſymptotus: want nemende AH, evenwydig aan EK, $\infty\, b$, en HK, evenwydig aan AF, $\infty\, n$, zo valt K in AD. En uyt $y \infty \sqrt{cn}$ blykt, AG ∞ AK nemende, en makende op GF een halfrond, ſnydende AH in O, dat O een punt is van de Kromme: en halende OSN evenwydig aan AB, en nemende SN ∞ SO, zo is N een punt van de weergade der geene die door O gaat. Beſchryvende dan Hyperbolen die door O en ook door N gaan, met AF en AK als Aſymptoti; zo zullen deze, en ook haare tegengeſtelde, bevatten alle de punten C.

Reduceert men de Æquatie op y, zo vind men
$y \infty \frac{b}{2n}x \pm \sqrt{.\frac{bb}{4nn}xx \mp cn}$, een Hyperbole op de Middellyn, waar door men vind de zelve Kromme, maar met meerder moeyte.

XII. WERKSTUK.

Drie gedurige evenredige te vinden, welkers ſom gelyk is aan een gegeve lyn a.

Stelle de eerſte $\infty\, x$, de tweede $\infty\, y$, zo is de derde $\infty\, a - x - y$, en daarom is $yy \infty -xy + ax - xx$, of $y \infty -\frac{1}{2}x \pm \sqrt{.ax - \frac{3}{4}xx}$, zynde de zelfde Æquatie die hier voren pagina 103 bevonden is dat in een Rond kan vallen, die anders ſchynt een Ellipſis te zullen wezen.

Con-

Constructie. Maakt een gelykzydigen Driehoek AOEA, waar van yder zyde zo lang is als de gegeve lyn a; en beschryft hierom een Rond; en haalt GO evenwydig aan EA. Halende dan door eenig punt van AO een lyn evenwydig aan OE, tusschen A en O, ontmoetende het Rond in C, AO in B, OG in G, en AE in F: zo zullen FB, BC, CG gedurig evenredig zyn, en haare som FG is zo lang als EO, of als de gegeve lyn a.

XIII. WERKSTUK.

Gegeven zynde een rechte lyn AB, *en een punt* D: *alle de punten* C *te vinden, waar uyt getogen een rechte tot* D, *en een ander tot* AB *in een gegeve hoek, als* CB, *zodanig dat* CD *midden evenredig is tussen* CB *en een gegeve lyn b.*

AD ∞ a
DE ∞ c
AE ∞ d
AK ∞ x
KC ∞ y

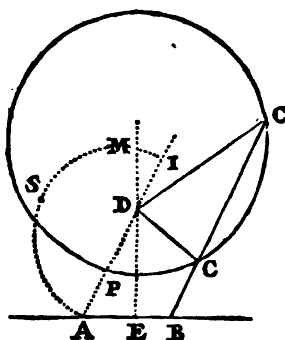
Trekke DA tot AB in de gegeve hoek, of evenwydig aan CB: hale DE rechthoekig op AB, DF zodanig op BC, en AK evenwydig aan DF, snydende de verlengde CB in K.

men vind met weynig moeyte $yy \infty 2ay + by - aa - \frac{bd}{c}x - xx$

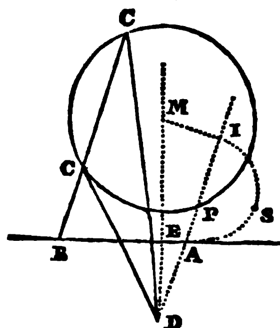
of $y \infty a + \frac{1}{2}b \pm \sqrt{.ab + \frac{1}{4}bb - \frac{bd}{c}x - xx}$

een Rond, om dat de hoek van x en y besloten recht is.

Waar uyt wy hebben deze



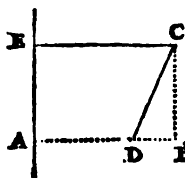
Constructie. Trekt DA tot AB in de gegeve hoek, en verlengt hem opwaarts als men BC boven AB wil hebben, anders neerwaarts, zodanig dat DI zo lang is als de helft van de gegeve lyn *b*; en trekt door I een rechthoekige op DI, snydende de verlengde DE, rechthoekig op AB, in M: dan maakt op AI een halfrond, en neemt, in zyn omtrek, AS zo lang als AD, en, in de Middellyn, IP zo lang als IS: dan beschryft uyt M door P een Rond: hier in zyn alle de punten C.



Uyt eenig punt van dit Rond getogen hebbende een evenwydige aan AD, als hier CCB, en getrokken CD: zo is CD midden evenredig tusschen CB en de gegeve lyn *b*. Deze lyn *b* moet in de tweede figuur, alwaar het punt D, en de lyn CB, aan onderscheydene zyden van AB zyn, langer wezen als 4 maal AD, op dat AI groter is als AD, of als AS.

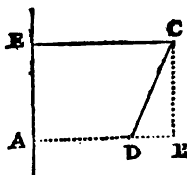
Is D in AB, zo verdwynt het halfrond op AI: het Rond loopt door D: men heeft dan ook $y \infty \frac{1}{2} b \pm \sqrt{. \frac{1}{4} bb - xx}$. Is de gegeve hoek recht, zo valt E in A, en daarom M in I: zo is dan MP ∞ MS: dies gaat het Rond door S. Is daar en boven nog D in A, dat is D in AB, zo valt S mede in A, en IA is de Straal van het Rond waar in alle de punten C zyn.

XIV. WERKSTUK.



Gegeven zynde een rechte lyn AE, *en een punt* D, *buyten deze lyn: alle de punten* C *te vinden, uyt de welke getogen een rechte tot* D, *en een ander rechthoekig op* AE; *dat* CD *tot* CE *hebbe een gegeve reden als n tot p*.

Trekt DA rechthoekig op AE, en CB zodanig op AD, of op zyn verlengde.



In deze is DB ∞ $x - a$; hy kan ook wezen $a - x$: by welkers Vierkant vergaart het Vierkant van BC, komt $yy + xx - 2ax + aa$ voor het Vierkant van CD: en om dat CE is ∞ x, zo is 't $yy + xx - 2ax + aa$ tot xx, als nn tot pp: hier door heeft men

DA ∞ a
AB ∞ x
BC ∞ y

$pp yy$ ∞ $- aapp + 2appx + nnxx - ppxx$.

Is dan p *groter* als n,

zo is y ∞ $\pm \sqrt{. - aa + 2ax - \frac{pp - nn}{pp} xx}$, een *Ellipsis*.

Maar is p *kleender* als n,

zo is y ∞ $\pm \sqrt{. - aa + 2ax + \frac{nn - pp}{pp} xx}$, een *Hyperbole*.

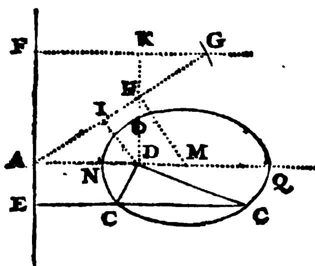
Dewyl alhier geen Rationale is, zo is AD de Middellyn. In het Surdische x ∞ a nemende, dat is B in D, zo vind men y ∞ $\frac{an}{p}$, waar door men heeft een punt van de Kromme.

Op de Ellipsis. Om de Toppen te vinden, het Surdische, of y ∞ o stellende,

Zo heeft men xx ∞ $- \frac{aapp}{pp - nn} + \frac{2app}{pp - nn} x$

of xx ∞ $- ad + 2dx$, stellende d ∞ $\frac{app}{pp - nn}$

of x ∞ $+ d \pm \sqrt{. d - a, d}$



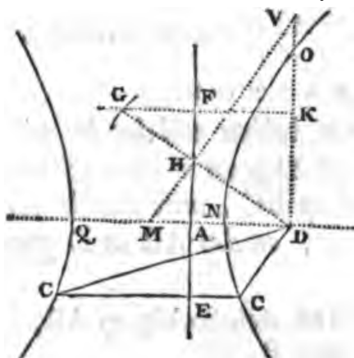
Constructie. Maakt AF ∞ n, in AE of in zyn verlengde, en trekt door F een evenwydige aan AD, als FG: dan haalt uyt A als Middelpunt, met p als Straal, een boog, snydende FG in G: dan trekt AG, snydende DK, die rechthoekig op AD staat, in H: haalt HM rechthoekig op AG, ontmoetende AD in M: (zo is AM ∞ d, en HM ∞ $\sqrt{. d - a, d}$): dan neemt MN en MQ yder ∞ MH, zo is NQ de Dwarse. Haalt DI evenwydig MH, en maakt DO, in DK, ∞ DI, zo is O een punt van de Kromme, om dat DI ∞ $\frac{an}{p}$ is.

DI is ook de halve Rechtezyde. Volgens de aantekening pagina 87, zo is de halve Rechtezyde $\infty \frac{pp-nn}{pp}$ met MN, of met MH gemultipliceert: dies zyn $pp \,/\, pp-nn \,//\, MH \,/$ de halve Rechtezyde, evenredig, dat is, 't □ AG tot 't □ FG, of 't □ AM tot het □ AH, of AM tot AD, als MH tot de halve Rechtezyde, dat is hier tot DI.

Hebbende, dan beschreven een *Ellipsis*, op NQ als As, met het tweevoud van DI als Rechtezyde, zo is deze geheele Kromme de Plaats van het punt C, om dat y zo wel een — kan wezen als een +, en om dat geen gedeelte van de Kromme kan vallen ter linker zyde van AE, om dat AM groter is als MH, of als MN.

Op de Hyperbole. Het Surdische ∞ o stellende, om de Toppen te bepalen, zo zal men, $d \infty \frac{app}{nn-pp}$ stellende, vinden

$$x \infty -d \pm \sqrt{.}\, d+a, d$$



Constructie. Haalt DV evenwydig aan AE, en neemt daar in DK $\infty\, p$: haalt ook KG gelykwydig aan DA, en maakt dat DG is $\infty\, n$. Trekt door H, de snee van AE en DG, een rechte MHV, rechthoekig door DG, ontmoetende de verlengde DA in M, en de verlengde DK in V: (zo is AM $\infty\, d$, en MH $\infty \sqrt{.}\, d+a, d$): dan neemt MN en MQ yder ∞ MH, zo is NQ de Dwarse. Genomen hebbende in DV, DO zo lang als HV, zo is O een punt van de Kromme.

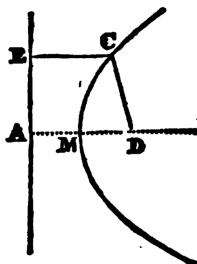
Ook is HV de halve Rechtezyde. Volgens de voornoemde aantekening zo is $\frac{nn-pp}{pp}$ met MN gemultipliceert de halve Rechtezyde, of $pp \,/\, nn-pp \,//\,$ MN / halve Rechtezyde, zyn evenredig, dat is, het □ DK tot het □ KG, of het □ MA tot het □ AH, of MA tot AD, als MH, of MN tot HV; die daarom is de halve Rechtezyde.

Hebbende dan beschreven twee Hyperbolen, door N en Q als Toppen, met QN als Dwarse, en ook als As, en met 2 maal HV als Rechtezyde: zo zullen deze twee tegen-

gengestelde Hyperbolen de Plaats wezen van het punt C: niet alleen om dat, als voren, de y zo wel een — kan wezen als een +, maar ook om dat de x in deze een — kan zyn.

Is $p \infty n$, zo verdwynt de Term met xx gemultipliceert, en dan heeft men in beyde de Æquatien

$y \infty \pm \sqrt{.} -aa + 2ax$, een *Parabole*.

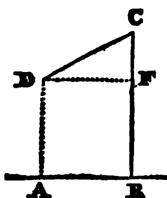


dit ∞ o stellende, zo is $x \infty \frac{1}{2} a$; aanwyzende dat de Top M is in het midden van AD, en dat de Rechtezyde is $\infty\ 2a$, of ∞ 2 maal AD, of dat ze 4 maal groter is als DM: en alzo blykt, in deze, dat D het Brantpunt is.

Is $a \infty$ o, of valt D in A, zo hebben wy $ppyy \infty nnxx - ppxx$

of $y \infty \frac{\sqrt{.nn - pp}}{p} x$, een *Rechtelyn*.

XV. WERKSTUK.



Indien men hebben wil dat het vierkant van CD *zo groot is als de gelykzydige driehoek op* BC, *mits dat de hoek* ABC *recht is, en dat* AB *en* D *gegeven zyn.*

Aanmerkt DA rechthoekig op AB, en DF zodanig op CB,

DA $\infty\ a$
AB $\infty\ x$
BC $\infty\ y$

zo vind men $xx + yy - 2ay + aa \infty yy \sqrt{\frac{3}{16}}$

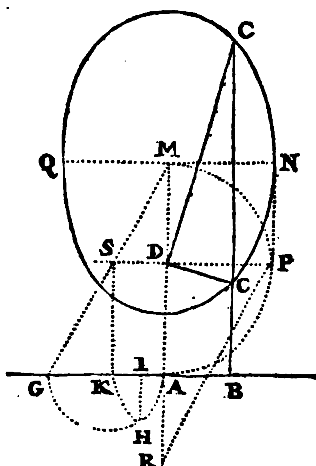
of $yy - yy \sqrt{\frac{3}{16}} \infty 2ay - aa - xx$

of $y \infty n \pm \sqrt{.} nn - n - nxx$

Stellende $a \infty$ d'eenheit, en $n \infty \frac{1}{1 - \sqrt{\frac{3}{16}}}$

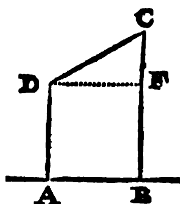
Hier

Hier uyt vinden wy deze



Constructie. Trekt DA rechthoekig op AB, en neemt AG, in de lyn AB, zo lang als AD: hier op beschryft een halfrond, en meet af, in zyn middellyn, AI gelyk $\frac{3}{16}$ van AG, en trekt de lootlyn IH, stotende de omtrek in H: dan genomen AK gelyk AH, zo is GK ∞ $1-\sqrt{\frac{3}{16}}$. Dan trekt KS gelyk en evenwydig aan AD, en getogen GSM, ontmoetende de verlengde AD aan D in M, zo is AM $\infty \frac{1}{1-\sqrt{\frac{3}{16}}}$ of $\infty\ n$. Dan beschryft op AM een halfrond, snydende de verlengde SD in P: dan haalt PR evenwydig aan MG, stotende de verlengde MA in R. Getogen hebbende door M een evenwydige aan AB, zo neemt daar in aan weerzyden van M, de lynen MN en MQ yder zo lang als DP. Dan beschryft een *Ellipsis* op QN als As, met het tweevoud van DR als Rechtezyde: deze zyne geheele Omtrek is de plaats van het punt C.

XVI. WERKSTUK.



Maar wil men *dat het Vierkant van* BC *zo groot zal wezen als de gelykzydige Driehoek op* CD,

Zo zal men bevinden dat het punt C zal vallen over al in de Omtrek van een Hyperbole, en ook in zyn tegengestelde.

Multiplicerende het □ CD $\infty\ xx + yy - 2ay + aa$ met $\sqrt{\frac{3}{16}}$,

komt $xx\sqrt{\frac{3}{16}} + yy\sqrt{\frac{3}{16}} - 2ay\sqrt{\frac{3}{16}} + aa\sqrt{\frac{3}{16}} \infty\ yy$,

of $yy - yy\sqrt{\frac{3}{16}} \infty -2ay\sqrt{\frac{3}{16}} + aa\sqrt{\frac{3}{16}} + xx\sqrt{\frac{3}{16}}$,

of $yy \infty -2py + p + pxx$: $a \infty 1$, en $p \infty \frac{\sqrt{\frac{3}{16}}}{1-\sqrt{\frac{3}{16}}}$

of $y \infty -p \pm \sqrt{.pp + p + pxx}$

 Hier

Hier uyt vinden wy deze

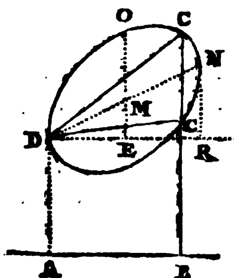
Construƈtie. Trekt DA rechthoekig op AB, en maakt hier op een halfrond, en neemt, in de Middellyn, AI ∞ $\frac{3}{16}$ van AD, en haalt de perpendiculaar IH, ſtotende de Omtrek in H: dan neemt, in AD, AK zo lang als AH, en zoekt een vierde evenredige tot DK, KA, DA: de gevondene zet neerwaarts in de verlengde DA aan A; dit tot in M vallende, zo is AM ∞ *p*. Dan beſchryft op MD een halfrond, ſnydende AB, of zyn verlengde in P: dan haalt MPS, ontmoetende de evenwydige aan AB, door D getogen, in S. Dan neemt in AD, en in zyn verlengde aan A, MN en MQ, op en ook neerwaarts, yder zo lang als MP. Beſchreven hebbende *Hyperbolen* door N en door Q als haare Toppen, of op NQ als haare As, met het tweevoud van PS als Rechtezyde: zo zullen de geheele Omtrekken van deze twee Kromme de plaats aanwyzen waar in het punt C mag genomen werden na believen.

XVII. WERKSTUK.

Maar wil men *dat het Vierkant van* CD *zo groot zal wezen als de Rechthoek van* CB *en* BA: *de lyn* AB *en het punt* D *gegeven zynde*, DA *en* CB *beyde rechthoekig op* AB *vallende*.

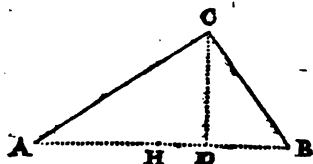
Zo vind men het punt C wederom te wezen in een Ellipſis, die wy op deze wyze vinden.

Con-



Constructie. Trekt DA rechthoekig op AB, en door D een evenwydige aan AB: neemt daar in DE en ER yder gelyk $\frac{2}{3}$ DA; ook RN, evenwydig aan BC, van AB af, mede gelyk $\frac{2}{3}$ AB: dan haalt DN; en, in EMO, evenwydig aan BC, genomen MO $\infty \sqrt{\frac{1}{3}aa}$, DA $\infty\ a$ wezende, zo beschryft een Ellipsis, op DN als Middellyn, met DMO als beweeglyke hoek, die door O loopt, of waar van dat MO de halve Verkeerde is; of wiens halve Rechtezyde is de derde evenredige tot DM en MO: in deze Kromme zyn, in dit geval, alle de punten C.

XVIII. WERKSTUK.



Gegeven zynde twee punten A *en* B: *alle de punten* C *te vinden, waar uyt trekkende* CA *en* CB, *dat haar verschil, of haar som, gelyk is aan een gegeve lyn* Q.

AH of HB $\infty\ a$
Q $\infty\ 2b$
HD $\infty\ x$
DC $\infty\ y$

Stelle, in 't *eerste* geval op het *verschil*, AC $\infty\ z+b$, zo is BC $\infty\ z-b$. en, in 't *tweede* geval op de *som*, AC $\infty\ b+z$, zo is BC $\infty\ b-z$.

zo is 't in beyde, om dat AD $\infty\ a+x$, en DB $\infty\ a-x$, of $\infty\ x-a$ is.

$$\text{'t}\,\square\,AC \infty zz+2bz+bb \infty aa+2ax+xx+yy$$
$$\text{'t}\,\square\,BC \infty zz-2bz+bb \infty aa-2ax+xx+yy$$

afgetogen, rest $4bz \infty 4ax$

of $z \infty \frac{ax}{b}$: dies is $zz \infty \frac{aaxx}{bb}$, en $2bz \infty 2ax$

daarom is $\frac{aaxx}{bb}+2ax+bb \infty aa+2ax+xx+yy$

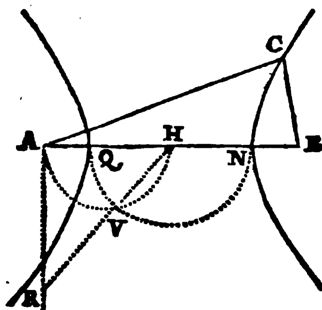
of $yy \infty -aa+bb+\frac{aa-bb}{bb}xx$

een *Hyperbole* als a groter is als b, gelyk dan wanneer $2b$ het *verschil* is: maar een *Ellipsis* als b groter is als a, dan plaats hebbende als $2b$ de *som* is.

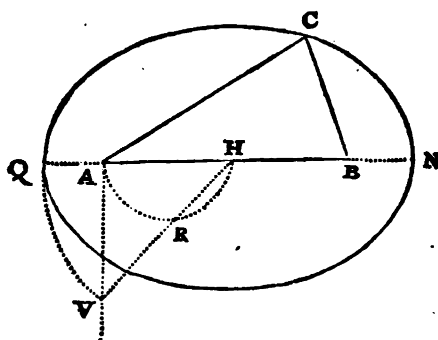
Hier

Hier uyt vinden wy deze

1 *fig*. op Q, of 2*b* 't *verschil*.



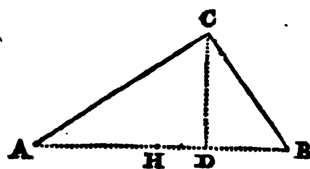
2 *fig*. op Q, of 2*b* de *som*.



Construćtie. Trekt AR in de 1e., maar AV in de 2e. figuur rechthoekig op AB, en maakt op AH een halfrond: dan trekt uyt H, met *b* als Straal; een boog, snydende AB, of zyn verlengde in Q en in N, en het halfrond in de 1e, maar de perpendiculaar uyt A in de 2e figuur in V: dan haalt HV, welkers verlengde, in de 1e figuur, stoot de perpendiculaar uyt A in R, en snyt in de 2e figuur, het halfrond in R. Dan beschryft op QN als As, met het tweevoud van VR als Rechtezyde, in de 1e. figuur een Hyperbole, en in de 2e figuur een Ellipsis: deze haare geheele Omtrek is de plaats van het punt C.

A en B zyn de Brantpunten.

XIX. WERKSTUK.



AH, of HB ∞ *a* HD ∞ *x*
DC ∞ *y* BC ∞ *z*

Gegeven zynde twee punten A *en* B: *alle de punten* C *te vinden, waar uyt trekken* CA *en* CB, *en ook de hangende* CD *op* AB, *zodanig dat* AC + CB *is tot* AB, *of* AD − BD *is tot* AC − CB

AC—CB, *als een gegeve lyn b tot a.* Kinkhuyzen in zyn Geometria pagina 115.

Dewyl, na 't eerste, evenredig zyn $AC+CB / 2a // b / a$: zo is $AC+CB \propto 2b$, en daarom $AC \propto 2b - z$.

En, om dat na het tweede, evenredig zyn $AD-BD / AC-CB // b / a$; en $AD-BD$ is $\propto 2x$, daarom is $AC-CB \propto \frac{2ax}{b}$, en derhalven $AC \propto z + \frac{2ax}{b}$,

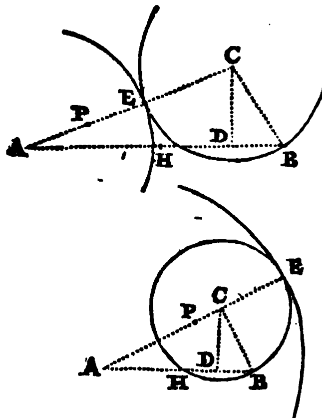
Op de manier van 't laatste voorbeelt, vind men $z \propto b - \frac{ax}{b}$, en vervolgens

$yy \propto -aa + bb + \frac{aa-bb}{bb}xx$, een *Ellipsis*, om dat b groter moet wezen als a.

En om dat deze Æquatie overeenkomt met de laast gevondene, zo kan ook dienen de zelfde Constructie voor zo veel de Ellipsis aangaat.

Maar had men gewilt *dat* AC—CB *tot* AB, *of* AD+BD *tot* AC+CB *zoude zyn als b tot a*, zo zou men het zelfde vinden: maar om dat b dan kleender moet gegeven werden als a, zo zal het punt C dan vallen in een *Hyperbole:* en men vind de As en de Rechtezyde als hier even is aangewezen.

XX. WERKSTUK.



Gegeven zynde een Rond wiens middelpunt is A, *en een punt* B: *alle de punten* C *te vinden, waar uyt men Ronden kan trekken, rakende het gegeve Rond, en gaande door* B.

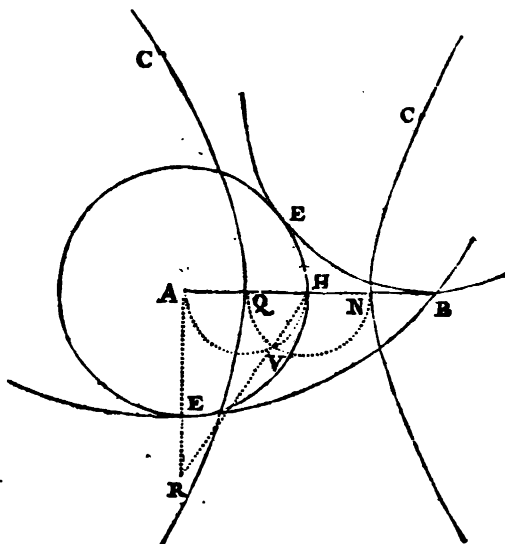
Trekt AB AC BC, en CD rechthoekig op AB.

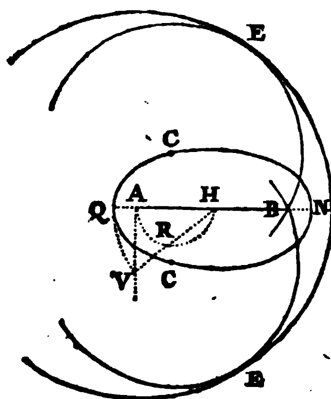
Laat E het raakpunt wezen; H het midden van AB, en P het midden van AE.

Stelle AH, of HB $\propto a$
AP, of PE $\propto b$
HD $\propto x$
en DC $\propto y$

Stellende $PC \infty z$, zo is, in de eerste figuur, $AC \infty z + b$, en $BC \infty z - b$: maar, in de tweede figuur, is dan $AC \infty b + z$, en $BC \infty b - z$.

Dewyl de drie zyden van de Driehoek ABCA op de zelfde wyze, en met de zelfde letteren, afgebeelt zyn als in

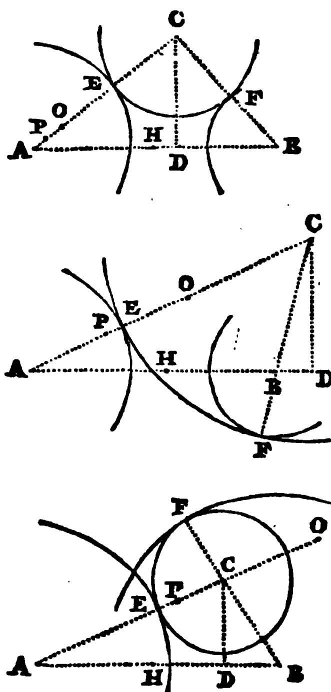




het 18 Werkstuk, zo zal men ook vinden de zelfde Æquatie, en daarom zal ook konnen dienen de zelfde Constructie tot

tot de vinding van de plaats van het punt C, en by gevolg zullen het ook de zelfde Kromme lynen wezen: een Hyperbole als de Ronden elkander van buyten raken, en een Ellipsis als ze elkander van binnen aanroeren; gelyk te zien is in de twee voorgaande figuren.

XXI. Werkstuk.

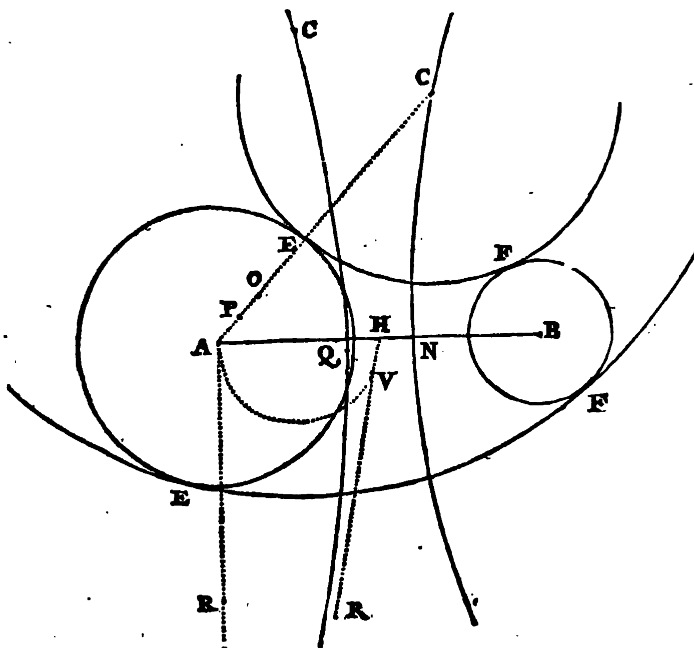


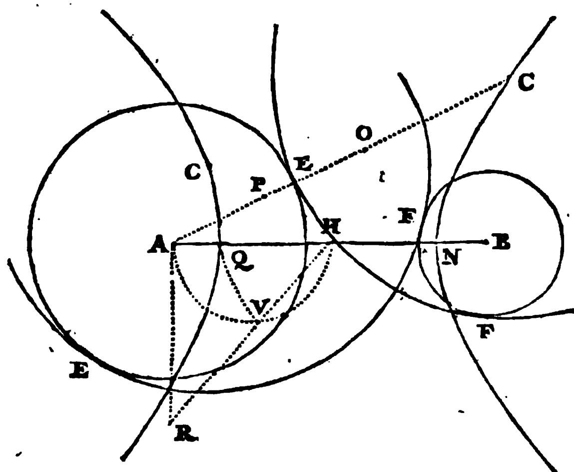
Gegeven zynde twee Ronden wiens middelpunten zyn A *en* B: *alle de punten* C *te vinden, waar uyt Ronden konnen getrokken werden, rakende de gegevene Ronden in* E *en* F.

Getogen hebbende CA CB, en de perpendiculaar CD, op AB, of op zyn verlengde, zo laat H het midden wezen van AB; AO het verschil tusschen AE en BF in de eerste figuur, en AO gelyk de som van AE en BF in de tweede en derde figuur; en P het midden van AO.

Stelle AH, of HB ∞ a
AP, of PO ∞ b
HD ∞ x
DC ∞ y
en CP ∞ z

Zo is wederom AC ∞ $z+b$, en BC ∞ $z-b$ in de 1e en 2e figuur; maar AC is ∞ $b+z$, en BC is ∞ $b-z$ in de 3e figuur: en daarom vinden wy wederom de zelfde Æquatien, en alzo volgt wederom de zelfde Constructie, als te zien is in de drie volgende figuren.


C
C
E
F
O
P
H
B
A
N
Q
V
F
E
R
R


C
O
E
C
P
H
F
A
B
Q
N
V
F
E
R

XXII. WERKSTUK.

Gegeven zynde een rechte lyn B*, en een Rond wiens middelpunt is* A *: alle de punten* C *te vinden, waar uyt men Ronden kan trekken, rakende de gegeve lyn in* L*, en het Rond in* E.

AI ∞a
AE ∞b
IL ∞x
LC ∞y

Trekt AIF rechthoekig door de gegeve lyn B, hem ontmoetende in I, en de Omtrek van het gegeve Rond in F F. Haalt ook CL evenwydig aan AI, en AD zodanig aan IL; ook AEC.

zo is, in dit geval, AC $\infty b+y$, en CD $\infty y-a$, waar door men vind

$$bb+2by+yy \infty yy-2ay+aa+xx$$

of $xx \infty 2by+2ay+bb-aa$, een *Parabole*, Wiens Rechtezyde is $\infty 2b+2a$, dat is tweemaal langer als IF boven de lyn B.

Stelt men $x \infty 0$, zo is $-2by-2ay \infty bb-aa$

of $-y \infty \frac{b-a}{2}$: aanwyzende dat de Top onder de lyn B valt, in het midden van IF neerwaarts.

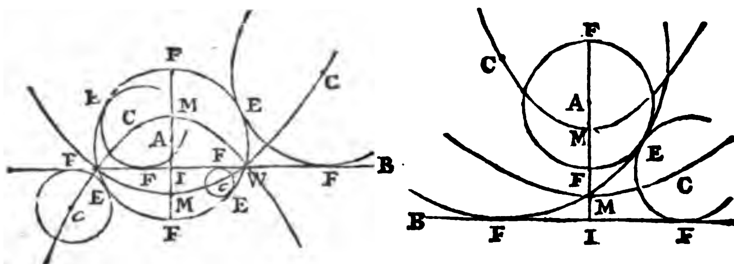
 Stelt

Stelt men $y \infty o$, zo is $x \infty \sqrt{.bb - aa}$: dies loopt de Parabole door W, de snyding van de lyn B en het gegeve Rond. A is het Brantpunt,

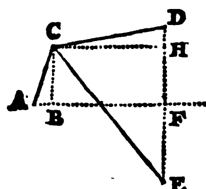
Stelt men C in AE, of wil men dat het getrokkene Rond het gegevene inwendig zal raken, zo vind men voor de Rechtezyde $2b - 2a$, dat is tweemaal langer als IF onder de lyn B, en men vind dat de Top moet wezen in het midden van IF boven de lyn B : ook dat ze mede door W loopt, en dat A het Brantpunt is.

Is I in F, of raakt de lyn B het gegeve Rond, zo is 'er maar een Parabole, wiens Top in de raking valt, de andere wort een rechte lyn, om dat zyn Rechtezyde ∞o is.

Constructie. Trekt uyt A een lyn rechthoekig door de gegeve lyn B, tot dat hy de Omtrek weerzyts ontmoet in F, F, en de lyn B in I : dan zoekt M het midden van IF. Dan beschryft Parabolen, door M als Top, op MA als As, met viermaal MA als Rechtezyde : in deze zyn alle de punten C, gelyk te zien is in de volgende figuren.



XXIII. WERKSTUK.



Gegeven zynde drie punten A, D, E, *even ver van elkander af: alle de punten* C *te vinden, de welke van het eene gegeve punt alleen zo ver af is als van de twee andere te zamen.*

DF, of EF ∞a
AB ∞x
BC ∞y
AF ∞z

Laat C van E alleen zo ver af wezen als van A en D te zamen; of laat CE zo lang wezen als CA + CD. Trekke AF tot het midden van DE, zo valt hy daar op rechthoekig : haale ook CB en CH rechthoekig op AF en op DE.

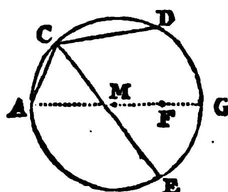
De-

Dewyl CE zo lang moet wezen als CA en CD te zamen, zo is het □ CE $\propto$ □ CA + □ CD + 2 ▭ ACD, dat is
$aa + 2ay + yy + zz - 2zx + xx \propto xx + yy + aa - 2ay + yy$
$+ zz - 2zx + xx + 2\surd$ enz. of

$$4ay - xx - yy \propto \surd . \left\{ \begin{array}{l} 4aaxx - 8ayxx + 8xxyy + 4zzxx - 8zx^3 + 4x^4 \\ 4aayy - 8ay^3 + 4y^4 + 4zzyy - 8zxyy \end{array} \right.$$

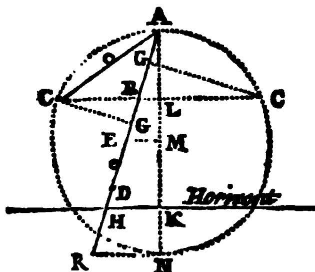
beyde in 't vierkant en gereduceert, mits stellende $3aa$ voor zz, en $a\surd 3$ voor z, die gelyk zyn,
komt $y^4 + x^4 + 2xxyy + 5\frac{1}{3}aaxx - 2\frac{2}{3}axyy\surd 3 - 2\frac{2}{3}ax^3\surd 3 \propto 0$
hier uyt getrokken de Vierkante wortel
komt $yy + xx - 1\frac{1}{3}ax\surd 3 \propto 0$
of $y \propto \sqrt{1\frac{1}{3}ax\surd 3 - xx}$, een *Rond*.

Het surdische $\propto 0$ stellende, zo is $x \propto 1\frac{1}{3}a\surd 3$, en ook $\propto 0$. zo loopt dan de Kromme door A; hy loopt ook door D: want, B in F zynde, of $x \propto a\surd 3$ wezende, zo vind men $y \propto a$, en daarom C als dan in D.

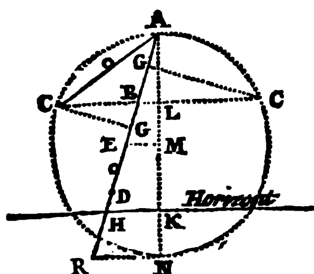


Constructie. Indien men dan AF, die $\propto a\surd 3$ is, met FG $\propto \frac{1}{3}$ AF verlengt, en op AG als Middellyn een Rond beschryft, zo zal de boog begrepen tusschen A en D, de plaats wezen van alle de punten C, wanneer CE zo lang is als de twee andere: maar dewyl de punten A, B, C onderling even ver van elkander af zyn, en om dat het Rond loopt door A en door D, en ook door E, om dat EF is $\propto$ FD, en AG de Middellyn is, zo volgt dat ook C zal mogen genomen werden in de boog DE, mits dat CA dan zo lang is als de twee andere CD en CE; ook in de boog AE, mits dat CD dan de langste is: zo dat de geheele Omtrek van het Rond, gaande door de punten A, D, E, de Plaats is van het begeerde punt C.

XXIV. WERKSTUK.



Gegeven zynde een plat Vlak AH, *staande scheefhoekig op de Horizont* HK, *langs welk Vlak men een Kloot laat aflopen, van* A *beginnende, tot in* D: *alle de Punten* C *te vinden, tot waar toe dat uyt* A, *langs het plat Vlak*



$AK \propto a$
$HK \propto b$
$AH \propto c$
$AD \propto q$
$AB \propto x$
$BC \propto y$

Vlak AC, de zelfde Kloot kan aflopen: stellende de tyd die de Kloot van doen heeft om van A tot in D te komen, tot de Tyd die hy van doen heeft om van A tot in C over te gaan, als r tot s.

Aanmerkt AK voor een hangende op de Horizont, en CG voor een rechtstandige op AH.

Stelle de Tyd die de Kloot van doen heeft om van A tot in D te komen $\propto d$, en van A tot in B $\propto v$.

Door de gelykhoekigheit van de Driehoeken AHK en CBG, vind men $AC \propto \sqrt{.\,xx + yy \pm \frac{2bxy}{c}}$.

Om dat de beweging in een zelfde lyn geschiedende, de doorgelopene lengte evenredig is met de vierkanten van de Tyden: daarom zyn evenredig,

$$AD\,q \,/\, AB\,x \,//\, dd \,/\, vv: \quad \text{of } vv \text{ is } \propto \frac{ddx}{q}.$$

Om dat de beweging in onderscheydene lynen geschiedende, de doorgeloopene lengte evenredig is met de Tyden zelfs, wanneer ze in deze doorloping de Horizont beyde evenveel naderen: daarom zyn gelykredig (dewyl $\frac{sd}{r}$ de Tyd is die de Kloot van doen heeft om van A tot in C te komen)

$$AC\sqrt{.\,xx + yy \pm \frac{2bxy}{c}} \,/\, AB\,x \,//\, \frac{sd}{r} \,/\, v.$$

waar door men vind $\frac{cssddxx}{crrxx + crryy \pm 2brrxy} \propto vv \propto \frac{ddx}{q}$.

en hier door $yy \propto \mp \frac{2bxy}{c} - xx + \frac{ssqx}{rr}$,

of $y \propto \mp \frac{bx}{c} \pm \sqrt{.\,\frac{bbxx}{cc} - xx + \frac{ssqx}{rr}}$,

of $y \propto \mp \frac{bx}{c} \pm \sqrt{.\, -\frac{aa}{cc}xx + \frac{ss}{rr}qx}$, een *Ellipsis*, of een *Rond*.

Stelt men $x \propto 0$, zo is ook $y \propto 0$: dies loopt de Kromme door A. Door het Rationale vind men dat AK is de Middellyn.

Om het middelpunt en de Toppen te vinden, het Surdische $\propto 0$ nemende,

zo vind men $x \infty \frac{ssccq}{2aarr} \pm \frac{ssccq}{2aarr}$.

Het eerste voor AE, en het tweede voor ER en EA.

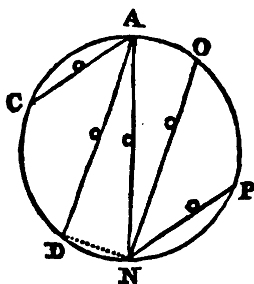
Voorts. ▭ ALN / ▭ ABR $- xx + \frac{ssccqx}{aarr}$ // □ AK aa / □ AH cc

cc ——————— aa cc ——— aa

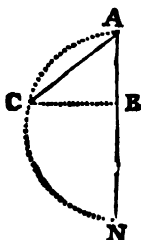
of, ▭ ALN / □ LC $- \frac{aa}{cc} xx + \frac{ss}{rr} qx$ // aa / aa

waar uyt blykt dat het □ LC zo groot is als de ▭ ALN; en om dat CLA is een rechte hoek, zo wyst dit aan *dat het punt* C *overal is in de Omtrek van het Rond*, wiens Middellyn, AN in deze is $\infty \frac{sscq}{arr}$, om dat c tot a is, als AR $\frac{ssccq}{aarr}$ tot AN $\frac{sscq}{arr}$.

Is $r \infty 2$ en $s \infty 3$; zo is AN $\infty \frac{9cq}{4a}$: en dan zal de Kloot $1\frac{1}{2}$ maal langer Tyd van doen hebben, om uyt A tot in C te komen langs de lyn AC, als hy Tyd van noden zal hebben om van A tot in D over te gaan, langs de lyn AH.

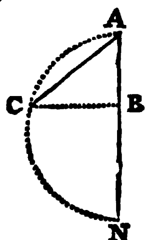


Maar zyn de Tyden even lang, zo is AN $\infty \frac{cq}{a}$: en dan vind men deze, halende uyt D een rechthoekige op AD, ontmoetende AK in N; zo is AN de Middellyn: dies zal de Kring door D lopen; en om dat ze mede door N gaat, zo zalder evenveel Tyd van noden wezen, om van A af te dalen tot yder punt van de kring, waar men het ook neemt, langs de lyn van A tot dit punt getogen. En by gevolg, drie kloten, in alles gelyk, op een zelfde Tyd afdalende uyt A, de eene langs AC, de andere langs AD, en de derde langs AN, die zullen alle op een zelfde ogenblik komen in de kring in C, in D, en in N. Ja drie andere te gelyk beginnende af te dalen, de eene uyt A langs AN, de tweede uyt O langs ON, en de derde uyt P langs PN, zullen op een zelfde tyt by elkander komen in N.



Om dat wy bezig zyn de Plaatzen te verhandelen, en niet de eygenschappen van de afdaling, daarom hebben wy dit Werkstuk op de gezeyde wyze voorgedragen: had men gezegt, *gegeven zynde een punt* A *in de lucht: alle de punten* C *te vinden, tot de welke uyt* A, *volgens de rechte lyn* AC, *een Kloot kan afrollen,*

   len,



len, in zodanigen tyd als de zelfde Kloot van doen heeft om van A *neder te dalen tot in* N, men zoude veel korter het zelfde gevonden hebben: want, ſtellende d de tyd te wezen die de Kloot van doen heeft om van A te komen tot in N, of van A tot in C, en v voor die van A tot in B, CB rechthoekig op AN zynde, zo zyn evenredig

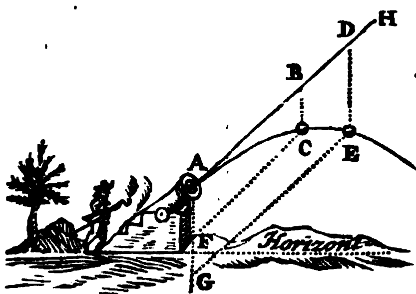
AN ∞ a
A ∞ x
BC ∞ y

AN a / AB x // dd / vv: of vv ∞ $\frac{ddx}{a}$
ook, AC $\surd . xx + yy$ / AB x // d / v,
of, $xx + yy$ / xx // dd / vv.

Dies is $\frac{ddxx}{xx+yy}$ ∞ vv ∞ $\frac{ddx}{a}$

of, yy ∞ $ax - xx$, een Rond om dat ABC recht is.
y ∞ o zynde, zo is x ∞ o en ook ∞ a; dies loopt het Rond door A en ook door N: of AN is de Middellyn van het heele Rond waar in alle de punten C zyn, om dat de y zo wel een — kan wezen als een +: ja C is over al in de Superficie van de Kloot, die beſchreven werd draijende het halfrond ACNA om AN als Spil. *Galileüs de motu locali, Prop. VI.*

XXV. WERKSTUK.



Indien zeker Lichaam, ſwaarte hebbende, in A *ontfangt een beweging volgens de lyn* AH, *en zodanig dat hy in deze lyn* AH, *in gelyke tyd gelyke veerheit zoude afleggen; maar door zyn ſwaarte zo daalt hy ondertuſſen rechthoekig na de Horizont: men vraagt na de Kromme lyn die hy beſchryft in zyn beweging van* A *af beginnende.*

Aanmerkt AG BC BE voor lynen ſtrekkende loodlynig na de Horizont, en CF EG voor evenwydige aan AH.

Als het Lichaam na H toe bewogen is de lengte van AB, zo laat het door zyn ſwaarte gedaalt zyn tot in C, en de lengte

lengte van AD, zo laat het gezakt wezen tot in E. ACE zal dan de Kromme wezen die het voortgedreven Lichaam doorloopt, wiens natuur wy moeten vinden

AB $\propto x$	Stelle de Tyd in de welke het Lichaam daalt
BC $\propto y$	van B tot C $\propto e$, en van D tot E $\propto d$.
AD $\propto z$	Volgens de beweging na de Horizont, zo
DE $\propto v$	zyn BC, y / DE, v // ee / dd evenredig.
	en volgens de beweging langs de lyn AH,

zo zyn AB, x / AD, z // e / d evenredig

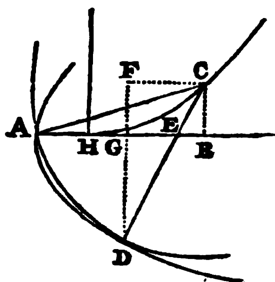
√

of, xx / zz // ee / dd

boven is y / v // ee / dd

zo is dan y tot v, als xx tot zz, dat is, AF tot AG, als 't □ CF tot het □ GE. Waar uyt blykt dat de Kromme ACE is een gemeene Parabole, wiens Top is A, Middellyn AG, en Applicaten FC en GE.

XXVI. WERKSTUK.



Gegeven zynde een Parabole, wiens Top, tot de As behorende, is A: *alle de punten* C *te vinden, waar uyt men Kringen kan halen, gaande door de Top* A, *en rakende de Parabole, als hier in* D.

	Laat AB de As wezen, en daar
de R. zyde $\propto a$	op getrokken zyn de Perpendicu-
AB $\propto x$	laren CB en DG, en CF zodanig
BC $\propto y$	op de verlengde DG.
AG $\propto z$	Om dat AC is $\propto$ CD, zo vind
DG $\propto v$	men lichtelyk door de △ DFC

$$vv + 2vy - 2xz + zz \propto 0,$$

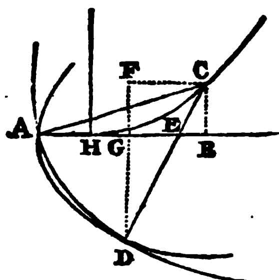
of $vv + 2vy - \frac{4vvx}{a} + \frac{v^4}{aa} \propto 0$, om dat $\frac{vv}{a} \propto z$ is.

v ———————————— aa

of $aav + 2aay - 2avx + v^3 \propto 0$

Uyt kragt van de raking in D, zo is GE $\propto \frac{1}{2}a$, en daarom

GE $\frac{1}{2}a$ / DG v // FC $x - \frac{vv}{a}$ / FD $v + y$ evenredig,



dies is $vx - \frac{v^3}{a} \infty \frac{1}{2}av + \frac{1}{2}ay$

$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \; a$

of $avx - v^3 \infty \frac{1}{2}aav + \frac{1}{2}aay$

of $-\frac{1}{2}aav - \frac{1}{2}aay + avx - v^3 \infty 0$

boven is $+ aav + 2aay - 2avx + v^3 \infty 0$

$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$ verg.

komt $+ \frac{1}{2}aav + 1\frac{1}{2}aay - avx \infty 0$

$a \; \overline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$

of $+ \frac{1}{2}av + 1\frac{1}{2}ay - vx \infty 0$

Stellende van deze de $y \infty 0$, zo is $vx \infty \frac{1}{2}av$, of $x \infty \frac{1}{2}a$: dies komt C in AB, dat is hier in H, als x, of AH is $\infty \frac{1}{2}a$. Laat ons dan HB, dat is $x - \frac{1}{2}a$, stellen ∞q, zo hebben wy $-vq + 1\frac{1}{2}ay \infty 0$, of $v \infty \frac{3ay}{2q}$: dit gestelt in plaats van v in de Æquatie $-\frac{1}{2}aav - \frac{1}{2}aay + avx - v^3 \infty 0$, of nu $aqv - \frac{1}{2}aay - v^3 \infty 0$,

men heeft $aay - \frac{27a^3y^3}{8q^3} \infty 0$, of $q^3 \infty \frac{27}{8}aay$.

Een Parabole van het tweede geslagt, aanmerkende HB, of q voor een evenwydige aan de Applicata, en CB, of y voor een gelykwydige aan de Middellyn, of aan de As.

Constructie. Nemende in de As, AH $\infty \frac{1}{2}a$, zo is HB ∞q: daarom, trekkende uyt H als Top, op de Perpendiculaar door H op AB als As, een Parabole van het tweede geslagt, waar van de Cubicquen der Applicaten evenredig zyn met de Intercepten, wiens Rechtezyde is $3\frac{3}{8}$ maal langer als de Rechtezyde van de gegeve Parabole: zo zullen, in deze Kromme, alle de Middelpunten der voornoemde Kringen begrepen zyn. *De ontbinding van deze is my behandigt van de Heer* J. Macreel.

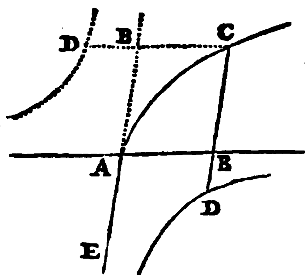
Is de Kromme AD een Ellipsis, of een Hyperbole, zo is $vv \infty az \mp \frac{azz}{p}$, en GE $\infty \frac{1}{2}a \mp \frac{az}{p}$ ($-$ in de Ellipsis en $+$ in de Hyperbole) nemende a voor de Rechtezyde, en p voor de Dwarse; waar door men, op de zelfde wyze, door quantiteyten kan afbeelden de natuur van de Kromme HC, nemende wederom $q \infty x - \frac{1}{2}a$, om dat GE $\infty \frac{1}{2}a$ is, wanneer AG, of z is onbepaalt kleen, of $\infty 0$.

Maar wil men zig vergenoegen met de Kromme HC door punten te beschryven, zo kan men zulx verrichten op de wyze als hier voren is aangewezen op het eynde van het tweede Deel des eerste Boeks: en dan kan men HC niet al-

leen

leen vinden op de Kromme die nu aangehaalt zyn, maar ook op alle andere, waar van men uyt een gegeve punt van hen een Raaklyn kan trekken.

XXVII. WERKSTUK.



Gegeve zynde een Parabole wiens Top is A, *Middellyn* AB, *en Applicata* BC: *alle de punten* D *te vinden, wezende in de verlengde van* BC *aan* B, *zodanig dat de Rechthoek* CBD *altyd gelyk is aan het Vierkant van een gegeve lyn* a.

De R. zyde $\infty\ r$
AB $\infty\ x$
BC $\infty\ y$
BD $\infty\ z$

Laat ons ftellen dat

$y^t \infty\ r^{t-s} x^s$ is

een Æquatie paffende op alle Parabolen.

door 't gegeve is $yz \infty\ aa$, of $y \infty \frac{aa}{z}$

$\overline{\quad\quad} \sqrt{}^{\,t}$

dies is $y^t \infty \frac{a^{2t}}{z^t}$

zo is dan $r^{t-s} x^s \infty \frac{a^{2t}}{z^t}$, of $z^t x^s \infty \frac{a^{2t}}{r^{t-s}}$, een Æquatie paffende op alle Hyperbolen, waar van dat AB; en ook AE, evenwydig aan BC, de Afymptoti zyn.

Stelt men CB een evenwydige te wezen aan de Middellyn, en AB een zodanige aan de Applicata, zo is de Æquatie

$x^t \infty\ r^{t-s} y^s$, en men vind dan $z^s x^t \infty\ a^{2s} r^{t-s}$,

paffende mede op alle Hyperbolen, waar van de verlengde van de voornoemde AB en AE de Afymptoti zyn.

Wil men dat de Rechthoek CBD zo groot is als het Vierkant van de Rechtezyde der Parabole, zo is $a \infty\ r$, en by gevolg heeft men

op het eerfte $z^t x^s \infty\ r^{t+s}$, en op het tweede $z^s x^t \infty\ r^{t+s}$

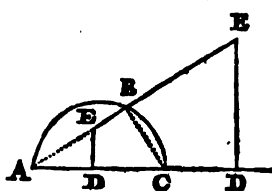
Is als dan de gegeve Parabole van het eerfte geflagt, zo is $t \infty\ 2$, en $s \infty\ 1$; en by gevolg heeft men zzx en ook zxx yder $\infty\ r^3$, een Hyperbole van het tweede geflagt.

 Is

Is t en s yder $\propto 1$, zo heeft men in beyde $zx \propto rr$, een Hyperbole van het eerste geslagt: maar dan is $t - s \propto 0$: de gestelde generale Æquatie op de Parabole is dan $y^t \propto x^s$, of $x^t \propto y^s$; dat is in beyde $y \propto x$: dies is AC, in dit geval, een *Rechte lyn*, en zodanig dat BC is $\propto$ BA.

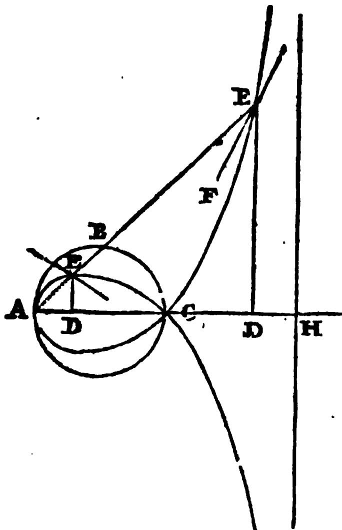
Het omgekeerde blykt. Is D gegeven te lopen in een Hyperbole, waar van dat AB is de eene Asymptotus, en AE, evenwydig aan DB, de andere: zo zal C lopen in een Rechte lyn indien de Hyperbole is van het eerste geslagt, maar in een Parabole zo hy van een andere soort is.

XXVIII. WERKSTUK.



Gegeven zynde een halfrond ABC: *alle de punten* E *te vinden, zodanig dat* EB, *strekkende na* A *toe, zo lang is als* ED, *die rechthoekig staat op de Middellyn* AC, *of op zyn verlengde.*

Stelle AC $\propto a$, DC $\propto x$, EB, of ED $\propto y$, AB $\propto z$. Makende de Æquatie op y, achter latende de z, men vind $y \propto \frac{a \pm x, x}{\sqrt{.aa - xx}}$.



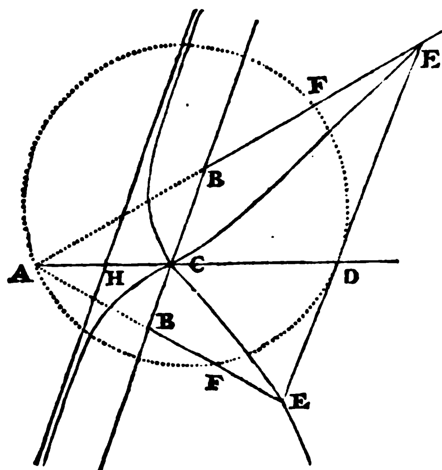
Aanwyzende dat het punt E niet gevonden werd in een van de Kegelsnede, maar in een andere Kromme lyn (van het tweede geslagt, om dat men, hen gereduceert hebbende, vind $ayy \mp xyy - axx \mp x^3 \propto 0$) van de welke een van zyne punten gevonden werd, trekkende ABE na believen, en nemende dan CD zo lang als CB, en halende uyt D een rechthoekig op AC: zo zal de snyding van deze en de eerste ABE, aanwyzen het punt E: want $\sqrt{.aa - xx}$ is tot x, als $a \pm x$ tot y, dat is, AB (om dat BC $\propto$ CD $\propto x$ is) tot BC, als

als AD tot DE: (of CD zo lang als CB genomen hebbende, zo haalt FE, gelykafstandig tusschen B en D, snydende de rechte door A en B getogen in het zelfde punt E.) Een andere lyn ABE trekkende, en doende als boven, men vind wederom een ander punt van de Kromme: zulx vervolgende, men zal bevinden dat ze is van gedaante als in de nevenstaande figuur vertoont werd: lopende van E, boven AC, door C tot in het onderste halfrond, en van daar door A tot in het bovenste, en vervolgens wederom door C neerwaarts.

Nemende CH gelyk CA, en door H trekkende een oneyndige, rechthoekig op AH, of evenwydig aan ED: zo zal deze boven en onder AC, de Kromme altyt naderen, zonder hen oit te komen ontmoeten: of hy zal wezen de Asymptotus van deze Kromme. De reden is, CD, of $x \infty$ CH, of ∞a nemende, zo is de Noemer van de Breuk, die ∞y is, dat is $\sqrt{.aa - xx}$, gelyk nul, en daarom is y, of ED, buyten het Rond vallende, als dan oneyndig lang.

Indien men, in plaats van een Halfrond, *geeft een Boog* ABC *na believen*, zo vind men op de zelve wyze het punt E, en by gevolg de Kromme. Hebbende de gedaante van de laast voorgaande, evenwel met een andere buyging, gelyk hier nevens. ED moet dan zodanig getrokken wezen, dat de uytwendige hoek van ADE gelyk is aan de hoek ABC. CH is wederom gelyk CA.

Indien men, in plaats van een Kring, waar in het punt B loopt, *neemt een Rechte lyn* CB, *gaande door* AD *in een gegeve hoek* ACB, zo zullen alle de punten E vallen in een ander Kromme lyn, die afgebeelt werd door $aaxx \pm 2ax^3 + x^4 \infty aayy \pm 2axyy$, wanneer ACB recht is, of door $y \infty \frac{a \pm x, x}{\sqrt{.aa \pm 2ax}}$.



Een van zyne punten vindmen, trekkende op AC een Boog AFD na believen, alleenlyk dat ze door A gaat, en dat daar in een hoek AFD kan getrokken werden zo wyd als de uytwendige van ACB: dan in de Omtrek genomen DF zo lang als DC, en trekkende uyt A door F een lyn: zo zal deze, en de rechte door D, evenwydig aan CB, elkander ſnyden in het punt E, een van zyne punten. Deze Kromme gaat mede door C, welkers Aſymptotus gaat door H, het midden van AC, evenwydig aan CB.

XXIX. WERKSTUK.

Gegeven zynde een Horizontale lyn CD *: de Kromme te vinden die de zelve in 't Oog bepaalt, hen uyt* A *ziende.*

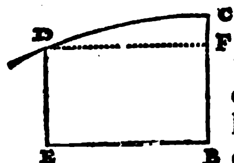


Stelle AB ∞ *a*
BC, of ED ∞ *b*
BE, of CD ∞ *y*

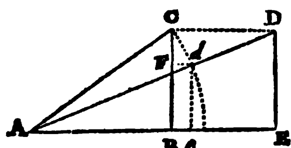
Aanmerkt BE evenwydig aan CD, en Horizontaal met het Oog; en de hoeken ABE ABC recht.

Om

Om dat BE Horizontaal met het Oog is, zo zal alle de verkorting van alle de lynen ED in het Oog vallen op de lyn CD: Trekke dan uyt D de lyn DF, rechthoekig op BC, en ſtelle CF $\infty\ x$.



Dewyl de hoek ABC recht is, zo vind men AC $\infty \sqrt{.aa+bb} \infty\ c$: en, om dat de hoek EBA mede recht is, zo vind men het □ AE $\infty\ aa+yy$: hier by het □ ED, om dat AED ook recht is, men heeft 't □ AD $\infty\ aa+bb+yy$, of AD $\infty \sqrt{.cc+yy}$.



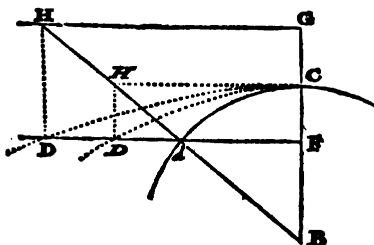
Voorts. Laat, in de nevenſtaande figuur, de lynen CB en DE, enz. de zelfde wezen als ze in de eerſte figuur met de zeletters afgebeelt zyn, met dit onderſcheyt dat ze hier in een zelfde vlak zyn, en dat Ad is gelyk AC, en daar en boven nog dat $e\,d$ rechthoekig op AE ſtaat; zo word ED niet groter uyt A gezien als de lyn ed: en om dat deze evenwydig aan ED is, daarom,

AD $\sqrt{.cc+yy}$ | DE b | Ad, c? komt $\frac{bc}{\sqrt{.cc+yy}} \infty\ ed$

dies is $\frac{bc}{\sqrt{.cc+yy}} \infty\ b-x \infty$ BF, om dat dF evenwydig aan AE is. deze Æquatie in 't Vierkant gemultipliceert, en gereduceert,

komt $y \infty \frac{c\sqrt{.2bx-xx}}{b-x}$

Afbeeldende de natuur van de Kromme lyn die CD in het Oog bepaalt, hen uyt A ziende, zynde een van het derde geſlagt, dewyl wy $xxyy - 2bxyy + bbyy + ccxx - 2bccx \infty 0$ hebben.



Om hen door punten te beſchryven, zo haalt uyt B, met BC, of met b als Straal, een boog Cd, en neemt CF na believen, en trekt FD rechthoekig op BC, ſnydende de getogene boog in d: dan verlengt BC tot G, zo dat BG is $\infty\ c$, en trekt GH evenwydig aan FD. Dan haalt uyt B, door d, de rechte BH,

 ont-

ontmoetende GH in H: dan uyt H getogen een hangende op FD, ſtotende FD in D: zo is D een punt van de Kromme,

want: BF is tot BG / als F *d* tot GH, of FD
$b - x$ / c // $\sqrt{.2bx - xx}$ / y

Indien men het Oog in B houd, zo is $a \infty o$, en daarom $c \infty b$,

dies heeft men dan $y \infty \frac{b\sqrt{.2bx - xx}}{b - x}$.

Om deze Kromme door punten te vinden, zo doet als voren, alleenlyk BG gelyk BC nemende, of G in C. *D* is een van zyne punten.

Zo men in beyde deze gevallen neemt $x \infty b$, dat is F in B, zo is $y \infty \frac{cb}{o}$ in 't eerſte, en $y \infty \frac{bb}{o}$ en 't tweede: dat is y, of FD in beyde van een oneyndige lengte: of, de Perpendiculaar uyt B op BC is van beyde de Kromme de Aſymptotus.

Deze zelfde Kromme lyn vind men mede als men een Toorn in een rechte lyn nadert, of als men daar af zodanig verwydert: ja alle Horizontale lynen, met het Oog niet Horizontaal zynde, hoedanig geval dat men ook neemt, zullen alle de zelfde Kromme lyn in het Oog bepalen.

XXX. WERKSTUK.

Gegeven zynde drie punten A B C, *zodanig van elkander afſtaande, trekkende* AC, *en daar op rechthoekig* BD, *dat* DA DB DC *alle even lang zyn: alle de punten* E *te vinden, waar uyt halende* EA EB EC, *dat de Rechthoek van* AE *met* CE *zo groot is als het Vierkant van* BE.

DA, of DB, of DC ∞a
DF ∞x
FE ∞y

Hale EF rechthoekig op DB, en EG zodanig op AC, of op zyn verlengde.

Men vind AE $\infty \sqrt{.aa - 2ay + yy + xx}$,
BE $\infty \sqrt{.aa - 2ax + xx + yy}$,
en CE $\infty \sqrt{.aa + 2ay + yy + xx}$,

zo

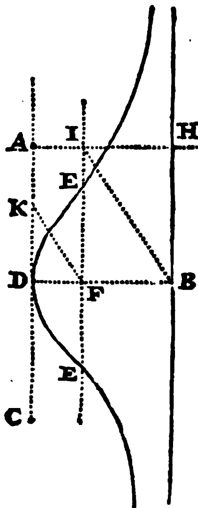
zo is dan $aa - 2ax + xx + yy \infty \sqrt{.\,a^4 - 2aayy + 2aaxx + y^4 + 2xxyy + x^4}$.

beyde in 't Vierkant, en gereduceert,

komt $axx - aax + ayy - x^3 - xyy \infty 0$,

of $\frac{xx + yy}{a} \infty \frac{ax}{a - x}$:

Een Kromme van het tweede geslagt.



Twee van zyne punten vind men, kiesende in DB een punt F na believen, daar door halende FI evenwydig aan AC, snydende AH, gelykwydig aan DB, in I: dan trekt BI, en hier aan evenwydig FK, ontmoetende DA, of zyn verlengde, in K: dan gezogt een midden evenredige tusschen DK en DA; en met deze als Straal, uyt D als Middelpunt, en Boog halende, snydende FI en zyn verlengde, in de punten E E: zo zyn deze E E twee punten van die Kromme daar ze alle in zyn.

Deze Kromme raakt AC in D, en nadert gedurig HB, die evenwydig aan AC getrokken is.

Het III Boek.

Van de

ONTBINDING der BEPAALDE MEETKUNSTIGE WERKSTUKKEN

Door middel van de

PLAATZEN.

DOor middel van de *Plaatzen* een bepaalt Werkstuk te Ontbinden, is een manier die nog niet lang in 't gebruyk is geweest: het komt my voor als of *R. F. Slusius* de eerste is die deze methode heeft toegepast in zyn Mesolabum: 't is gelooflyk dat *Cartesius* hen wel heeft geweten, maar dat hyze niet heeft gebruykt als tot de vinding van zyne Regelen tot de oplossing der Æquatien.

Onder de bepaalde Werkstukken is wel het voornaamste de ontbinding der bepaalde Meetkunstige Æquatien: alles wat men hier in ten nutte kan voortbrengen zal niet te vergeefs zyn; en daarom zal deze zaak de eerste plaats in dit Boek bekleden: in een afgesondert Deel, om datter verscheyde dingen toe vereyst werden die in de andere juist niet nootzakelyk zyn.

I Deel.

Ontbinding van de Meetkunstige bepaalde Æquatien van drie en vier Dimensien door middel van de Plaatzen.

BY een bepaalde Æquatie verstaan wy een zodanige waar in dat maar een eenige onbekende is. Hoewel men deze kan oplossen door de Regelen gegeven in het dertiende Boek van de Mathesis, zo kan men hen echter mede ontbinden door middel van de Plaatzen, hen deelende in twee, drie en in meer andere vergelykingen, die elk de plaats van een der Kegelsneden vertonen, het Rond daar onder gerekent, waar van twee te zamen gevoegt, wederom de onbepaalde quantiteyt zullen afmeten: een zaak zynde, waar door men zodani-

danigen Æquatie, en by gevolg mede een bepaalt Werkstuk, op veelderley wyze kan solveren; dat vergenoeging moet geven, om dat men een vrye verkiezing heeft, aan geen wetten gebonden zynde, die men elders van daan moet halen.

I HOOFTSTUK.

Hoe men een bepaalde Æquatie kan deelen in twee of meer onbepaalde.

Laat x de onbekende wezen in de gegeve Æquatie.

DEze deeling geschiet door middel van een Æquatie passende op een der Kegelsneden die een korte vergelyking geeft, *en waar in de x maar dubbelt, of dubbelt en enkelt is, en de y alleenlyk enkelt.* En om dat de Parabole, waar in de y evenwydig loopt aan de middellyn, zodanigen Æquatie uytlevert, en geen andere van de Kegelsneden, daarom kan ons deze alleen daar toe dienen,

dat is, $xx \propto ay$, of $xx \quad bx \propto ay$.

nemende voor a een quantiteyt na welgevallen, of liever een zodanige die het meeste in de gevonde Æquatie te vinden is, om de kortste Constructie te hebben: b zal bepaalt moeten genomen werden, gelyk hier na zal blyken.

De eerste van twee Termen geeft de kortste bewerking; men kan die altyd gebruyken wanneer de tweede Term ontbreekt, en ook dan als die daar by is, mits geen Rond begerende: maar een Kring willende hebben, zo is men genootzaakt de andere van drie Termen te gebruyken, mits nemende voor b de helft van het bekende des tweede Terms, en daar voor stellende zodanigen teken als voortkomt uyt de multiplicatie der tekens van de eerste en tweede Term, dat is een + als de eerste en tweede Term hebben gelyke, en een — als ze hebben ongelyke tekens, op dat de tweede Term daar door verdwyne.

De gegeve, of de gevonde Æquatie gelyk aan nul gestelt hebbende, en zodanig, om gemaks halven, dat de hooft Term een — is, *zo reduceert de gevonde Æquatie, door middel van de aangenomene op de Parabole, zodanig dat men een andere bekomt, waar*

waar in de onbekende x en y niet hoger opklimmen als tot twee Dimensien: op wat wyze dat men zulx doet, en hoe dikwils, men is nergens aan gebonden: men mag ook de Æquatie op de Parabole, hem gelyk nul gestelt hebbende, by de alree gevondene adderen, of daar van substraheren, of zulx doen met twee alree gevondene: men kan ook de aangenomene op de Parabole, of een van de gevondene, eerst multipliceren en divideren met twee quantiteyten genomen na believen; of een, of beyde genomen uyt de gegeve Æquatie; of men kan daar voor nemen getallen die men wil, en dan de Addity of de Substracty volbrengen: in 't kort, alles is geoorloft waarnemende de wetten van de reductie.

Door de ontbinding van een Questie gevonden hebbende, of

1. Gegeven zynde $-x^4 \pm apxx - aaqx + a^3r \infty 0$ waar in de tweede term ontbreekt. Stelle daarom dat de xx zo groot is als ay, of $xx \infty ay$, of $xx - ay \infty 0$ (zynde een Æquatie op de Parabole, waar in de lyn x evenwydig is aan de Toegepaste, en de lyn y aan de Middellyn)

Stellende $aayy$ in plaats van x^4, en gedeelt door aa, men heeft

$-yy \pm \frac{p}{a}xx - qx + ar \infty 0$. I. een *Hyperbole*, of een *Ellipsis*. een Hyperbole als men heeft $+apxx$, en een Ellipsis als men heeft $-apxx$.

Stellende in deze gevonde Æquatie ay in plaats van xx, men heeft

$-yy \pm py - qx + ar \infty 0$. II. een *Parabole*.

vergaart men hier by $-xx + ay \infty 0$, onze aangenomene Parabole, men heeft

$-yy - xx + ay \pm py - qx + ar \infty 0$. III. een *Rond*, of een *gelz. Ell.* een Rond als de hoek van x en y begrepen Recht is, en een gelykzydige Ellipsis als die Scheef is. *Nota*, dewyl deze distinctie altyd kan gemaakt werden, zo zullen wy voortaan maar simpelyk zeggen een Rond.

Trekt men het daar van af, men heeft

$-yy + xx - ay \pm py - qx + ar \infty 0$. IV. een *gelykzydige Hyperbole.*

multipliceert men $xx - ay \infty 0$ met k, en divideert men de uytkomst door l (of door a) men heeft $\frac{k}{l}xx - \frac{kay}{l} \infty 0$.

vergaart

vergaart men dit by de II Æquatie, men heeft

$-yy + \frac{k}{l}xx - \frac{ka}{l}y \pm py - qx + ar \infty 0$. V. een *Hyperbole*.

Ontelbaar veranderlyk, om dat hy in de gedaante van zyn *Trek* t'elkens zal veranderen als men *k*, of *l*, of die beyde t'elkens anders en anders neemt.

Substraheert men, men heeft

$-yy - \frac{k}{l}xx + \frac{ka}{l}y \pm py - qx + ar \infty 0$. VI. een *Ellipsis*.

mede *ontelbaar veranderlyk*. Ook heeft men

$-xx + ay \infty 0$. VII. De aangenomene *Parabole*.

En zo voort, zo veel verandering makende als men wil, of als men kan: adderende twee van de gevondene, of substraherende (dog dit laatste geeft veeltyts de aangenomene Parabole) acht gevende dat de Termen niet te veel werden, om dat die de Constructie verswaren.

2. Gegeven zynde $-x^4 \pm 2nx^3 \mp apxx + aaqx - a^3 r \infty 0$. waar by de tweede Term is. Stellende daarom $xx \mp nx \infty ay$, zynde een Parabole, waar van de Term nx de n by zig heeft, zynde de helft van het bekende des tweeden Terms, en voor zig $\mp$, de tekens van de uytkomst, multiplicerende de Tekens van de eerste en tweede Term met elkander.

Deze $xx \mp nx \infty ay$ in 't Vierkant gemultipliceert, komt $x^4 \mp 2nx^3 + nnxx \infty aayy$, of $-x^4 \pm 2nx^3 \infty -aayy + nnxx$: dit laatste gestelt in plaats van de eerste en tweede Term, en gereduceert, komt

$-yy + \frac{nn}{aa}xx \mp \frac{p}{a}xx + qx - ar \infty 0$. I. een *Hyperbole* of *Ell.*

Stellende $\pm \frac{n^3}{aa}x + \frac{nn}{a}y$ in plaats van $\frac{nn}{aa}xx$, die gelyk zyn, komt

$-yy \mp \frac{p}{a}xx \pm \frac{n^3}{aa}x + \frac{nn}{a}y + qx - ar \infty 0$. II. een *Hyp.* of *Ell.*

een Ellipsis op $-apxx$, en een Hyperbole op $+apxx$.

voor $\mp \frac{p}{a}xx$ gestelt $-\frac{pn}{a}x \mp py$, die gelyk zyn, komt

$-yy - \frac{pn}{a}x \mp py \pm \frac{n^3}{aa}x + \frac{nn}{a}y + qx - ar \infty$. III. een *Parabole*.

hier by vergaart de aangenomene Parabole $-xx \pm nx + ay \infty 0$, men heeft

$-yy - xx \pm nx + ay - \frac{pn}{a}x \mp py \pm \frac{n^3}{aa}x + \frac{nn}{a}y + qx - ar \infty 0$. IV. een *Rond*. Ook heeft men

$-xx \pm nx + ay \infty 0$. V. de aangenome *Parabole*.

multipliceert en divideert men de aangenome Æquatie op de Parabole met twee quantiteyten genomen na believen, en addeert

addeert of substraheert men de uytkomst by of van een der gevonde Æquatien, men vind nog andere vergelykingen op een Kromme, gelyk hier even gedaan is met de eerste Æquatie.

Indien men de helft van de tweede Term, dat is n, hadde gebruykt, om de gegeve Æquatie tot deze $-x^4 \pm 2nx^3 \mp npxx + nnqx - n^3r \propto 0$ gedaante te reduceren, zo zou men het bovenstaande merkelyk eenvoudiger gevonden hebben; dewyl men dan n zoude gehad hebben daar men nu a heeft.

Is de gegeve Æquatie van *drie Afmetingen*, *zo multipliceert hem eerst met zyn wortel*, en doet dan als in 't voorgaande.

3. Gegeven zynde $-x^3 \pm apx - aaq \propto 0$

x, zyn wortel, gem.

of $-x^4 \pm apxx - aaqx \propto 0$

men vind door middel van $-xx + ay \propto 0$. I. een *Parabole*.

$-yy \pm \frac{p}{a}xx - qx \propto 0$ —— II. een *Hyp*. of *Ellipsis*.

$-yy \pm py - qx \propto 0$ —— III. een *Parabole*.

$-yy - xx + ay \pm py - qx \propto 0$. IV. een *Rond*.

$-yy + xx - ay \pm py - qx \propto 0$. V. een *gelykz*. *Hyperb*.

$-yy + \frac{k}{l}xx - \frac{ka}{l}y \pm py - qx \propto 0$. VI. een *onbep*. *Hyperb*.

$-yy - \frac{k}{l}xx + \frac{ka}{l}y \pm py - qx \propto 0$. VII. een *onbep*. *Ellipsis*.

zynde de zelfde Æquatien die op het eerste voorbeelt gevonden zyn, uytgenomen datter de Term ar niet by is.

Maar laat men hem ongemultipliceert met zyn Wortel, zo vind men nog

$-xy \pm px - aq \propto 0$. VIII. een *Hyperbole op de Asymptoti*.

vergaart men hier by $-xx + ay \propto 0$, en trekt men het daar van af, men heeft nog twee andere Æquatien op de Hyperbole en zyn Asymptoti: enz.

4. Gegeven zynde $-x^3 \pm 2nxx \mp apx + aaq \propto 0$

x

of $-x^4 \pm 2nx^3 \mp apxx + aaqx \propto 0$

men vind door middel van $-xx \mp nx + ay \propto 0$. I. een *Parab*.

$-yy + \frac{nn}{aa}xx \mp \frac{p}{a}xx + qx \propto 0$. II. een *Hyperbole*, of *Ellipsis*.

$-yy \mp \frac{p}{a}xx \mp \frac{n^3}{aa}x + \frac{nn}{a}y + qx \propto 0$. III. een *Hyp*. of *Ellip*.

$-yy + \frac{pn}{a}x \mp py \mp \frac{n^3}{aa}x + \frac{nn}{a}y + qx \propto 0$. IV. een *Parabole*.

$-yy - xx \mp nx + ay + \frac{pn}{a}x \mp py \mp \frac{n^3}{aa}x + \frac{nn}{a}y + qx \propto 0$. V. een *Rond*.

maar

maar laat men hen ongemultipliceert met zyn wortel.
zo vind men door $-xx + ay \infty 0$. I. een *Parabole*.

$-xy \pm \frac{2n}{a} xx \mp px + aq \infty 0$. II. een *Hyperbole op de Asymptoti*.

$-xy \pm 2ny \mp px + aq \infty 0$. III. een *Hyperbole op de Asymptoti*.

multipliceert men deze met x, en stelt men ay voor xx, komt

$-yy \pm \frac{2n}{a} xy \mp \frac{p}{a} xx + qx$. IV. een *Hyperbole* of een *Ellipsis*.

$-yy \pm \frac{2n}{a} xy \mp py \quad + qx$. V. een *Hyp. op de As. of op de Mid.*

multiplicerende en dividerende de aangenome Æquatie op de Parabole, $xx - ay \infty 0$, met twee quantiteyten genomen na believen, of hen multiplicerende met een getal, zo men wil, en de uytkomst adderende of substraherende by en van een der gevondene: of ook twee van die gevonden zyn zulx doende, men heeft wederom andere vergelykingen die een plaats van een der Kegelsneden vertonen.

Dit meenen wy dat genoeg zal wezen, om daar uyt te konnen zien op wat wyze dat men handelen moet, om uyt een gevonde, of een gegeve Æquatie van drie of vier dimensien, andere te vinden die yder de plaats van een der Kegelsneden afbeelden: zullen dan overgaan tot het tweede, zynde de

II. HOOFTSTUK.

Vinding van de Krommelynen dienende tot de oplossing van een gevonde, of een gegeve Æquatie.

DIt behelst niet anders als het geene alrede in het eerste deel van het tweede Boek is verhandelt: zullen daarom dit niet voornemen te doen op de nu zo even gevonde Æquatien, maar alleenlyk op eenige weynige die wy zullen vinden door de oplossing van een questie.

B A D B

Gegeven zynde een rechte lyn AD: *in zyn verlengde het punt* B *te vinden, zodanig dat de Cubicq van* AD *zo groot is als de Balk wiens grond is het Vierkant van* DB, *en wiens hoogte is* AB.

Stelle AD ∞a, en AB ∞x; zo is DB $\infty x - a$, en ook $\infty x + a$: en mon vind

$$-x^3 \pm 2axx - aax + a^3 \infty 0,$$

$$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}\,x$$

$$\text{of } -x^4 \pm 2ax^3 - aaxx + a^3x \infty 0.$$

$+$ als B is in de verlengde van AD aan D, en $-$ als B is in de verlengde van AD aan A.

Om dat hier in de tweede Term is, en wy een Rond willen hebben, zo stelle $xx \mp ax \propto ay$, dat een Parabole is; dit in 't Vierkant en gereduceert, komt $-x^4 \pm 2ax^3 \propto -aayy + aaxx$: dit laatste gestelt in plaats van de eerste en tweede Term, en gedeelt door aa,

komt $-yy + ax \propto 0$, een *Parabole.*

hier by $-xx + ay \pm ax \propto 0$, de aangenome Parabole,

komt $-yy - xx + ay + 2ax \propto 0$, een *Rond*, op B in de verl. aan D;
en ook $-yy - xx + ay \propto 0$, een *Rond*, op B in de verl. aan A.

door deze Æquatien op het Rond vind men, wegens

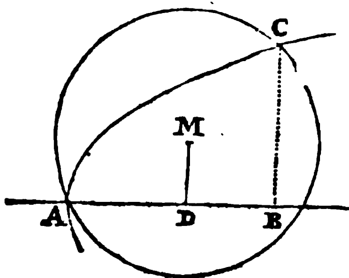
de *eerste*, $y \propto \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\cdot\ \frac{1}{4}aa + 2ax - xx}$,

en $x \propto a \pm \sqrt{1\frac{1}{4}aa}$, het Surdische $\propto 0$ stellende:

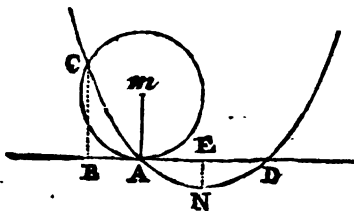
de *tweede*, $y \propto \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\cdot\ \frac{1}{4}aa - xx}$,

en $x \propto \frac{1}{2}a$ ———— het Surdische $\propto 0$ stellende.

Om dan door de snyding van twee Krommelynen het punt C te vinden, het losse eynde van de lyn CB, of van de lyn y, waar door het punt B dan bekent werd, zo moet men deze twee Kromme zodanig te zamen voegen, dat in beyde de x en ook de y een zelfde lyn is: dit in de lyn x waarnemende, zo volgt het in de lyn y van zelfs: of, op een zelfde lyn x de plaats van het punt C in beyde de Kromme zoekende, zo voldoet men aan het bovenstaande.



Dit laatste dan waarnemende, zo vind men de Kring waar in C moet lopen, halende, op 't eerste geval uyt M, en op 't tweede uyt m een Kring die door A gaat: aanmerkende dat DM en Am beyde rechthoekig op AD staan, en dat yder zo lang is als de helft van AD.



Wil men dan voor de tweede Kromme de gevonde Parabole $yy \propto ax$ gebruyken, gelyk in de eerste figuur gedaan is, zo moet men uyt A als Top, op

AD

AD als As, en ook als Rechtezyde, een Parabole halen: Maar wil men de aangenome Parabole hier toe nemen, waar in $x \infty \pm \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\cdot \frac{1}{4}aa + ay}$ is, zo moet men uyt E, het midden van AD, trekken EN $\infty \frac{1}{4}$ van AD, neerwaarts, en rechthoekig op AD, en maken een Parabole, opwaarts lopende, wiens Top is N, As NE, en Rechtezyde AD (of waar van dat E het Brantpunt is) gelyk in de tweede figuur geschiet is. Daar deze Parabolen de voornoemde Kringen snyden, daar is het punt C dat ons dienen kan. Halende dan uyt C een lyn CB, rechthoekig op de verlengde van AD: zo zyn B B de begeerde punten: en deze hebben wy gevonden door een particuliere Regel, het geene zynde dat te doen was.

Wy hebben AE ter rechterzyde van A genomen, daar nochtans zyn teken $-\frac{1}{2}a$ aanwyst dat men hem ter linker zyde van A behoorde te nemen: maar dit is daarom geschiet, om dat in dit tweede geval de AB ∞x ter linker zyde van A moet vallen.

Indien men de reductie van de gevonde Æquatie vervolgt, men zal nog andere vergelykingen vinden, passende op andere Krommelynen, en daarom ook nog andere Ontbindingen.

Wil men dat de Cubicq van AB *zo groot is als de Balk wiens grond is het Vierkant van* AD, *en wiens hoogte is gelyk* DB,

Zo zal B niet konnen vallen in de verlengde van AD aan D: zulx dat nu is DB $\infty a - x$, en ook $\infty a + x$.

dan vind men $-x^3 - aax + a^3 \infty 0$, als B in AD is,

$$\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \; x$$

of $-x^4 - aaxx + a^3x \infty 0$.

deze gereduceert door $xx \infty ay$, een Parabole, en gedeelt door aa,

komt $-yy - xx + ax \infty 0$, een *Rond.*

hier by $+2xx - 2ay \infty 0$, de aangenome Parabole.

---

komt $-yy + xx - 2ay + ax \infty 0$, een *gelykzydige Hyperbole.*

Stelt men in de gevonde Æquatie $-x^3 - aax + a^3 \infty 0$, ay in plaats van xx, en deelt men de uytkomst door a, men heeft $-xy - ax + aa \infty 0$, een *Hyperbole op de Asymptoti.*

Men vind $\frac{-x^3+aax+a^3}{x} \infty 0$, als B in de verl. AD aan A is.

of $-x^4+aaxx+a^3x \infty 0$.

Wederom door $xx \infty ay$ gereduceert, en door aa gedeelt,

komt $-yy+xx+ax \infty 0$, een *gelykzydige Hyperbole.*

hier by $-2xx+2ay \infty 0$, de aangenome Parabole

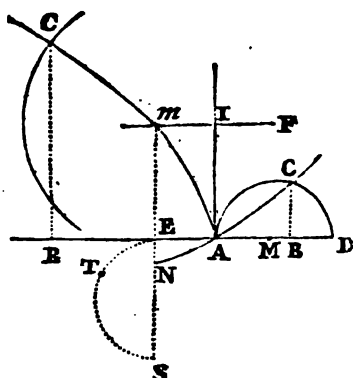
komt $-yy-xx+2ay+ax \infty 0$, een *Rond.*

Stelt men ay voor xx in de gevonde Cubicq Æquatie, en gedeelt door a,

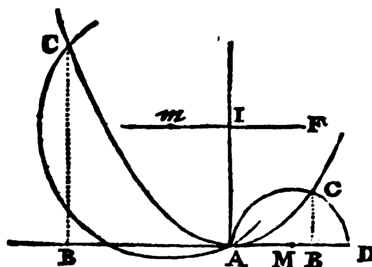
men heeft $-xy+ax+aa \infty 0$, een *Hyperbole op de Asymptoti.*

Indien men tot de Ontbinding neemt de Æquatien op het Rond, en die op de Hyperbole op de Asymptoti, zo zal men het begeerde vinden (aanmerkende dat men in het tweede geval, alwaar B in de verlengde van AD aan A valt, aan de linker zyde moet nemen, dat men anders, volgens de tekens, aan de rechter zyde behoorde af te passen, om dat x dan loopt van A af, na de linker zyde) trekkende uyt A een rechthoekige op AD, opwaarts, daar in nemende AI gelyk AD, en halende door I een evenwydige aan AD, als mIF: dan beschryvende een Hyperbole met AI en IF als Asymptoti die door D gaat, en ook zyn tegengestelde: genomen hebbende Im ter linker zyde van I zo lang als de helft van AD, en getogen Kringen uyt m, en ook uyt M, het midden van AD, die door A gaan, snydende de Hyperbolen in C, C; en getogen hebbende de Lootlynen CB CB: zo zyn B, B, de punten die het begeerde voldoen.

Maar



Maar wil men de gelykzydige Hyperbolen gebruyken, in plaats van de Hyperbolen op haare Asymptoti, zo haalt *m*ES neerwaarts, evenwydig aan AI, zo lang tot dat ES gelyk is aan E*m*; en maakt op deze ES een halfrond; en neemt, in de Omtrek, ET gelyk EA, en SN, in de Middellyn, gelyk ST. Dan beschryft een Hyperbole door N als Top, op NE als As, met 2 maal SN als Dwarse, en ook als Rechtezyde: ook een andere door A als Top, op AE als As, met AD als Dwarse, en ook als Rechtezyde. Deze twee Hyperbolen zullen de voornoemde Kringen snyden in de zelfde punten C, C; en daarom zullen de Lootlynen CB CB wederom vallen in de begeerde punten B, B.



Maar gebruykt men de aangenome Parabole, in plaats van de Hyperbolen, zo heeft men slegs uyt A als Top, op AI als As, met AD als Rechtezyde, een Parabole te trekken: deze zal de gezeyde Kringen snyden in de gemelde punten C, C.

Dewyl deze Constructie over een komt met de geene die de generale Regel uytlevert, gelyk men lichtelyk kan onderzoeken, of gelyk men zien kan in het Boek van de Mathesis folio 288, de 18 questie, alwaar deze op die wyze ontbonden is, zo ziet men dat deze algemeene Regel somtyts, ja ook veelmalen geeft de kortste Ontknoping, die geen reductie nog Constructie onderworpen is. Hier by zullen wy dit op deze tyd laten, om dat hier na deze zaak, in andere voorvallen, nog omstandelyker zal verhandelt werden, en voornamelyk in die questie waar in men twee midden evenredige zoekt tusschen twee gegeve lynen. Wy zullen hier byvoegen de

III HOOFTSTUK.

Oplossing van de bepaalde Æquatien van drie en vier Dimensien door behulp van een gegeve Kegelsnede.

MOnsieur *la Hire* schynt de vinder hier van te wezen: immers hy doet hier van een beschryving. Het geeft gemeenlyk zeer moeylyke Constructien, om dat de gegeve Kromme maakt, dat de Termen van de Æquatie op de andere Kromme, die men vinden moet, gemeenlyk merkelyk vermeerderen, en in quantiteyten groter vallen. 't Is eer om te toonen wat men kan, als wat men behoorde te doen. 't Kan echter dienen als in de Questie een Kegelsnede gegeven is, om dan de zelve tot de Ontbinding van de gevonde Æquatie te gebruyken, zo men als dan genootzaakt is een vergelyking te vinden waar in maar een onbekende is; anders zal men het veeltyts op een andere wyze konnen verrichten, die veel eenvoudiger en korter is, gelyk hier nà in eenige Voorbeelden zal getoont werden.

Wy zullen zyne Methode een weynig na de onze schikken, om dat het gemakkelyker is by zyn oude gewoonte te blyven, als een nieuwe op te volgen; en voornamelyk in de Vinding der Plaatzen, waar in men zeer licht kan missen, zo men in hen niet procedeert volgens een vaste methode.

De geheele wetenschap bestaat hier in, *dat men de gegeve Æquatie om te ontbinden, deele in twee andere, waar van de eene zodanigen Kromme vertoont als gegeven is, mits invoerende, niet simpelyk een onbekende quantiteyt y, als hier even geschiet is, maar daar en boven nog een, twee, of meer andere, na dat men van noden heeft om de lengte van eenige lynen te konnen bepalen, die dienstig zyn om de figuur te trekken: daar na ontledigt men de Æquatie die op de gegeve Kegelsnede past, en men maakt vergelykingen op de hoegrootheden van deze de welke overeenkomen met de hoegrootheden van de gegeve Kromme, om daar door de ingevoerde onbekende, behalven de y, en die geene, die in plaats van x m gebragt zyn,*

zyn, te bepalen : dan zoekt men de andere Kromme die niet gegeven is, volgens de wyze als in de Plaatzen geleert is, handelende ten deele met de Tekens recht anders als ze aanwyzen, om dat nu iets gegeven is waar af men de bewerking moet beginnen tot de vinding van A, of het punt waar van x begint, daar men anders van A af begon, waar toe ons de zelfde Tekens naar behoren diende.

I. *Is de gegeve Kromme een* Parabole.

Dewyl deze bepaalt, of gegeven is, als gegeven is de Rechtezyde tot de As behorende, zo ziet men dat dit alrede waargenomen is in de generale Regelen op de Ontbinding van de Æquatien van drie en vier Dimensien, waar in de tweede Term ontbreekt, en ook in die van drie, waar in de Tweede Term gevonde werd, als men de Regel van van Schoten gebruykt, om dat de eenheit daar in onbepaalt gelaten is, en die genomen werd voor de Rechtezyde van de Parabole : hierom, die gegeven zynde $\infty\, d$, zo heeft men slegs de gevonde Æquatie tot zyn behoorlyke form te reduceren, gebruykende deze d voor de eenheit, en dan de Algemeene Regel op te volgen. Heeft men een Æquatie van vier Dimensien alwaar de tweede Term by is, zo kan men die eerst weg reduceren, en doen dan als boven gezegt is.

Wy behoeven dan, een Parabole gegeven zynde, Ul. niet anders voor te dragen als het geene dat alrede geschiet is: wil men echter een staaltje daar van zien, laat ons daar toe nemen de eerste Æquatie van het laatste voorbeelt, zynde

$$-x^3 - aax + a^3 \infty\, 0$$

$$\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \, x$$

of $-x^4 - aaxx + a^3x \infty\, 0$

laat d de Rechtezyde van de gegeve Parabole wezen passende op zyn As, en gestelt werden $dy \infty\, xx$: hier door gereduceert,

komt $-yy - \frac{aa}{d}y + \frac{a^3}{dd}x \infty\, 0$, een Parabole

hier by $\underline{-xx + dy \qquad\qquad \infty\, 0}$

komt $-yy - xx - \frac{aa}{d}y + dy + \frac{a^3}{dd}x \infty\, 0$, een *Rond.*

of $y \infty - \frac{\frac{1}{2}aa}{d} + \frac{1}{2}d \pm \sqrt{\frac{\frac{1}{4}a^4}{dd} + \frac{1}{4}dd - \frac{1}{2}aa + \frac{a^3}{dd}x - xx}$

het

het Surdische ꝏ o nemende, om het Centrum en de Straal te vinden,

$$\text{zo is } x \infty + \frac{\frac{1}{2}a^3}{dd} \pm \sqrt{.\frac{\frac{1}{4}a^6}{a^4} + \frac{\frac{1}{4}a^4}{dd} + \tfrac{1}{4}dd - \tfrac{1}{2}aa}.$$

hier ziet men dat dit hoog opklimt, in Termen en in quantiteyten, en by gevolg dat het een moeylyke Constructie zal moeten geven, alles hier van daan komende, om dat men nu d, de Rechtezyde, niet mag nemen na believen; want, zulx mogende doen, en hem ꝏ a nemende, zo zoude y wezen $\infty \sqrt{.aa - xx}$, en $x \infty \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{1}{4}aa}$. Dog de figuur zal echter de zelfde wezen als of men de Regel gebruykte, eerst de gegeve Æquatie door d reducerende als de eenheit, waar door dan p is $\infty \frac{aa}{d}$ en $q \infty \frac{a^4}{dd}$.

Aanmerking. *Het kan evenwel dienen, om alle Æquatien van drie en vier Dimensien, de tweede Term weggenomen hebbende, of daar niet by zynde, volgens de algemeene Regel te ontbinden met behulp van een zelfde Parabole, zyn Rechtezyde voor de eenheit gebruykende, om de Æquatie tot de gestelde form te reduceren. Hierom, van koper, van hoorn, of van goet hout gemaakt hebbende een zeer nette Parabole door vinding van zyne punten, zo kan men de moeyte ontgaan om telkens een Parabole te beschryven, dat dog niet wel anders kan geschieden als door de vinding van zyne punten, welke by gevolg veel onvolmaakter zal wezen, als die geene die men trekt met behulp van dit wel gemaakte kopere, hoorne, of houte Instrument.* De Top en de As, diende wel op dit Werktuyg afgebeelt te wezen, op dat men het na behoren op het Papier kan brengen, en ook de lengte van de Rechtezyde.

II. *Is de gegeve Kegelsnede een* Hyperbole op zyn Asymptoti, *en de Æquatie van* drie *Dimensien.*

Laat gegeven zyn de voorgaande Æquatie

$$-x^3 - aax + a^3 \infty o.$$

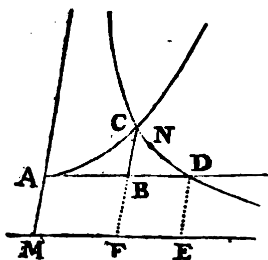
nemende, als voren, $dy \infty xx$, een Parabole, en gereduceert, komt $xy + \frac{aa}{d}x - \frac{a^3}{d} \infty o$, een *Hyperbole op de Asymptoti.*

gedeelt door $-x$, komt $-y - \frac{aa}{d}$.

$y \infty o$ nemende, zo is $+x \infty a$.

het overschot is $\frac{a^3}{d}$: *zynde het gemultipliceerde van de twee lynen getogen uyt eenig punt van de Kromme, evenwydig aan de eene Asymptotus, tot aan de andere.*

Hierom



Hierom: gegeven zynde de Hyperbole CD, wiens Top is N, en Asymptoti MA ME. Getogen hebbende uyt N een evenwydige aan de eene Asymptotus tot aan de andere, en deze ∞f stellende, zo heeft men $ff \infty \frac{a^3}{d}$, en daar door $d \infty \frac{a^3}{ff}$: of, nemende ME ∞a, en halende ED tot aan de Hyperbole, en evenwydig aan MA, en noemende ED ∞g, zo is $ag \infty \frac{a^3}{d}$, of $d \infty \frac{aa}{g}$: waar door dan de lyn d bepaalt is.

Wil men de aangenome Parabole, $dy \infty xx$, tot de oplossing gebruyken, zo moet men van M af, tot aan A, opwaarts nemen $\infty \frac{aa}{d}$, om dat wy $-\frac{aa}{d}$ hebben, en wy van M moeten beginnen om A te vinden, contrary de voorgaande manier van bewerking, daar in men van A begon om M te vinden. Dan beschryft een Parabole, uyt A als Top, op AM als Middellyn, met AME als beweeglyke hoek, en met d, of met $\frac{aa}{g}$ als Rechtezyde, opwaarts gaande: deze de gegeve Hyperbole in C snydende, zo haalt CB evenwydig aan AM, stotende AD, gelykwydig aan ME, in B; zo is AB ∞x.

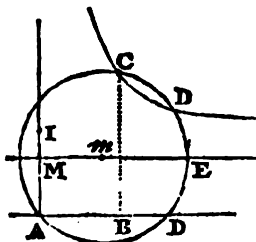
Want, verlengende CB tot aan ME, zo is CF $\infty y + \frac{aa}{d}$; dit gemultipliceert met MF ∞x,

komt $xy + \frac{aa}{d}x \infty \frac{a^3}{d}$, 't gemultipliceerde van DE met EM.

$\overline{\phantom{xy + \frac{aa}{d}x \infty \frac{a^3}{d}}}\, d$

of $dxy + aax \infty a^3$

of $x^3 + aax \infty a^3$, de gegeve Æquatie.



Maar wil men het Rond gebruyken, dat in 't eerste lid op deze Æquatie gevonden is, mede door de reductie van $dy \infty xx$, zo moeten de Asymptoti, van de gegeve Hyperbole, elkander rechthoekig snyden: en dan moet men van M af, nemen MI opwaarts $\infty \frac{\frac{1}{2}aa}{d}$, en IA neerwaarts $\infty \frac{1}{2}d$, contrary de tekens, om

 reden

reden vermelt, en halen AD evenwydig aan ME: dan genomen in ME, ter rechter zyde van M, $Mm \infty \frac{\frac{1}{2}a^3}{dd}$, en getogen uyt *m* een Rond dat door A gaat. Dit Rond de gegeve Hyperbole ſnydende in C, zo haalt CB evenwydig aan MA, ontmoetende AD in B, zo is $AB \infty x$. Deze AB is zo lang als AB hier boven gevonden: de Proef zal dit mede beveſtigen.

III. *Is de gegeve Kegelſnede een* Rond, *een* gelykzydige Ellipſis, *een* gelykzydige Hyperbole.

Monſieur *la Hire* gebruykt tweërley manieren in de reductie: de eerſte hebben wy Ul. voorgedragen, de tweede moet men nu waarnemen, om dat de onbekende quantiteyt *d* opklimt tot een Cubicq Æquatie van ſes Dimenſien indien men de voorgaande manier opvolgt, gelyk men zien kan dat hy zo hoog geklommen is in het Surdiſche dat de halve Middellyn van het Rond vertoont. Daarom, een Rond gegeven zynde, wiens halve Middellyn is ∞g, zo zou men hebben

$$\frac{\frac{1}{4}a^6}{d^4} + \frac{\frac{1}{4}a^4}{dd} + \tfrac{1}{4}dd - \tfrac{1}{2}aa \infty gg,$$

$$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \; 4d^4$$

$$\text{of } a^6 + a^4dd + d^6 - 2aad^4 \infty 4ggd^4.$$

Hier ziet men dat *d* niet zal konnen gevonden werden of men zal zodanigen Cubicq Æquatie moeten ſolveren.

Makende dan dat de quantiteyt *d*, die de Noemer is van de Breuken, door de reductie met de Æquatie op de Parabole, mede komt in de Teller, zo zal dit de opſteyging van *d* merkelyk verminderen.

Indien men in plaats van *x* ſtelt $\frac{az}{d}$, zo zal men daar door de *d* in de Noemers vinden, en de *z* in de Tellers, van zodanigen hoogte als men *x* heeft in de Termen van de gegeve Æquatie: en dan wederom voor *zz* ſtellende *dy*, zo komt de *d* mede in de Teller. Aanmerkende dan *z* voor een quantiteyt zodanig geconditioneert als *x*, beginnende van een vaſt punt, maar in lengte onbepaalt, aan wiens ander eynde begint *y*, lopende in een gegeve hoek met *z* tot in de Kromme,

zo zal $dy \infty zz$ wederom een Parabole wezen.

De quantiteyt *z* gevonden hebbende, op de manier als of men *x* zogt, en *d* onbepaalt wezende, zo zal men daar door konnen

konnen vinden de x, om dat hy de vierde evenredige is tot d, a, z. Aanmerkende a voor een hoegrootheit die het meeste in de gegeve Æquatie gevonden werd.

Gegeven zynde om te ontbinden

$-x^3 - aax + a^3 \infty 0$, onze vorige Æquatie,

———————————— x

of $-x^4 - aaxx + a^3x \infty 0$,

zo stelt overal $\frac{az}{d}$ in plaats van x,

komt $-\frac{a^4z^4}{d^4} - \frac{a^4zz}{dd} + \frac{a^4z}{d} \infty 0$

In de eerste Term gestelt $ddyy$ in plaats van z^4, volgens de Æquatie op de Parabole $dy \infty zz$,

komt $-\frac{a^4ddyy}{d^4} - \frac{a^4zz}{dd} + \frac{a^4z}{d} \infty 0$

a^4 ———————————— dd

of $-yy - zz + dz \infty 0$, een *Rond*, of *gelykzydige Ellipsis*.

hier by $+2zz - 2dy \infty 0$

komt $-yy + zz - 2dy + dz \infty 0$, een *gelykzydige Hyperbole*.

Aanmerkende de z van die gedaante te wezen als anders de x, gelyk in 't begin gezegt is.

Is dan de gegeve Kegelsnede een *Rond*, of een *gelykzydige Ellipsis*, wiens Middellyn is g, zo heeft men

$yy \infty dz - zz$ . . . . of $y \infty \sqrt{.dz - zz}$,

en $zz \infty dz$ (het Surd. ∞ 0 nem.) of $z \infty \frac{1}{2}d \pm \sqrt{\frac{1}{4}dd}$.

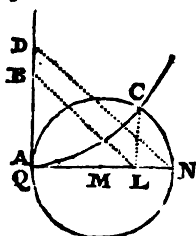
waar door men voor de halve Middellyn heeft $\sqrt{\frac{1}{4}dd}$.

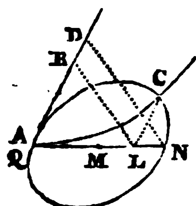
zo is dan $\frac{1}{4}dd \infty \frac{1}{4}gg$, of $d \infty g$.

Hier ziet men dat de d maar opklimt tot een simpele Æquatie van twee Dimensien: en alzo zal men het mede bevinden in de andere Kegelsneden.

QN de Middellyn, en M het Middelpunt wezende van het gegeve Rond, of van de gelykzydige Ellipsis, zo neemt in de Middellyn, ter linker zyde van M, MA $\infty \frac{1}{2}d$, of $\infty \frac{1}{2}g$, om dat wy $+\frac{1}{2}d$ hebben; dit komt in Q. Dan trekt AD rechthoekig op QN in het Rond, maar evenwydig aan de Applicata in de Ellipsis; en beschryft uyt A als Top, op AD als As in het Rond, maar als Mid-

 dellyn



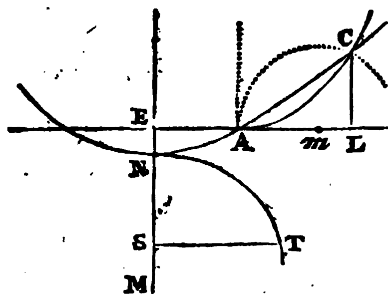


dellyn in de Ellipsis, een Parabole, met d als Rechtezyde, wiens beweeglyke hoek is DAN, snydende de gegeve Kromme in C: dan haalt CL, evenwydig aan DA, tot aan de Middellyn QN; zo is CL ∞ y, en AL ∞ z: daarom, AD zo lang zynde als de gegeve lyn a, zo trekt ND, en aan deze evenwydig LB: zo is AB ∞ x, om dat AN d is tot AD a, als AL z tot AB $\frac{az}{d}$, of x, volgens de onderstelling.

Is de gegeve Kegelsnede een *gelykzydige Hyperbole*, wiens Dwarse NQ, tot de As behorende, is ∞ g, en wiens Middelpunt is M, zo hebben wy

$$yy \infty zz - 2dy + dz$$
of $$y \infty - d \pm \sqrt{.\,dd + dz + zz}.$$

Het Surdische ∞ o nemende, zo vind men $z \infty - \frac{1}{2}d \pm \sqrt{.-\frac{3}{4}dd}$, dat absurt is: hierom, het rationale $-\frac{1}{2}d$ gestelt voor z in het bovenstaande Surdische, men heeft $\sqrt{\frac{3}{4}dd}$ voor de halve Dwarse, zynde ∞ $\frac{1}{2}g$: dies is $d \infty \sqrt{\frac{1}{3}gg}$.



Overzulx, van de gegeve Hyperbole, de halve Dwarse MN in drien gedeelt hebbende, waar af dat NS twee deelen zyn; en uyt M door N een Boog getrokken, gehaalt ST rechthoekig op MN, tot aan deze Boog; zo is NT ∞ d: daarom, ME opwaarts genomen gelyk NT, en door E getogen EL rechthoekig door de As, snydende de Hyperbole ter rechter zyde in A; zo is A het begin van z, om dat EA is ∞ $\frac{1}{2}d$: want QE ∞ $d + \sqrt{\frac{3}{4}dd}$, gemultipliceert met NE ∞ $d - \sqrt{\frac{3}{4}dd}$, komt $\frac{1}{4}dd$ voor het Vierkant van EA, of $\frac{1}{2}d$ voor zyne lengte, gelyk het blykt dat hy behoorde te wezen, om dat wy hebben $z \infty - \frac{1}{2}d \pm \sqrt{}$ enz.

Anders. de y ∞ o nemende in de eerste Æquatie $yy \infty zz - 2dy + dz$, zo blyft $zz + dz \infty$ o, of $z \infty - \frac{1}{2}d \pm \sqrt{\frac{1}{4}dd}$, of

of $z \infty o$ en ook $z \infty - d$: waar uyt volgt, als CL, die ∞y is, gelyk nul werd, dat is als C komt in de snyding van de Hyperbole en de lyn door E getogen, dat is hier in A, dat dan L komt in het begin van z: en om dat hy dan mede komt in de Hyperbole, zo valt hy dan in A; of A is enz. als boven.

Willende de aangenome Parabole gebruyken, zo beschryft hem uyt A als Top, met NT als Rechtezyde, wiens As evenwydig loopt aan de Dwarse NQ, opwaarts gaande. En, wil men een Rond daar toe uyt kiezen, zo maakt Am, in de verlengde EA aan A, zo lang als AE, en haalt uyt m door A een Kring. Deze twee de gegeve Hyperbole in C snydende, en getogen CL rechthoekig op Am, zo is AL ∞z: dan gezogt een vierde evenredige tot NT, a, AL, die is ∞x.

IV. Is de gegeve Kegelsnede een *ongelykzydige Ellipsis*, of *Hyperbole*.

Nu moet men meer als een onbepaalde d invoeren, om dat de Rechtezyde nu niet zo lang is als de Dwarse.

Laat ons daarom de Æquatie op de aangenomene Parabole multipliceren met k, en divideren door l.

$$zz - dy \infty o$$

$$l \text{———————} k$$

men heeft $\frac{kzz}{l} - \frac{kdy}{l} \infty o$

Dit vergaart by de laast gevonde Æquatie op het Rond, men heeft $yy \infty - zz + dz + \frac{kzz}{l} - \frac{kdy}{l}$, A.

of $y \infty - \frac{\frac{1}{2}kd}{l} \pm \sqrt{.\frac{\frac{1}{4}kkzz}{ll} + dz - zz + \frac{kzz}{l}}$, B

Een Ellipsis, of een Hyperbole.

Is 't een Ellipsis, zo heeft men $zz - \frac{kzz}{l}$, of

$\frac{l-k}{l} zz \infty + \frac{\frac{1}{4}kkdd}{ll} + dz$, het Surdische ∞o nemende,

$$l-k \text{———————————} l$$

of $zz \infty + \frac{\frac{1}{4}kkdd}{ll - lk} + \frac{ldz}{l-k}$

of $z \infty + \frac{\frac{1}{2}ld}{l-k} \pm \sqrt{.\frac{\frac{1}{4}lldd}{l-k\,\square} + \frac{\frac{1}{4}kkdd}{ll-lk}}$.

Maar is 't een Hyperbole, zo heeft men $-zz + \frac{kzz}{l}$, en daar door, het Surdische ∞o nemende,

$z \infty - \frac{\frac{1}{2}ld}{k-l} \pm \sqrt{.\frac{\frac{1}{4}lldd}{k-l\,\square} - \frac{\frac{1}{4}kkdd}{kl-ll}}$

 of

of $z \propto -\frac{\frac{1}{2}ld}{k-l} \pm \sqrt{.\frac{\frac{1}{4}kkdd}{ll} - \frac{\frac{1}{4}ldd}{k-l}}$, als dit laatste Surdische absurt is, stellende het Rationale $-\frac{\frac{1}{2}ld}{k-l}$ in plaats van het Surdische in de Æquatie B.

Om dat men in het Surdische van de Æquatie A heeft $-zz + \frac{kzz}{l}$, of $\frac{l-k}{l}zz$ in de Ellipsis, en $\frac{k-l}{l}zz$ in de Hyperbole, en om datter geen z in het Rationale gevonden werd, zo blykt, volgens het geene in de Plaatzen verhandelt is, dat $l-k$, de Teller van het bekende waar mede zz gemultipliceert is, moet zyn gelyk de Rechtezyde in de Ellipsis, en $k-l$ gelyk de Rechtezyde in de Hyperbole als y evenwydig loopt aan de Applicata; en dat l, de Noemer, moet wezen de Dwarse: maar in de Hyperbole daar in de y evenwydig aan de Middellyn valt, dat l, de Noemer, daar in moet wezen de Rechtezyde, en $k-l$, de Teller, de Dwarse. Hierom, de Rechtezyde van de gegeve Kromme stellende $\propto f$, en de Dwarse $\propto g$, zo hebben wy

$l - k \propto f$, of $k \propto l - f$ } In de Ellipsis.
en $k \propto g$, of $k \propto g - f$ }

$k - l \propto f$, of $k \propto l + f$ } In de Hyperbole als y evenwydig
en $l \propto g$, of $k \propto g + f$ } aan de Applicata is.

$k - l \propto g$, of $k \propto g + l$ } In de Hyperbole als y evenwydig
en $l \propto f$, of $k \propto g + f$ } aan de Middellyn is.

Zo zyn dan k en l beyde bepaalt: staat nog d te vinden.

Dewyl het Surdische, in de Æquatie op z, is de helft van de Dwarse, zo is in de Ellipsis,

$$\frac{\frac{1}{4}lldd}{l-k\square} + \frac{\frac{1}{4}kkdd}{ll-lk} \propto \tfrac{1}{4}gg, \text{ of } \frac{ggdd}{ff} + \frac{kkdd}{fg} \propto gg,$$

of $d \propto \sqrt{\frac{g^3ff}{g^3+fkk}}$, in de Ellipsis;

Op gelyke wyze vind men

$d \propto \sqrt{\frac{g^3ff}{g^3-fkk}}$, in de Hyperb., y evenwydig aan de Applicata;

en $d \propto \sqrt{\frac{g^3ff}{gkk-f^3}}$, in de Hyperb., y evenwydig aan de Middellyn.

Om dat $\sqrt{fg}$ de Verkeerde is, zo zyn gedurig evenredig,

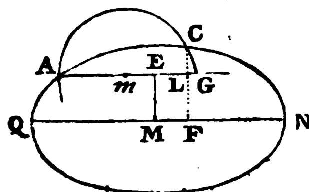
In de Ellipsis; d / de Verkeerde / en $\sqrt{.gg + \frac{fkk}{g}}$.

In de 1e. Hyp.; d / de Verkeerde / en $\sqrt{.gg - \frac{fkk}{g}}$.

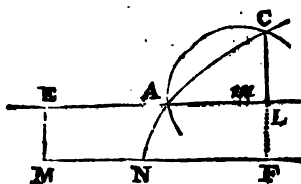
In de 2e. Hyp.; d / de Verkeerde / en $\sqrt{.kk - \frac{f^3}{g}}$.

Voor

Voor 't laast. Indien men in de Æquatie A stelt $y \infty o$ zo ziet men dat dan ook $z \infty o$ zal moeten wezen, of dat AL ∞o werd als C en L te zamen komen, of dat A, het begin van z, wederom in de Kromme valt, om dat als dan CL en A vereenigt zyn, en C altyd in de Kromme is.



Is de gegeve Kegelsnede een *Ellipsis*, wiens As is QN, en Middelpunt M, zo maakt ME, opwaarts, en rechthoekig op de As, zo lang als $\frac{\frac{1}{2}kd}{l}$, of als $\frac{\frac{1}{2}kd}{g}$: dan getogen door E een evenwydige aan de As, snydende de Kromme ter linker zyde in A, en daar in genomen Am, ter rechter zyde van A, zo lang als $\frac{1}{2}d$, en uyt m door A getogen een Rond, snydende de Ellipsis in C: dan gehaalt CL rechthoekig op AE, zo is AL ∞z.



Is de gegeve Kegelsnede een Hyperbole, wiens halve Dwarse, tot de As behorende, is MN: bevint men dan dat $\frac{\frac{1}{4}lldd}{\overline{k-l}\,\square}$ groter is als $\frac{\frac{1}{4}kkdd}{kl-ll}$, of $\frac{ll}{k-l}$ groter als $\frac{kk}{l}$, of $\frac{gg}{f}$ groter als $\frac{kk}{g}$, zo doet als hier even in de Ellipsis gedaan is, uytgenomen dat men EA neme ter rechter zyde van E: maar is $\frac{gg}{f}$ kleender als $\frac{kk}{g}$, zo neemt ME in de As: waarnemende in yder Kromme de hoegrootheden die op elk van hen gevonden zyn. Dan gezogt een vierde evenredige tot d, AL, en a; die is ∞x.

Alhoewel men verzekert kan wezen dat deze bewerking de Æquatie na behoren ontbind, uyt naspeuring of men overal wel geprocedeert heeft; zo zullen wy echter, tot meerder voldoening, hier byvoegen een Proef op de Ellipsis: in de andere geschiet het op de zelve wyze.

Verlengt CL tot aan de As in F.

Vol-

Volgens de onderstelling is $\frac{az}{d} \infty x$: over zulx is AL, of $z \infty \frac{dx}{a}$; dit van AG ∞d

rest $d - \frac{dx}{a} \infty$ LG

$\frac{dx}{a} \infty$ LA

Vermenigv. komt $\frac{ddx}{a} - \frac{ddxx}{aa} \infty \square$ CL

$\surd$

of $d\sqrt{.\frac{x}{a} - \frac{xx}{aa}} \infty$ CL

hier by ME $\infty \frac{\frac{1}{2}kd}{l}$, of $\frac{\frac{1}{2}kd}{g} \infty$ LF

komt $\frac{\frac{1}{2}kd}{g} + d\sqrt{.\frac{x}{a} - \frac{xx}{aa}} \infty$ CF, in 't Vierkant,

of $\frac{\frac{1}{4}kkdd}{gg} + \frac{ddx}{a} - \frac{ddxx}{aa} + \frac{kdd}{g}\sqrt{.\frac{x}{a} - \frac{xx}{aa}} \infty \square$ CF

Dewyl AE is $\infty \frac{\frac{1}{2}ld}{l-k}$, of $\frac{\frac{1}{2}gd}{f}$, en AL $\infty \frac{dx}{a}$; zo is ME $\infty \frac{dx}{a} - \frac{\frac{1}{2}gd}{f}$; en om dat QM, of MN is $\infty \sqrt{.\frac{\frac{1}{4}ggdd}{ff} + \frac{\frac{1}{4}kkdd}{fg}}$,

zo is QF $\infty + \frac{dx}{a} - \frac{\frac{1}{2}gd}{f} + \sqrt{.\frac{\frac{1}{4}ggdd}{ff} + \frac{\frac{1}{4}kkdd}{fg}}$

en NF $\infty - \frac{dx}{a} + \frac{\frac{1}{2}gd}{f} + \sqrt{.\frac{\frac{1}{4}ggdd}{ff} + \frac{\frac{1}{4}kkdd}{fg}}$

verm.

komt de ▭ QFN $\infty \frac{\frac{1}{4}kkdd}{fg} + \frac{gddx}{fa} - \frac{ddxx}{aa}$.

Om dat deze ▭ QFN is tot het $\square$ CF als g tot f: daarom, deze ▭ gemultipliceert met f, en gedivideert door g, men heeft

$\frac{\frac{1}{4}kkdd}{gg} + \frac{ddx}{a} - \frac{fddxx}{aag} \infty \frac{\frac{1}{4}kkdd}{gg} + \frac{ddx}{a} - \frac{ddxx}{aa} + \frac{kdd}{g}\sqrt{.\frac{x}{a} - \frac{xx}{aa}}$.

of $\frac{g-f.\,ddxx}{aag} \infty \frac{kdd}{g}\sqrt{.\frac{x}{a} - \frac{xx}{aa}}$

kdd ——— g

of $\frac{xx}{aa} \infty \sqrt{.\frac{x}{a} - \frac{xx}{aa}}$

——— $\surd$

of $\frac{x^4}{a^4} \infty \frac{x}{a} - \frac{xx}{aa}$

x ——— a^4

of $x^3 \infty a^3 - aax$, onze gegeve Æquatie.

IV. HOOFTSTUK:

Vinding van de Algemeene Regelen tot de Oplossing der Meetkunstige bepaalde Æquatien van drie en vier Dimensien.

DIt is een curieusetyt die ook met eenen nuttelyk is. Een gedeelte van 't geene te vinden is staat wel aangetekent in onze Wiskunst: maar om dat wy in hen een andere schikking gemaakt hebben, die in alles overeenkomt met die order welke wy in de *Plaatzen* hebben waargenomen, zo zullen wy deze Regelen, in die order, eerst voor af laten gaan, en dan komen tot de vinding.

overal is AB de lyn van x, beginnende van A:
voortlopende na de rechter zyde met $+$,
en na de linker zyde met $-$.

Algemeene Regelen tot de Oplossing der Meetkunstige Æquatien van drie en vier Dimensien.

de $+$ nemende na de *rechter zyde*, en *opwaarts:*
de $-$ nemende na de *linker zyde*, en *neerwaarts*.

I. ALGEMEENE REGEL.

De tweede Term ontbrekende.

dat is op $x^3 \infty \quad px \quad q$,
en op $x^4 \infty \quad pxx \quad qx \quad rr$.
de eenheit na believen.

1. Neemt in AB (of de lyn x) AM $\infty \frac{1}{2}q$; aan de rechter zyde van A als men heeft $+q$, en aan de linker zyde als men heeft $-q$.

2. Trekt door A een Perpendiculaar op AB, en neemt daar in AI $\infty \frac{1}{2}p$; opwaarts als men heeft $+p$, en neerwaarts als men heeft $-p$: ook IO altyd opwaarts gelyk de helft van de eenheit.

3. Trekt door O als Top, op IO als As, met de eenheit als Rechtezyde een Parabole neerwaarts.

4. Heeft men x^3, zo trekt uyt M door O een Rond.

Heeft men x^4, zo haalt MO, en maakt OP ∞ r; in de Perpendiculaar op OM als men heeft $+ rr$; maar in de Omtrek van het halfrond op OM als men heeft $- rr$; en trekt uyt M door P een Rond.

5. Uyt C, C &c, de snyding van het Rond en de Parabole, haalt Lootlynen tot AB, stotende AB in B; zo is AB AB &c ∞ x.

De $+ x$*, of de waare Wortel, valt aan de rechter zyde van* A; *en de* $- x$*, of de valse Wortel, valt aan de linker zyde van* A.

Het blykt is p ∞ o, zo valt I in A.

x^3 ∞ $+ px - q$ x^4 ∞ $- pxx + qx - rr$

II. ALGEMEENE REGEL.

De tweede Term daar by zynde

dat is op x^3 ∞ $2nxx$ px q
en op x^4 ∞ $2nx^3$ pxx qx rr
n ∞ d'eenheit

1. Neemt in AB (of de lyn x) AE ∞ n; aan de rechter zyde van A als men heeft $+ 2n$, en aan de linker zyde als men heeft $- 2n$: ook EF ∞ $\frac{1}{2}p$; aan de rechter zyde van E als het gemultipliceerde der tekens van p en $2n$ is een $+$, maar aan de linker zyde als het is een $-$: nog FM ∞ $\frac{1}{2}q$; aan rechter zyde van F als men heeft $+ q$, en aan de linker zyde als men heeft $- q$.

2. Trekt

2. Trekt uyt H, het midden van AE, een Perpendiculaar door AB, en neemt daar in HI ∞ $\frac{1}{2}p$; opwaarts als men heeft $+p$, en neerwaarts als men heeft $-p$: ook IN altyd opwaarts ∞ $1\frac{1}{4}n$.

3. Haalt door N als Top, op NI als As, met n als Rechtezyde, een Parabole neerwaarts: ook door A een rechthoekige op AB, ſnydende de Parabole in O.

4. Heeft men x^3, zo trekt uyt M door O een Rond.

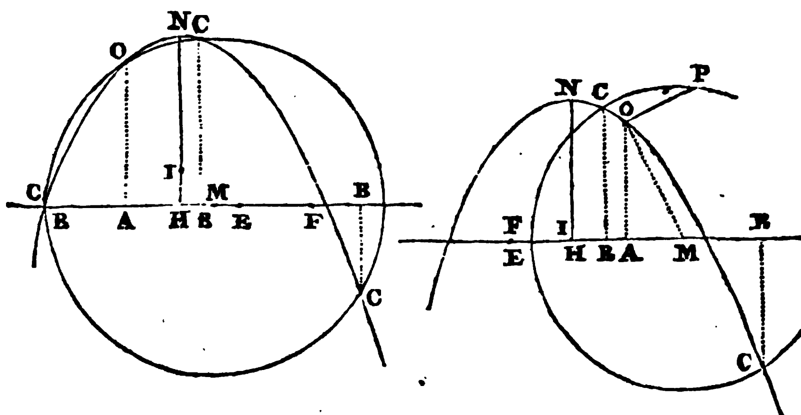
Heeft men x^4, zo haalt OM, en maakt OP ∞ r: in de Perpendiculaar op OM als men heeft $+rr$, maar in de Omtrek van het halfrond op OM als men heeft $-rr$: en trekt uyt M door P een Rond.

5. Uyt C, C &c, de ſnyding van het Rond en de Parabole, haalt Lootlynen tot AB, ſtotende AB in B; zo is AB AB &c ∞ x.

De $+x$, of de waare Wortel, valt aan de rechter zyde van A; *en de $-x$, of de valſe Wortel, valt aan de linker zyde van* A.

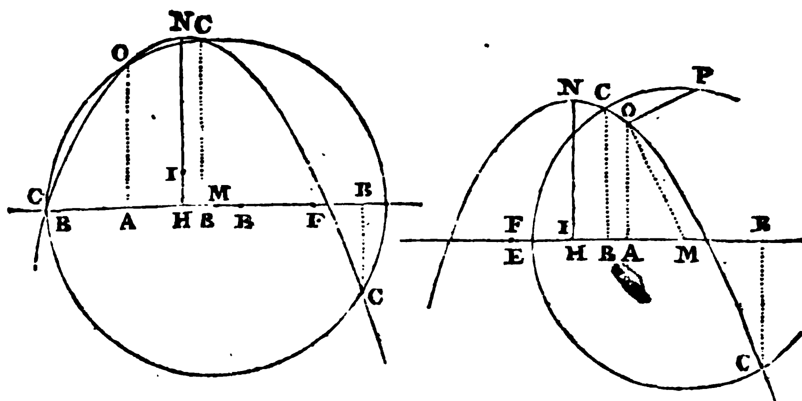
Het blykt, is p ∞ o, zo valt I in H, en F in E.

Is in de Æquatie van x^4, de q ∞ o, zo valt M in F: en is daar in p en q *beyde* ∞ o, zo valt I in H, en F en M beyde in E.



x^3 ∞ $+2nxx+px-q$ $\quad$ x^4 ∞ $-2nx^3+qx+rr$

Men kan deze Regelen gemakkelyk in zyn geheugenis indrukken: eenige weynige dingen heeft men ſlegs te onthouden.



AM is ∞ $\frac{1}{2}q$, of de helft van de *vierde* Term als de *tweede* Term ontbreekt:

maar ∞ n $\frac{1}{2}p$ $\frac{1}{2}q$, of de helft van de *tweede*, *derde* en *vierde* term als de tweede term daar by is: het teken van $\frac{1}{2}p$, of van de derde term zo latende als het gevonden werd indien de tweede term een + is; maar hen omkerende als die een — is.

AO is ∞ $\frac{1}{2}p + \frac{1}{2}$, of de helft van de *derde* term + de helft van de *eenheit* als de tweede term ontbreekt.

HN is ∞ $\frac{1}{2}p + 1\frac{1}{4}$, of de helft van de *derde* term + $1\frac{1}{4}$ maal de *eenheit* als de tweede term daar by is.

Het Rond moet gaan door O als men heeft x^3, en door P als men heeft x^4.

Dewyl de rest overal eveneens is, zo is dit niet lastig voor de Memory.

AANMERKING. Dewyl, volgens deze tweede Regel, de Rechtezyde van de Parabole is bepaalt, als wezende de helft van het bekende des tweeden Terms, dat hier gelyk n is, zo zal men genootzaakt wezen een nieuwe Parabole, of met een trek, of door punten te beschryven, wil men de Æquatie werkdadig oplossen, ten waare dat men in plaats van n, p, q en r te gebruyken, name een vierde evenredige tot n, p, q, r, waar van dat n de eerste, en d (de Rechtezyde van de gegeve Parabole) de tweede in order is: invoegen, wil men de van hoorn gemaakte Parabole tot de ontbinding gebruyken, wiens Rechtezyde wy d noemen, zo moet men de lengte van d nemen

nemen in plaats van n, $\frac{dp}{n}$ in plaats van p, $\frac{dq}{n}$ in plaats van q, en $\frac{dr}{n}$ in plaats van r: en, om als dan de lengte van de wortelen x te bekomen, zo moet men tot AB mede een vierde evenredige vinden, waar van d de eerste en n de tweede in order is, zulx dat $\frac{n}{d}$AB de lengte van de lyn x is.

En wil men weten waarom men op deze wyze moet handelen als men zodanigen Parabole wil gebruyken, zo stelt $dx \infty nz$, of $x \infty \frac{nz}{d}$, en stelt $\frac{nz}{d}$ overal in plaats van x in de gegeve Æquatie

$$x^4 \infty \quad 2nx^3 \quad npxx \quad nnqx \quad nnrr,$$

men heeft $\frac{n^4z^4}{d^4} \infty \quad \frac{2n^4z^3}{d^3} \quad \frac{n^3pzz}{dd} \quad \frac{n^3qz}{d} \quad nnrr$

$$n^4 \text{———————————} d^4$$

$$\text{of } z^4 \infty \quad 2dz^3 \quad \frac{ddp}{n}zz \quad \frac{d^3q}{n}z \quad \frac{d^4rr}{nn}$$

of korter, multiplicerende de gegeve Æquatie met een Geometrice Progressie, waar van de eerste Term is 1, de tweede $\frac{d}{n}$, om dat $z \infty \frac{d}{n}x$ is, en z gestelt in plaats van x: dus,

$$x^4 \infty \quad 2nx^3 \quad npxx \quad nnqx \quad nnrr$$

verm. met $1 \quad \frac{d}{n} \quad \frac{dd}{nn} \quad \frac{d^3}{n^3} \quad \frac{d^4}{n^4}$

komt $z^4 \infty \quad 2dz^3 \quad \frac{ddp}{n}zz \quad \frac{d^3q}{n}z \quad \frac{d^4rr}{nn}$, als boven. A.

of $z^4 \infty \quad 2dz^3 \quad \frac{dp}{n}zz \quad \frac{dq}{n}z \quad \frac{ddrr}{nn}$, $d \infty$ d'eenheit

zo heeft men $p \infty \frac{dp}{n}$, $q \infty \frac{dq}{n}$, $r \infty \frac{dr}{n}$.

en men heeft nu $2d$ in plaats van hier voren $2n$.

Waar uyt men ziet de waarheit van dat men d moet neemen in plaats van n; $\frac{dp}{n}$ voor p, $\frac{dq}{n}$ voor q, en $\frac{dr}{n}$ voor r.

En om dat men dan z zal vinden, de Regel gebruykende, dewyl men dan oplost de gevonde Æquatie A, en niet de gegevene Æquatie; en dewyl $x \infty \frac{nz}{d}$ is, zo ziet men waarom men $\frac{n}{d}$AB moet zoeken om de lengte van x te bekomen.

Indien men dan, volgens deze tweede Regel, neemt AE ∞d, EF en ook HI yder $\infty \frac{\frac{1}{2}dp}{n}$, FM $\infty \frac{\frac{1}{2}dq}{n}$, IN $\infty 1\frac{1}{4}d$, en OP $\infty \frac{dr}{n}$, en men haalt het Rond uyt M door O, en men legt de Parabole met zyn Top in N, en zodanig dat zyn

As leyt langs NH, en men haalt de Kromme, en men vind de punten B, B enz. zo is AB ∞ z: en dan gezogt een vierde evenredige tot d, n, en AB, men heeft de lyn x.

Maar dewyl dit een zaak is die veel voorvalt, zo laat ons liever de Inhoud van deze Regel zodanig veranderen, dat men daar uyt, op de gemakkelyste wyze, zodanigen uytkomst vind, als wy hier even hebben aangewezen is dat men vinden kan door de alree gestelde Regel.

III. ALGEMEENE REGEL.

De tweede Term daar by zynde.

Door een gegeve Parabole, wiens Rechtezyde is ∞ d.

dat is op x^3 ∞ $2nxx \quad px \quad q$

en op x^4 ∞ $2nx^3 \quad pxx \quad qx \quad rr$

n ∞ d'eenheit.

1. Neemt in AB (of de lyn x) AE ∞ n; aan de rechter zyde van A als men heeft $+2n$, en aan de linker zyde als men heeft $-2n$: ook EF ∞ $\frac{1}{2}p$; aan de rechter zyde van E als het gemultipliceerde der tekens van p en $2n$ een $+$ is, maar aan de linker zyde als het een $-$ is: nog FM ∞ $\frac{1}{2}q$; aan de rechter zyde van F als men heeft $+q$, en aan de linker zyde als men heeft $-q$. ook AR ∞ r.

2. Trekt door A een rechte bAb, en neemt daar in Ae ∞ d, aan die zyde van A daar E is, en haalt Ee, en daar aan evenwydig, tot aan $b\,b$, Ff, Mm, Rr: dan haalt uyt h, het midden van Ae, een rechthoekige door bAb; en neemt daar in hI ∞ ef; opwaarts als men heeft $+p$, en neerwaarts als men heeft $-p$: ook IN altyd opwaarts ∞ $1\frac{1}{4}d$.

3. Legt de gegeve Parabole met zyn Top op N, en zodanig dat zyn As leyt langs NI, en haalt de Kromme, snydende de rechte door A getrokken, evenwydig aan hI, in O.

4. Heeft men x^3, zo trekt uyt m door O een Rond.

Heeft men x^4, zo haalt Om, en maakt OP

∞ Ar;

∞Ar; in de Perpendiculaar op O m als men heeft $+rr$, maar in de Omtrek van het halfrond op O m als men heeft $-rr$: en trekt uyt m door P een Rond.

5. Uyt C, C &c: de ſnyding van het Rond en de Parabole, haalt Lootlynen tot bAb, hen ſtotende in b, b &c: dan uyt b, b &c. evenwydige aan E e, ontmoetende BAB in B, B &c: zo is AB, AB, &c $\infty\, x$.

De $+x$, of de waare Wortel, valt aan de rechter zyde van A; *en de $-x$, of de valſe Wortel, valt aan de linker zyde van* A.

Het blykt, is $p \infty 0$, zo valt I in b, en F in E.

Is, in de Æquatie van x^4, de $q \infty 0$, zo valt M in F; en is daar in p en q beyde $\infty\, 0$, zo valt I in b, en F en ook M beyde in E.

op $x^4 \infty +2nx^3 - pxx + qx + rr$

Dewyl ef is $\infty \frac{\frac{1}{2}dp}{n}$, $fm \infty \frac{\frac{1}{2}dq}{n}$, $Ar \infty \frac{dr}{n}$, en AB $\infty \frac{nz}{d}$, om dat $Ab \infty z$ is, zo ziet men dat deze Regel voortbrengt het geene wy hier even te voren hebben aangewezen dat ze moeſte uytleveren zouze wel zyn.

Nu zullen wy de vinding van deze Regelen aanwyzen.

Vinding van de tweede Regel, daar de tweede Term by is.

Wy beginnen van deze, waar door die van de eerſte dies te gemakkelyker zal vallen, om dat ze eenige dingen gemeen hebben.

Laat

Laat gegeven zyn een Æquatie $x^4 \infty \quad 2nx^3 \quad pxx \quad qx \quad rr$

of $-x^4 \; 8 \; 2nx^3 \; 8 \; pxx \; 8 \; qx \; 8 \; rr \infty 0$

verstaande by 8 en 8 zekere tekenen, zonder te bepalen of het een + dan of het een — is: zullende ons dienstig wezen, om te bekennen of de Tekens van de gegeve Æquatie omgekeert zyn of niet: Als 8 zig omkeert daar voorstellende 8, en voor 8 dan stellende 8: gedagtig zynde dat de multiplicatie van zodanigen Teken met een + het zelfde uytlevert, en met een — hem omkeert; en met zig zelfs, dat zulx geeft een +.

Laat, van de gegeve Æquatie, wezen de

$xx \infty + fy \; 8 \; gx$, dat een *Parabole* is: in 't Vierkant,

zo is $x^4 \infty + ffyy \; 8 \; 2fgxy + ggxx$

$$\left.\begin{array}{lll} \text{of} & -x^4 \infty & -ffyy \; 8 \; 2fgxy - ggxx \\ \text{ook is} & 8 \; 2nx^3 \infty & 8 \; 2fnxy + 2ngxx \\ & 8 \; pxx \infty & 8 \; pfy \; 8 \; 8 \; pgx \\ & 8 \; qx \infty & 8 \; qx \\ & 8 \; rr \infty & 8 \; rr \end{array}\right\} \infty 0$$

wy zeggen $\infty 0$, om dat de gegeve Æquatie, waar aan deze gelyk is, $\infty 0$ gestelt is.

Om een Rond, en geen Hyperbole, of ook geen Ellipsis te hebben, zo moeten de Termen, die met xy gemultipliceert zyn, verdwynen: en dewyl zulx geschiet met n in plaats van g te stellen, om dat haare Tekens alrede contrary gevonden werden, dat hier door geschiet, om dat wy by de gx zodanigen Teken gevoegt hebben als by de tweede Term was: daarom dan, deze twee Termen uytlatende, en een n stellende in plaats van een g, men heeft voor de gevonde Æquatie $0 \infty - ffyy \; 8 \; pfy + nnxx \; 8 \; 8 \; pnx \; 8 \; qx \; 8 \; rr$, en voor de aangenome $xx \infty + fy \; 8 \; nx$.

Of, uyt de gevonde de xx weg reducerende, door middel van de aangenome, men heeft

voor de gevonde $0 \infty - ffyy \; 8 \; pfy$

$$+ fnny \; 8 \; n^3x$$
$$8 \; 8 \; pnx$$
$$8 \; qx \; 8 \; rr.$$

Aanmerkende dat de gegeve Æquatie $x^4 \infty \quad 2nx^3 \quad pxx \quad qx \quad rr$, zo wel tot die gedaante kan gebragt werden met n, de helft van de tweede Term, voor de eenheit te nemen, als met eenige andere hoegrootheit daar voor te erkennen.

Laat

Laat ons dan stellen dat $n \infty$ d'eenheit is, en $f \infty n$; zo hebben wy

$$\begin{array}{llll} o \infty - yy & 8\, py & & \\ \quad + y & 8\, nx & & \\ \quad 8 & 8\, px & & \\ & 8\, qx & 8\, rr & \\ \text{en } o \infty - xx + y & 8\, nx & & \end{array}$$

——————————————— vergaart

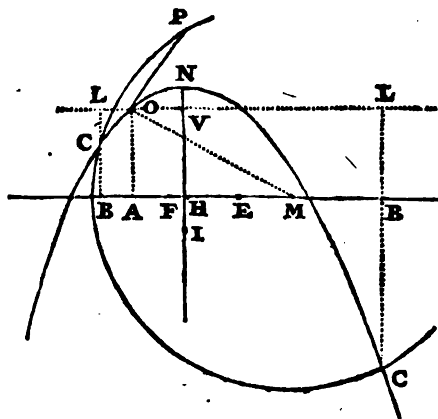
$$\begin{array}{llll} \text{komt } yy \infty - xx\ 8\, py & 8\, 2nx & & \\ \quad + 2y\ 8 & 8\ px & & \\ & 8\ qx & 8\, rr, & \text{een Æquatie} \end{array}$$

op een *Rond.* of $y \infty 8 \underbrace{\tfrac{1}{2}p + 1}_{v} \pm \sqrt{.}\, vv\ 8\, rr\ 8\, 2nx - xx.$

$$\begin{array}{ll} 8\ 8 & px \\ 8 & qx \end{array}$$

door de Æquatie op de Parabole heeft men $x \infty 8\, \tfrac{1}{2}n \pm \sqrt{.}\, \tfrac{1}{4}nn. + ny$: uyt deze twee Æquatien moet dan volgen de gestelde Regel.

Voor eerst blykt dat de gegeve quantiteyten n, p, q, rr, behouden hebben haare eygene Tekens, zonder datter een van hen is omgekeert: in het Surdische is de Term px, welke van het begin af het Teken 8 by zig behouden had, nog gemultipliceert met 8, het teken van de tweede Term.



$x^4 \infty + 2nx^3 - pxx + qx + rr$

Indien men in de Figuren, die deze Regel uytlevert, door O een lyn haalt evenwydig aan AB, snydende de verlengde CB in L, en de As in V, als hier neven, zo is OL zo wel ∞x als AB, en OV is ∞ AH $\infty \tfrac{1}{2}n$.

Uyt de Æquatie op de Parabole blykt dat OV moet zyn $\infty \tfrac{1}{2}n$, het rationale, zal V in de As wezen: mede, dat V aan die zyde van O moet af zyn als E daar van af is, om dat dit rationale een gelyke teken heeft met de tweede Term, gelyk wy hem in 't begin gegeven

geven hebben, en in geen van beyde verandering is geschiet: maar beyde is dit zodanig na uytwyzing van de Regel: AE is ∞ n, en aan die zyde van A als het Teken van de tweede Term mede brengt, en H is het midden van AE; dies is OV ∞ $\frac{1}{2}n$, en V is aan die zyde van O als E van A, dewyl OV AH en HV AO evenwydige lynen zyn.

Het Surdische ∞ o nemende, men heeft y ∞ $-\frac{1}{4}n$ voor VN, opwaarts om dat y of LC neerwaarts loopt. Het Vierkant van OV ∞ $\frac{1}{4}nn$ hier door deelende, men heeft n voor de Rechtezyde: maar de Regel neemt hem ook zo lang: zo voldoet dan de Regel de Æquatie op de Parabole: zo is dan OL, of AB ∞ x zynde, ook CL ∞ y in deze Æquatie, om dat C in zyn Omtrek is, en CL evenwydig aan zyn As loopt.

In de Æquatie op het Rond is het Rationale 8 $\frac{1}{2}p + n$: dit moet dan wezen ∞ LB, of HV, om dat het Middelpunt M in HB is, die evenwydig is aan OL, of aan x: maar de Regel doet zulx, om dat ze wil dat men HI, op of neerwaarts, in HV zal nemen ∞ $\frac{1}{2}p$, naar dat zyn Teken een + of een — is, en dan, dat men IN altyd opwaarts moet nemen ∞ $1\frac{1}{4}n$, waar door IV altyd opwaarts ∞ n is, en by gevolg HV, of BL gelyk aan het voornoemde Rationale.

Het Surdische van deze gevonde Æquatie op het Rond ∞ o stellende,

zo is xx ∞ 8 $2nx$ 8 8 px 8 $qx + vv$ 8 rr

of x ∞ $\underbrace{8\, n\, 8\, 8\, \tfrac{1}{2}p\, 8\, \tfrac{1}{2}q}_{s} \pm \sqrt{.\, ss + vv\ 8\ rr}$.

uyt het Rationale ziet men waarom dat AM zodanig moet genomen werden als de Regel aanwyst. n en $\frac{1}{2}q$ hebben haare eygene Tekens behouden; $\frac{1}{2}p$ heeft voor hem zyn eygen Teken

ken 8, en ook het Teken van de tweede Term 8, waar mede hy gemultipliceert is.

Om dat het Surdische, $\sqrt{.ss + vv \, 8 \, rr}$, de lengte is van de Straal, en het Vierkant van OM is $\infty \, ss + vv$, om dat AO $\infty \, v$, en AM $\infty \, s$ is, zo ziet men, OP $\infty \, r$ zynde, in de perpendiculaar op OM als rr een $+$ is, en in de Omtrek van het halfrond op OM als rr een — is, waarom dat MP, die de Regel vind voor de halve Middellyn van het Rond, zo groot is als dit Surdische hebben wil dat ze zal zyn: zo dan, de Regel voldoet de gevonde Æquatie op het Rond. OL, of AB dan x zynde, zo zal CL gelyk zyn aan de y van de Æquatie op het Rond, om dat C in zyn Omtrek is.

Nu: C een punt van beyde de Kromme zynde, zo is dan ook CL gelyk de y van beyde de Æquatien; en by gevolg is ook OL, of AB gelyk aan de x van beyde de vergelykingen: maar deze x is de x van de gegeve Æquatie: zo voldoet dan de Regel het begeerde, 't geen enz.

Vinding van de eerste Regel daar in de tweede Term ontbreekt.

Dit is de Regel van *Cartesius*, alleenlyk is ze een weynig anders geschikt.

Laat ons in aanmerking nemen de eerst gevonde Æquatie in de vinding van de tweede Regel, te weten

$$\left.\begin{array}{rlr} -x^4 & \infty\ -ffyy & 8\ 2fgxy - ggxx \\ 8\ 2nx^3 & \infty & 8\ 2fnxy + 2ngxx \\ 8\ pxx & \infty & 8\ \ pfy\ 8\ 8\ pgx \\ 8\ \ qx & \infty & 8\ \ qx \\ 8\ \ rr & \infty & 8\ \ rr \end{array}\right\} \infty\ 0$$

en ook $xx \infty + fy \, 8 \, gx$, de Æquatie op de Parabole.

Dewyl de tweede Term ontbreekt, zo is nu de $n \infty 0$, en daarom verdwynen, in deze gevonde Æquatie, alle de Termen waar in dat n is, $8 \, 2fnxy$ en $+ 2ngxx$; en om dat wy dan nog een Term behouden waar in xy is, welke een Hyperbole of een Ellipsis geeft, zo diende $8 \, 2fgxy$ mede wel tot niet te lopen; en om dat zulx gebeurt als $g \infty 0$ genomen werd, zo laat ons dit doen, en uyt deze Æquatien nog weg nemen alle de Termen waar in de g komt: en alzo behouden wy van de Æquatie op de Parabole $xx \infty + fy$, en van de andere

$$-x^4 \propto -ffyy$$
$$8\,pxx \propto \quad 8\,pfy$$
$$8\,qx \propto \quad 8\,qx$$
$$8\,rr \propto \quad 8\,rr$$

———————————————— vergaart

komt $o \propto -ffyy\,8\,pfy\,8\,qx\,8\,rr$

maar nu is de eenheit, die anders gelyk n was, onbepaalt, en daarom mag men hem nemen na believen, om daar door een Æquatie te brengen tot die gedaante waar in wy hem voordragen, dat is in deze de bovenstaande $-x^4\,8\,pxx\,8\,qx\,8\,rr$.

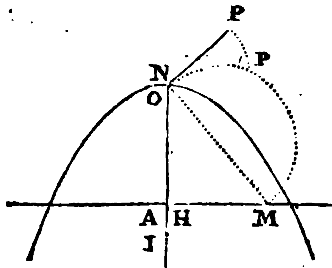
Stellende dan f, de Rechtezyde van de Parabole, mede gelyk de eenheit, zo hebben wy

$-yy\,8\,py\,8\,qx\,8\,ar \propto o$, en die op de
Parabole is $-xx+y \propto o$

————————————————

verg. komt $yy \propto 8\,py+y\,8\,rr\,8\,qx-xx$, een *Rond*.
of $y \propto \underbrace{8\,\tfrac{1}{2}p+\tfrac{1}{2}}_{v} \pm \sqrt{.\,vv\,8\,rr\,8\,qx-xx}$.

en $x \propto \sqrt{y}$ op de Parabole.



Deze vergelykingen toepassende op de laast voorgaande figuur, zo ziet men uyt de Æquatie op de Parabole dat OV nu is $\propto o$, of dat AO nu de As moet wezen, behoudens dat zyn Rechtezyde wederom is de eenheit, dewyl by $\sqrt{y}$ niet anders als de eenheit kan gevoegt werden.

Uyt het Rationale op het Rond, $8\,\tfrac{1}{2}p+\tfrac{1}{2}$, ziet men dat nu AI moet genomen werden als HI aldaar, met de zelfde bepaling, als zynde nu mede $\propto 8\,\tfrac{1}{2}p$; en dan IO opwaarts $\propto$ de $\tfrac{1}{2}$ van de eenheit.

Het Surdische op het Rond $\propto o$ stellende, zo vind men
$$x \propto 8\,\tfrac{1}{2}q \pm \sqrt{.\,\tfrac{1}{4}qq+vv\,8\,rr}.$$

Uyt dit Rationale ziet men dat nu AM niet langer moet genomen werden als $\tfrac{1}{2}q$, en uyt het Surdische, dewyl het Vierkant van MO is $\propto \tfrac{1}{4}qq+vv$, dat men OP heeft te nemen als de Regel aanwyst, om MP, de straal van het Rond, gelyk aan deze $\sqrt{.\,\tfrac{1}{4}qq+vv\,8\,rr}$ te vinden.

Wy

Wy zullen hier van niet meer zeggen, om dat het overige aangewezen is in de vinding van de tweede Regel.

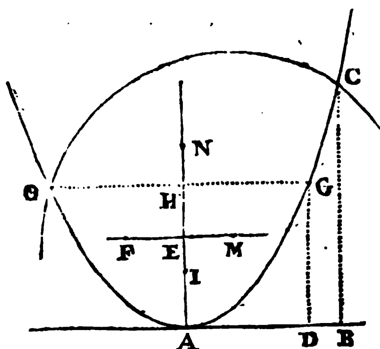
Dewyl het somtyts veel beter Constructie geeft, in een Questie, als men de eenheit mag nemen na zyn wel gevallen, en niet juyst de helft van de tweede term, zo zullen wy hier byvoegen de Regel van Fr. van Schoten, om dat daar in de eenheit onbepaalt gelaten werd: dog wy zullen hem mede op vorige wyze herschikken.

Andere schikking in de Regel van Fr. van Schoten, diende tot de oplossing van een Æquatie van drie Dimensien de tweede Term by zig hebbende, dat is op

$$x^{3} \infty \quad nxx \quad px \quad q$$

de eenheit nemende na believen.

REGEL.



$x^{3} \infty + nxx - px + q$

1. Trekt uyt A een rechthoekige op AB, als AH, opwaarts; en beschryft een Parabole door A als Top, op AH als As, met de eenheit als Rechte-zyde, opwaarts.

2. Neemt in AB, (of de lyn x) AD $\infty\, n$, na de rechter zyde van A als men heeft $+n$, en na de linker zyde als men heeft $-n$; en trekt uyt D een evenwydige aan de As, stotende de Parabole in G: dan uyt G een gelykwydige aan AB, snydende de As in H, en ontmoetende de Parabole in O.

3. Neemt in de As HI $\infty\, p$, opwaarts als men heeft $+p$, en neerwaarts als men heeft $-p$: ook IN altyt opwaarts op de eenheit.

4. Trekt door E, het midden van AN, een evenwydige aan AB, en neemt daar in EF $\infty\, \frac{1}{2}np$; aan de

de rechter zyde van E als het gemultipliceerde der tekens van n en van p een + is, maar aan de linker zyde als het een — is: dan FM $\infty \frac{1}{2}q$; aan de rechter zyde van F als men heeft $\mp q$, en aan de linker zyde als men heeft $-q$: dan uyt M door O een Rond.

5. Uyt C, C &c, de snyding van het Rond en de Parabole, trekt Lootlynen tot AB, stotende AB in B: zo is AB ∞x.

De $+x$, of de waare Wortel, valt aan de rechter zyde van A, *en de $-x$, of de valse Wortel, valt aan de linker zyde van* A.

Uyt het geene hier voren gezegt is op de eerste Regel, zo blykt dat men tot de Ontbinding van deze mede altyd een zelfde Parabole kan gebruyken; en by gevolg kan men alle de Æquatien van drie Dimensien, schoon 'er de tweede Term by is, door een zelfde Parabole ontbinden.

Vinding van deze Regel.

Laat gegeven zyn een Æquatie $x^3 \infty \quad nxx \quad px \quad q$,

$$\text{of } -x^3 \quad nxx \quad px \quad q \infty 0$$

$$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad} \; x$$

$$\text{of } -x^4 \quad nx^3 \quad pxx \quad qx \infty 0$$

onderstelle dat hier van de xx is ∞fy, een *Parabole*.

$$\text{zo is } -x^4 \infty -ffyy$$

$$nx^3 \infty \qquad nfxy$$

$$pxx \infty \qquad pfy$$

$$qx \infty \qquad qx$$

Dewyl wy hebben $nfxy$, dat een Hyperbole geeft, en wy een Rond moeten hebben; en om dat wy geen twee zodanige Termen hebben, en men ze ook niet kan doen verdwynen met $f \infty n$ te nemen: $f \infty 0$ te stellen mag niet wezen. Laat ons dan een van de Wortelen ∞n poseren, dewyl de gegeve Æquatie maar van drie Dimensien is: dit doende zo hebben

hebben wy *nnfy* in plaats van *nfxy*, en by gevolg zo verdwynt de Hyperbole.

de gegeve Æquatie $-x^3 \; 8\, nxx \; 8\, px \; 8\, q \infty 0$
gemultipliceert met $+x \; 8\, n \qquad \infty 0$

$$\text{komt } -x^4 \; \text{A} \; 8\, nx^3 \; 8\, pxx \; 8\, qx$$
$$\text{B} \; 8\, nx^3 + nnxx \; 8\, 8\, npx \; 8\, 8\, qn \infty 0$$

De Termen A en B diende te verdwynen, of van ongelyke Tekens te wezen, om dat van Schoten zyn *x* laat vallen op de As van de Parabole. Zal dit geschieden zo moeten *nxx* en *n* van gelyke Tekens wezen, gelyk wy haar ook zodanig gestelt hebben, waar door *nnxx* een $+$ werd. A en B dan uytlatende,

$$\text{men heeft } -x^4 \; 8\, pxx \; 8\, qx$$
$$+nnxx \; 8\, 8\, npx \; 8\, 8\, qn \infty 0$$

Dit gereduceert door de Æquatie op de Parabole,

$$\left.\begin{array}{lll} \text{komt } -x^4 & \infty & -ffyy \\ 8\, pxx & \infty & 8\, pfy \\ +nnxx & \infty & +nnfy \\ 8\, qx & \infty & 8\, qx \\ 8\, 8\, npx & \infty & 8\, 8\, npx \\ 8\, 8\, qn & \infty & 8\, 8\, qn \end{array}\right\} \infty 0$$

of, nemende de Rechtezyde $f \infty$ de eenheit,

$$\text{zo heeft men } -yy \; 8\, py \; 8\, qx$$
$$+nny \; 8\, 8\, npx \; 8\, 8\, qn \infty 0, \text{ een Parabole}$$
$$\text{hier by } -xx+y \qquad \infty 0, \text{ de aang. Par.}$$

komt $yy \infty +nny \; 8\, py + y \; 8\, qx \; 8\, 8\, npx \; 8\, 8\, qn - xx$, een *Rond.*

of $y \infty \underbrace{\frac{+nn\, 8\, p+1}{2}}_{v} \pm \sqrt{.\, vv \; 8\, 8\, qn \; 8\, 8\, npx \; 8\, qx - xx}$.

Uyt het Rationale blykt de vinding van het punt E, om dat AH ∞ *nn* is, en *p* niet omgekeert is. Het Surdische $\infty 0$ nemende

$$\text{zo is } xx \infty 8\, 8\, npx \; 8\, qx + vv \; 8\, 8\, qn$$
$$\text{of } x \infty 8\, 8\, \tfrac{1}{2}np \; 8\, \tfrac{1}{2}q \pm \sqrt{.}\ \text{enz.}$$

Uyt dit Rationale blykt de vinding van het punt M: uyt 8 8, voor *np* staande, volgt dat daar voor zodanigen Teken moet staan als voortkomt uyt de multiplicatie van het Teken dat voor *p* staat met het Teken van de tweede Term: $\frac{1}{2}q$ heeft zyn eygen Teken behouden.

Het

Het Surdische, dienstig zynde om de halve Middellyn van het Rond te bepalen, werd niet gebruykt, om dat het Rond nu alrede kan getrokken werden, dewyl M zyn middelpunt is, en O een punt is waar door het lopen moet, om dat *n* gelyk AD, gelyk GH, gelyk HO een van zyne Wortelen is.

Dat wy het punt O aan de overzyde van G nemen, geschiet daarom om dat het Teken van de tweede Term, waar na AD genomen is aan de rechter of linker zyde van A, altyd contrary is aan het Teken van de aangenome Wortel *n*, om dat wy haar gelyk genomen hebben, en by de Wortel *n* een + *x* staat, waar door de *n*, aan de andere zyde overbrengende, zyn Teken omkeert: hier voren heeft men + *x* 8 *n* ∞ o, overbrengende, komt *x* ∞ 8 *n*. Is dan de tweede Term een +, zo is deze een —, of een valse Wortel, of moet vallen aan de linker zyde, daar het Teken van de tweede Term hem dan voegt aan de rechter zyde, gelyk te zien is in de voorgaande figuur: is de tweede Term een —, waar door AD genomen werd aan de linker zyde van A, zo is deze + *n*, of is een waare Wortel, of moet vallen aan de rechter zyde van de As, dat ook de Regel uytwerkt met O aan de overzyde van G te nemen.

De Æquatie op de Parabole, *xx* ∞ *y*, werd voldaan met de eenheit voor de Rechtezyde te nemen, en met de As door A te laten lopen, het begin van *x*.

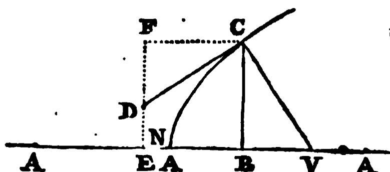
II. DEEL.

Ontbinding van eenige bepaalde Meetkunstige Werkstukken door middel van de Plaatzen.

DIt Deel zal het voornaamste behelsen van dit Boek: het voorgaande is een voorbereyding hier toe geweest. Wy zullen gemeenlyk twee onbekende quantiteyten *x* en *y* nemen, met die bepaling als in de Plaatzen; *x* beginnende van een vaste punt, lopende in een gegeve lyn, en *y* daar aan verknogt in een gegeve, of in een bepaalde hoek: en wy zullen, twee Æquatien gevonden hebbende, waar van in yder de *x* en ook de *y* is, zoeken de Plaats van elke Æquatie, op de wyze als in het eerste Deel van het tweede Boek geleert is; en dan zal de zamenvoeging van deze twee, door haare snyding, aanwyzen het punt, of de Punten van het onbepaalde eynde van *y*; waar door niet alleen de *y* en ook de *x* gevonden zyn, maar ook veeltyds de Questie volkomen ontbonden is. Ik zegge van beyde de Æquatien indien geen van beyde gegeven is; maar die van de eene bekent zynde, zo behoeft men alleenlyk die van de andere te vinden.

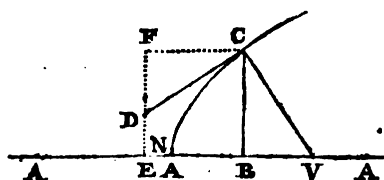
Deze Methode zal somtyts geven een zeer beknopte Constructie, en meest dan wanneer de Plaats van de eene Æquatie gegeven is: evenwel niet altyd, om dat daar door gemaakt werd dat alle het bepaalde van het Werkstuk betrekkelyk moet vallen op de twee onbekende *x* en *y*, die genomen zyn op een bepaalde wyze, gelyk boven gezegt is, het welk veroorzaakt dat somtyds de Termen veel werden, en de Dimensien hoog klimmen.

I. WERKSTUK.



Gegeven zynde een Kegelsnede NC, *en een Punt* D *buyten de Kromme*, *en ook buyten zyn As: uyt* D *een rechte* DC *te trekken die de Kromme raakt in* C.

 Laat



de R. zyde $\infty\, r$
de Dwarse $\infty\, q$
DE $\infty\, a$
AE $\infty\, b$
AB $\infty\, x$
BC $\infty\, y$

Laat NV de As, N de Top, en A het Centrum wezen in de Ellipsis en in de Hyperbole; maar ook de Top in de Parabole.

Aanmerkt CV voor een die de Kromme rechthoekig stoot, of zodanig staat op de rakende DC; CB en DE voor Lootlynen op de As, en CF voor een zodanige op de verlengde van ED.

Dewyl de Driehoeken CFD en CBV gelykhoekig zyn, daarom

	FC	DF BC		
Parabole	$b+x$			$\frac{yy-ay}{b+x}$, op de Parabole,
Ellipsis	$b-x$	$y-a / y$?	komt BV ∞	$\frac{yy-ay}{b-x}$, op de Ellipsis,
Hyperbole	$x-b$			$\frac{yy-ay}{x-b}$, op de Hyperbole.

Om dat BV ook is $\infty\, \frac{1}{2}r$ in de Parabole, en $\infty\, \frac{rx}{q}$ in de twee andere (want zo NB in deze twee $\infty\, x$ was, zo zou, na de derde Regel der Raaklynen BV wezen $\infty\, \frac{\frac{1}{2}q \mp x,\, r}{q}$, en om dat als dan AB is $\infty\, \frac{1}{2}q \mp x$, en wy die nu $\infty\, x$ genomen hebben, zo heeft men nu BV $\infty\, \frac{rx}{q}$) zo vind men

$yy \infty ay + \frac{1}{2}br + \frac{1}{2}rx$ op de Parabole, een *Parabole*.
$qyy \infty aqy + brx - rxx$ op de Ellipsis, een *Ellipsis*.
$qyy \infty aqy - brx + rxx$ op de Hyperbole, een *Hyperbole*.

aanwyzende dat het punt C kan gevonden werden door de snyding van de gegeve Kromme en een andere van de zelfde benaming. Maar uyt de natuur van de Kromme is ook

$yy \infty rr$ ——— op de Parabole.
$qyy \infty + \frac{1}{4}rqq - rxx$ op de Ellipsis.
$qyy \infty - \frac{1}{4}rqq + rxx$ op de Hyperbole.

vergelykende dan rx met $ay + \frac{1}{2}br + \frac{1}{2}rx$, en zo voort, en gereduceert; men vind

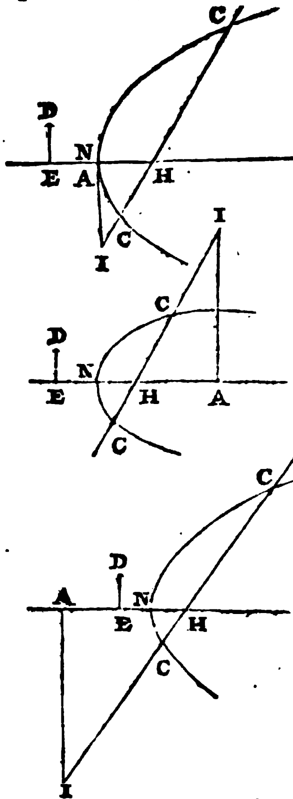
$y \infty$ —

$$y \infty - \frac{\frac{1}{2}br}{a} + \frac{\frac{1}{2}rx}{a}, \text{ op de Parabole,}$$

$$y \infty + \frac{\frac{1}{4}rq}{a} - \frac{brx}{aq}, \text{ op de Ellipsis,}$$

$$y \infty - \frac{\frac{1}{4}rq}{a} + \frac{brx}{aq}, \text{ op de Hyperbole.}$$

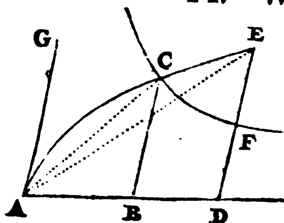
aanwyzende dat het punt C mede zal konnen gevonden werden door de ſnyding van de *gegeve Kromme en een Rechtelyn*, op deze wyze.



Conſtructie. Trekt AI evenwydig aan DE. In de *Parabole*: makende AI neerwaarts zo lang als $\frac{\frac{1}{2}br}{a}$, en AH, in de As, ter rechter zyde van A, $\infty\, b$, of ∞ AE. In de *Ellipſis*: nemende AI opwaarts $\infty \frac{\frac{1}{4}rq}{a}$, en AH, in de As, ter linker zyde van A, $\infty \frac{\frac{1}{4}qq}{b}$. In de *Hyperbole*: nemende AI neerwaarts $\infty \frac{\frac{1}{4}rq}{a}$, en AH, in de As, ter rechter zyde van A, $\infty \frac{\frac{1}{4}qq}{b}$. Dan getrokken door I en door H een onbepaalde rechte, ſnydende de gegeve Kromme in C, C, en getogen DC DC: die raken de gegeve Kromme in C, C.

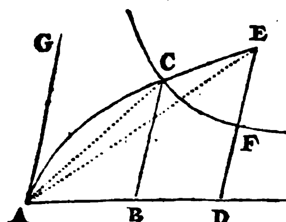
Men ziet, is $a \infty o$, of is D in E, dat is in de As, zo is AI oneyndig lang, of IH is evenwydig aan AI: dies heeft men dan maar door H te halen een rechthoekige door de As: die zal de Kromme ſnyden in de raakpunten C, C.

II. WERKSTUK.



Gegeven zynde de Parabole ADECA, *hoedanig ook van natuur; waar van* AD *de Middellyn*, A *de Top*, *en* DE *een Applicata is*: BC *evenwydig*

 aan



$AD \infty a$
$DE \infty b$
$AB \infty x$
$BC \infty y$

aan DE *te trekken, die de Parabole* ADECA *in tweên gelyk deelt.*

Dewyl de Driehocken AED en ACB evenredig zyn met de Parabolen waar in ze beſchreven zyn, zo volgt dat de Driehoek ACB half zo groot zal moeten wezen als de Driehoek AED; en om dat deze in B en in D een hoek gelyk hebben, daarom zynze tot elkander als het vermenigvuldigde van de zyden om deze hoeken, dat is als xy tot ab.

Zo moet dan wezen $xy \infty \frac{1}{2}ab$, dat *een Hyperbole is op zyn Aſymptoti.* $x \infty a$ zynde, zo is $y \infty \frac{1}{2}b$, daarom,

Conſtructie. Hebbende AG getogen evenwydig aan DE, en gehaalt een Hyperbole die door het midden van DE gaat, waar van AD en AG de Aſymptoti zyn, ſnydende de Parabole in C, en gehaalt CB gelykwydig aan DE: zo deelt deze de gegeve Parabole in tweên gelyk, van wat ſoort of geſlagt de gegeve ook mag wezen, om dat wy zyn natuur niet aangemerkt hebben.

Indien de natuur van de Parabole gegeven is, zo kan men nog andere Conſtructien vinden: by voorbeelt, zo het een gemeene is, zo is $yy \infty \frac{bbx}{a}$; indien men dit vergaart of aftrekt by of van $2xy \infty ab$, men vind een Æquatie op *een Hyperbole en zyn Middellyn.* Maar laat ons liever een Rond vinden, AD de As zynde. Om dat in de Æquatie op de gegeve Parabole de y dubbelt en de x enkelt is, zo laat ons van $2xy \infty ab$, en $yy \infty \frac{bbx}{a}$, de x weg reduceren, komt $y^3 \infty \frac{1}{2}b^3$; met y vermenigvuldigt, komt $y^4 \infty \frac{1}{2}b^3y$: maar y^4 is ook $\infty \frac{b^4xx}{aa}$, zo is dan $\frac{b^4xx}{aa} \infty \frac{1}{2}b^3y$,

of $xx \infty \frac{\frac{1}{2}aa}{b}y$, een Parabole,

hier by $yy \infty \frac{bb}{a}x$, de gegeve Parabole,

komt $xx + yy \infty \frac{bb}{a}x + \frac{\frac{1}{2}aa}{b}y$

of $x \infty \frac{\frac{1}{2}bb}{a} \pm \sqrt{.\frac{\frac{1}{4}b^4}{aa} + \frac{\frac{1}{2}aa}{b}y - yy}$, een *Rond.*

het Surd. ∞ o zynde, zo is $y \infty \frac{\frac{1}{4}aa}{b} \pm \sqrt{.\frac{\frac{1}{16}a^4}{bb} + \frac{\frac{1}{4}b^4}{aa}}$.

Con-

Constructie. Hebbende gezogt F en H, het midden van DE en DA, en gehaalt HF HE: dan getrokken FG rechthoekig op HF, en HL zodanig op EH. Voorts, genomen in de As, AK gelyk DG, en KM gelyk DL, opwaarts en evenwydig aan DE: dan uyt M door A gehaalt een kring, snydende de gegeve Parabole in C: dan getrokken CB evenwydig aan ED: zo deelt CB enz.

III. WERKSTUK.

Wilmen dat CB *evenwydig aan de Middellyn zal wezen, wanneer de gegeve Parabole een gemeene is.*

Zo vinden wy, nemende A$b \,\infty\, x$, en Cb, evenwydig aan ED, $\infty\, y$

$$\tfrac{2}{3}xy + ay - xy \,\infty\, \tfrac{2}{3}ab,$$

(om dat de Parabole ACb is $\frac{2}{3}xy$ tegens dat de Raam CD is $ay - xy$, en tegens dat de Parabole ADE is $\frac{2}{3}ab$)

of $xy - 3ay + ab \,\infty\, 0$, een *Hyperbole op de Asymptoti.* gedeelt door $-y$, komt $-x + 3a$. $x \,\infty\, a$ zynde; zo is $y \,\infty\, \frac{1}{2}b$.

Constructie. Genomen Aa, na D toe, zo lang als 3 maal AD, en ag evenwydig aan DE getogen, en gehaalt een Hyperbole die door het midden van ED gaat, waar af dat Aa en ag de Naderende zyn: deze de gegeve Kromme in C snydende, zo trekt CB gelykwydig aan AD: deze deelt enz.

Maar is AD de As, zo kan men wederom een Rond vinden, welke het punt C zal aanwyzen.

Door $xy - 3ay + ab \,\infty\, 0$, en $ayy \,\infty\, bbx$, de x weggenomen, komt $y^3 \,\infty\, 3bby - b^3$, of $y^4 \,\infty\, 3bbyy - b^3y$. Door $ayy \,\infty\, bbx$ de y^4 en ook de yy weggenomen, en gereduceert,

komt $xx \infty 3ax - \frac{aa}{b}y$, een Parabole,

hier by $yy \infty \frac{bb}{a}x$, de gegeve Parabole, en gereduceert,

komt $x \infty \underbrace{1\frac{1}{2}a + \frac{\frac{1}{2}bb}{a}}_{v} \pm \sqrt{.\,vv - \frac{aa}{b}y - yy}$, een *Rond*,

het Surd. ∞ o zynde, zo is $y \infty -\frac{\frac{1}{2}aa}{b} \pm \sqrt{.\,\frac{\frac{1}{4}a^4}{bb} + vv}$. daarom,

Constructie. Door H en F, het midden van AD en DE, getrokken HF, en daar op rechthoekig FG HL: dan genomen GK gelyk DH, en getogen KM evenwydig aan ED, ontmoetende LM, gelykwydig aan AD, in M. Dan uyt M als Middelpunt een Kring getrokken die door A gaat: deze snyt de Parabole in 't voornoemde Punt C.

IV. WERKSTUK.

Gegeven zynde een Quadrant AEF, *en het punt* D *in een van zyne zyden: door* D *een rechte* DGC *te trekken, slotende de Omtrek of zyn verlengde in* C, *en ontmoetende de verlengde van de andere zyde, of die andere zyde zelfs*

de Straal ∞a
AD ∞b
AB ∞x
AG, of BC ∞y

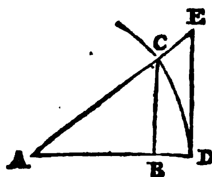
zelfs in G, *zodanig dat* AG *zo lang is als* CB; *die rechthoekig op* AF *staat.*

Men vind $yy \infty by + bx$, of $y \infty \frac{1}{2}b \pm \sqrt{.\frac{1}{4}bb + bx}$, een *Parabole*, wiens Rechtezyde is ∞ AD. Zyn As loopt door I, het midden van AD, evenwydig aan AF: wiens Top N is ter linker zyde van AD. De Kromme loopt door A en D, en I is zyn Brandpunt.

Dewyl a, de Straal van het Quadrant, niet gebruykt is, zo wyst dit aan, dat deze zelfde Parabole mede zal konnen dienen om de punten C te vinden in alle Quadranten, en in haare verlengde Omtrek, hoe groot of kleen ook van Straal, indien A slegs haar aller middelpunt is, en dat D in AE valt: maar D in de verlengde AE aan E zynde, zo moet IN, die nu ter linker zyde genomen is, ter rechter zyde genomen werden. De geheele Parabole is de Plaats van het punt C. Halende uyt eenig punt van hen een rechthoekige op AB, en uyt dat zelfde punt een ander door D, ontmoetende de verlengde AB in G: zo zal AG zo lang wezen als AB.

Maar gebruykt men de hoegrootheit van het gegeve Quadrant, zo heeft men nog $yy \infty aa - xx$: dit leste gestelt in plaats van yy, in de eerst gevonde Æquatie, men vind $xx \infty - bx + aa - by$, of $x \infty - \frac{1}{2}b \pm \sqrt{.\frac{1}{4}bb + aa - by}$, mede een Parabole, ja de zelfde, om dat zyn Rechtezyde mede ∞b is. Het Surdische ∞ o nemende, zo is $+ y \infty \frac{1}{4}b + \frac{aa}{b}$: daarom,

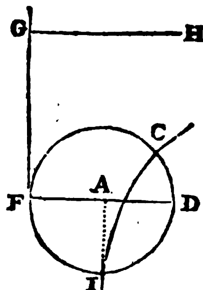
Constructie. Verlengt de Omtrek, en ook FA, tot dat ze elkander snyden in H. Dan haalt FDK tot aan de Omtrek, en trekt HKL tot de verlengde AE. Dan LM gelyk $\frac{1}{2}$ AD, evenwydig FA, na de linker zyde, en MO daar op rechthoekig $\infty \frac{1}{2}$ LM. Dan gemaakt een Parabole wiens Top is O, wiens As is OM, en welkers Rechtezyde zo lang is als AD: zo zal deze de Omtrek van het Quadrant, en van zyn verlengde, snyden in de zelfde punten daar de eerste Parabole hem in snyd. Is D in de verlengde van AE aan E, zo moet LM ter rechter zyde van AL vallen.



Gegeven zynde een Rond wiens middelpunt is* A : *van hem een Boog* DC *af te snyden, wiens Sinus Tangens en Secans te zamen genomen zo lang zyn als een gegeve lyn b.

AD, of AC $\propto a$
AB $\propto x$
de Sinus CB $\propto y$

Om dat de Tangens is $\propto \frac{ay}{x}$, en de Secans $\propto \frac{aa}{x}$, zo heeft men $y + \frac{ay}{x} + \frac{aa}{x} \propto b$, of $xy + ay + aa - bx \propto 0$, *een Hyp. op de As.* gedeelt door $-y + b$, komt $-x - a$. $x \propto 0$ zynde, zo is $-y \propto a$.

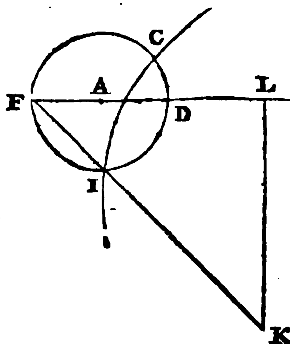


Constructie. Hebbende DA verlengt tot de Omtrek in F, zo haalt FG rechthoekig op FD, en neemt daar in FG, opwaarts, gelyk de gegeve lyn b: dan GH evenwydig aan FD: dan met FG en GH als Asymptoti beschreven een Hyperbole die door I gaat, (DI gelyk FI zynde) zo zal deze het gegeve Rond snyden in het begeerde punt C: of DC is de Boog wiens Sinus Tangens en Secans te zamen zo lang zyn als de gegeve lyn b.

Anders. Multipliceert men de gevonde Æquatie $xy + ay + aa - bx \propto 0$ met 2, en vergaart men de uytkomst by $xx + yy - aa \propto 0$, de vergelyking op het Rond, men heeft $xx + yy + 2xy + 2ay - 2bx + aa \propto 0$,

of $y \propto -a - x \pm \sqrt{.\,2ax + 2bx}$, een *Parabole.*

Wiens Rechtezyde is $a + b, \sqrt{2}$. Het Surdische $\propto 0$ zynde, zo is $x \propto 0$; en $x \propto 0$ wezende, zo is $-y \propto a$: daarom,

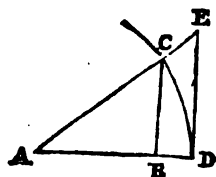


Constructie. AD verlengt hebbende tot aan de Omtrek in F, en genomen ADL zo lang als b, en daar op gestelt LK rechthoekig en neerwaarts, zo lang als LF, en gehaalt hebbende FK, snydende het Rond in I, zo beschryft een Parabole door I als Top, op IK als Middellyn, met FK als Rechtezyde, en FKL als beweeglyke hoek

hoek: die snyt het gegeve Rond mede in het begeerde punt C.

Had men de gevonde Æquatie niet gemultipliceert, men zou een Ellipsis gevonden hebben, en met meer als 2, een Hyperbole op de Middellyn.

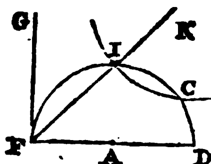
VI. Werkstuk.



AD, of AC ∞ *a*
AB ∞ *x*
BC ∞ *y*

Wil men een Boog DC *hebben wiens Sinus en Tangens te zamen genomen zo lang is als de Secans;*

om dat men heeft $xy + ay - aa \infty 0$



Zo vind men deze Boog, DI gelyk FI zynde, en GFD recht, beschryvende een Hyperbole die door I gaat, en waar van dat FG en FD de Asymptoti zyn. Of een Parabole, waar van I de Top is, IK de Middellyn, FI de Rechtezyde, en IFG de beweeglyke hoek.

Deze Parabole bekomt men, aftrekkende $xx + yy - aa \infty 0$, van de gevonde Æquatie met 2 gemultipliceert.

Is men begerig op deze nog andere Constructien te vinden, door de manier in het voorgaande Deel gebruykt, zo zoekt eerst door $xy + ay \infty aa$ en $xx + yy \infty aa$, een Æquatie waar in alleenlyk x is,

men vind $-x^4 - 2ax^3 + 2a^3x \infty 0$.

aannemende $xx + ax \infty ay$, dat een Parabole is, waar van de y een andere lyn is als de y hier boven,

zo heeft men $+x^4 + 2ax^3 + aaxx \infty aayy$

hier by $-x^4 - 2ax^3 + 2a^3x \infty 0$

komt $aaxx + 2a^3x \infty aayy$

of $xx + 2ax \infty yy$, een *gelykzydige Hyp.*

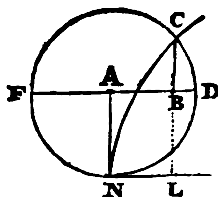
In deze voor xx gestelt $ay - ax$, de aangenome Parabole,

men heeft $ay + ax \infty yy$, een andere *Parabole*.

hier by $-xx + ay - ax \infty 0$, de aangenomene Parabole,

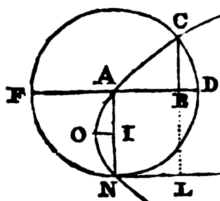
komt $-xx + 2ay \infty yy$, een *Rond*.

of $y \infty + a \pm \sqrt{.\,aa - xx}$.

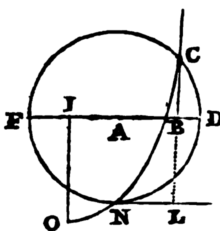


Om dat in het gegeve Rond AB is ∞x, en AC ∞a, zo blykt dat het Surdische is ∞ CB, of dat het gegeve Rond deze Æquatie $-xx+2ay \infty yy$ voldoet, mits dat NL, (evenwydig aan AD, en zodanig dat ook AN evenwydig is aan BC) is de lyn van x, want dan is CL $\infty a+\sqrt{.aa-xx}$, of ∞ de aangenome y, welke in deze gevondene Kromme voor y genomen is.

Willende dan de Ontbinding doen door het gegeve Rond en de gelykzydige Hyperbole, zo heeft men slegs uyt N als Top, op NL als As, met FD als Rechtezyde, zodanigen Hyperbole te beschryven: die snyd het gegeve Rond in het begeerde punt C; of DC is de begeerde Boog.



Wil men het door de gevonde Parabole verrichten, zo zoekt I, het midden van AN, die rechthoekig op AD staat, en trekt daar door IO, na de linker zyde, evenwydig aan DA, en zo lang als de helft van AI. Dan beschryft een Parabole door O als Top, op OI als As, met AD als Rechtezyde: deze snyd het gegeve Rond in het begeerde punt C, en gaat mede door A en door N; of DC is de Boog wiens Sinus en Tangens zo lang is als zyn Secans.



Maar wil men de aangenome Parabole daar toe gebruyken, zo zoekt I, het midden van AF, en haalt IO, neerwaarts en evenwydig aan CB, zo lang als $1\frac{1}{4}$ maal AD. Dan beschryft een Parabole door O als Top, op OI als As, met AD als Rechtezyde: deze snyd het gegeve Rond mede in het begeerde punt C, en gaat ook door N. Ja de Solutie zal men bevinden over een te komen met de geene die men vind de tweede Algemeene Regel gebruykende.

Men ziet dan, dat men door deze middel nog drie 'erley ontknopinge gevonden heeft, en dat op een gemakkelyke wyze onderscheyden van de twee hier voren daar op gevonden: wil men meerder moeyte doen, men zal der nog meerder vinden.

VII. Werk-

VII. WERKSTUK.

Wil men dat de Secans zo veel langer is als de Tangens, als de Tangens langer is als de Sinus.

Zo vind men $xy - 2ay + aa \infty 0$, een Hyperbole op de Aſymptoti; en door middel van $xx + yy \infty aa$, heeft men ook $y \infty 2a - x \pm \surd.\, 3aa - 4ax$, een Parabole: daarom,

Conſtructie. Maakt DG gelyk DA, en GH daar op rechthoekig. Dan beſchryft een Hyperbole waar van dat AG en GH de Aſymptoti zyn, die door het midden van AI loopt, welke rechthoekig op AD ſtaat. Of, maakt IL gelyk AI, haalt LG, en meet af LK gelyk $\frac{3}{8}$ LG. Dan beſchryft een Parabole door K als Top, op KL als Middellyn, met ILK als beweeglyke hoek, en met LG als Rechtezyde. Beyde deze Kromme lynen ſnyden het gegeve Rond op twee plaatzen C C, waar van DC die Boog is welke het begeerde voldoet: maar DCIC, *of de Boog* FC *is een ander, wiens Secans min de Tangens zo lang is als de Tangens en de Sinus.*

VIII. WERKSTUK.

Wil men hebben dat de Sinus Tangens en Secans Harmonice evenredig zyn, of dat de Secans tot de Sinus is, als de Secans min de Tangens tot de Tangens min de Sinus.

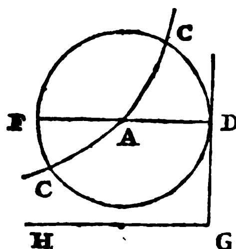
Zo vind men $xy - 2ax + aa \infty 0$, een Hyperbole op de Aſymptoti: daarom,

Conſtructie. Maakt IG zo lang als AI, die rechthoekig op AD ſtaat, en trekt GH evenwydig aan AD. Dan beſchryft een Hyperbole waar van AG en GH de Aſymptoti zyn, en welke door het midden van AD gaat: deze de Boog DI in C ſnydende, zo is DC de begeerde Boog. Men vind ook een Parabole die het zelfde doet.

laast voorgaande, als $xy - 2ax + aa \infty 0$, en $xy - 2ay + aa \infty 0$, nergens anders in verschillen, als dat in de eene de x zodanig is als in de andere de y, zo blykt, dat de Boog DC, in dit Werkstuk, het Complement is van DC in 't laatste, of zo groot als CI aldaar. Men kan dat ook mede zien uyt de Constructie. De eene dan gevonden hebbende, zo heeft men ook de andere.

IX. Werkstuk.

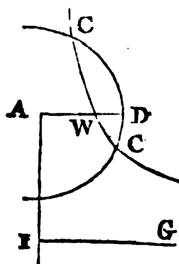
Van een gegeve Rond een Boog af te snyden, zodanig dat de Tangens min de Sinus is gelyk aan een gegeve lyn b.



Constructie. Trekt DG, nederwaarts en rechthoekig op AD, zo lang als de gegeve lyn b, en GH, na de Linker-zyde, evenwydig aan AD: dan beschryft een Hyperbole die door A gaat, waar van DG en GH de Asymptoti zyn, snydende de Omtrek van het gegeve Rond in C C: zo is DC opwaarts de begeerde Boog: maar FC neerwaarts is een Boog wiens Tangens en Sinus te zamen zo lang is als b.

X. Werkstuk.

Het zelfde gegeven zynde, van hen een Boog af te snyden wiens Secans min de Sinus zo lang is als een gegeve lyn b.



Constructie. Maakt in AD, of in zyn verlengde, AW zo lang als $\frac{aa}{b}$, en AI, neerwaarts en rechthoekig op AD, gelyk b; ook IG na de rechter zyde evenwydig aan AD. Dan beschryft met AI en IG als Asymptoti een Hyperbole die door W gaat: deze het Rond in C C snydende, zo is DC boven AD de begeerde Boog: maar DC onder AB is een Boog wiens Secans en Sinus te zamen zo lang zyn als de gegeve lyn b.

XI. Werk-

XI. WERKSTUK.

Een Driehoek ABC *te maken zo groot als het Vierkant van een gegeve lyn* C, *waar af dat* AC *zo lang is als een gegeve lyn a ; en hebbende uyt* A *door* C *getogen een Kring, snydende* BC *in* D, *dat* BD *zo lang is als een gegeve lyn b.*

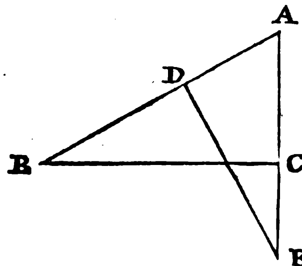
Inh. ABCA ∞ cc
AC ∞ a
BD ∞ b
CO, of DO ∞ x
OA ∞ y

Aanmerkt AO voor een hangende op BC.

men vind $xx + yy$ ∞ aa een *Rond*,
en $xy + \frac{1}{2}by$ ∞ cc een *Hyp. op de As.*

dit laatste gedeelt door $-x - \frac{1}{2}b$, komt $-y$. Nemende $x + \frac{1}{2}b$ ∞ c, zo is $+y$ ∞ c.

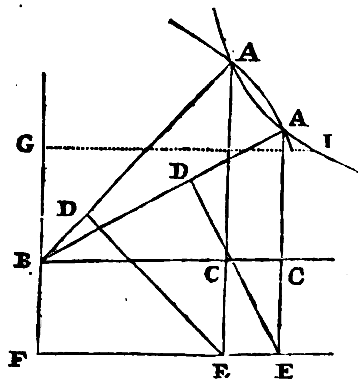
Construktie. D voor een vast punt nemende, en daar door gehaalt hebbende BDC, zo is deze de eene Asymptotus, om dat $-y$ geen bekende by zig heeft: dan genomen DE, ter linker zyde van D, gelyk $\frac{1}{2}b$, en uyt E gehaalt EF rechthoekig op ED, zo is die de andere Asymptotus: dan genomen EF gelyk c, en getogen FG, evenwydig aan ED, mede zo lang als c; en door G als Top, met ED en EF als Asymptoti beschreven een Hyperbole, zo heeft men de Plaats van de Æquatie $xy + \frac{1}{2}by$ ∞ cc. Omze van $xx + yy$ ∞ aa te hebben, zo haalt uyt D als Middelpunt, met a als Straal, een Kring: deze de Hyperbole in A A snydende, zo haalt de hangende AO AO: dan genomen OC OC gelyk OD OD, ook EB gelyk ED, en gehaalt BA BA, en AC AC, zo heeft men twee Driehoeken ABCA en ABCA die beyde het begeerde voldoen.



De nevenſtaande figuur te maken, recht in C *en in* D, *zodanig dat* AB, CE, *en* ED *zo lang zyn als drie gegeve lynen* a, b, c.

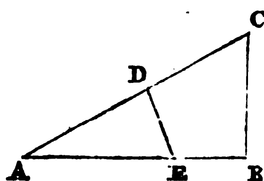
Nemende BC ∞x, en CA ∞y, zo heeft men

$xx + yy \infty aa$ een *Rond*,
en $xy + bx \infty ac$ een *Hyperbole op de Aſymptoti.*
welke laatſte gedeelt door $-x$, komt $-y - b$. Nemende $x \infty a$, zo is $+y \infty c - b$.



Conſtructie. Hebbende BC getogen na believen, zo trekt door B een rechthoekig op BC: neemt daar in BF neerwaarts gelyk b, en FG opwaarts gelyk c. Dan haalt FE en GI, beyde evenwydig aan BC. GI zo lang genomen hebbende als a, zo beſchryft een Hyperbole die door I gaat, en waar van dat FE en FG de Aſymptoti zyn. Dan haalt uyt B met a als ſtraal, een Kring: deze de Hyperbole in A, A ſnydende, zo trekt AE AE rechthoekig door BC, dan AB AB, en daar op rechthoekig ED ED, men heeft twee figuren CBAED en CBAED die yder het begeerde voldoen.

XIII. WERKSTUK.



Een figuur te maken van de nevenſtaande gedaante, recht in B *en in* D, *en zodanig dat* AC *zo lang is als een gegeve lyn* a, *en* EB, *ook* ED *yder zo lang als een ander gegeve lyn* b.

Ne-

Nemende $AB \propto x$, en $BC \propto y$; en aanmerkende dat AB / AC // AD / AE evenredig zyn

zo vind men $xx + yy \propto aa$ een *Rond*.

en $xx - bx \propto aa - ay$

of $x \propto \frac{1}{2}b \pm \sqrt{.\, \frac{1}{4}bb + aa - ay}$ een *Parabole*.

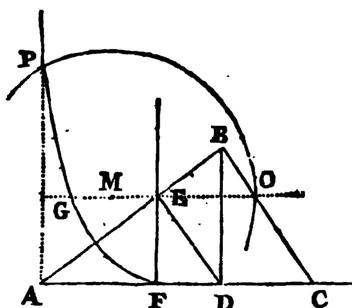
waar van de y evenwydig loopt aan de As.

Conſtructie. Hebbende een Parabole getrokken met a als Rechtezyde, zo haalt door de Top F een rechthoekige door de As, en neemt daar in, ter linker zyde, FG gelyk $\frac{1}{2}b$; en trekt uyt G een evenwydige aan de As, ſnydende de Parabole in H; en in de zelve, aan de verlengde aan H, genomen hebbende HC gelyk a, zo haalt uyt C door H een Kring: deze de Parabole en A, A, A ſnydende, zo trekt CA CA CA: dan AB AB AB rechthoekig op GC, of op zyn verlengde, ſnydende IE, evenwydig CB ($GI \propto b$ zynde) in E, E, E; dan gehaalt ED ED ED rechthoekig op AC, of op zyn verlengde, zo is de figuur gemaakt.

Maar aanmerkende dat ook BC / CA // ED / EA evenredig zyn,

Zo vind men $xy - by \propto ab$, een *Hyperbole op de Aſymptoti*.

Conſtructie. Hebbende in CI genomen CF gelyk b, en uyt C en ook uyt F yder getrokken een perpendiculaar op CI, opwaarts; en in de laatſte afgemeten FG gelyk a, en getrokken GH, na de rechter zyde, gelyk en evenwydig aan CF; zo maakt een Hyperbole die door H gaat, waar van dat FG en FI de Aſymptoti

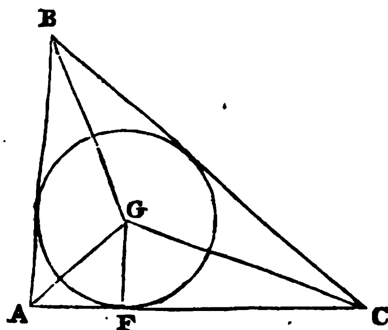


Constructie. Haalt FE rechthoekig op FC, en zo lang als *a*: dan beschryft een Parabole door F als Top, op FE als As, en met de zelfde als Rechtezyde: deze de evenwydige aan AC, door E getogen, snydende in O en in G, zo haalt uyt M, het midden van GE, een Kring die door O gaat, snydende de Parabole in P: dan PA hangende gemaakt op FC: dan haalt AEB, en door O daar op een rechthoekige, de eerste ontmoetende in B, en AF in C: zo is ABCA de begeerde Driehoek.

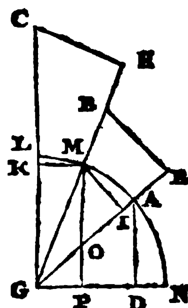
XV. WERKSTUK.

Een Driehoek te maken zòdanig, dat de lynen getrokken uyt de Hoeken tot het Centrum van het ingeschreve Rond, zo lang zyn als drie gegeve lynen a, b, c.

Wy zullen de ontbinding van deze UL. voordragen op die wyze alsze gedaan is door myn Soon *Isaac de Graaf.*



Aanmerkt ABCA voor zodanigen Driehoek, en G voor het Centrum van het ingeschreve Rond. Om dat de driehoeken A, B, C te zamen even zyn aan twee rechte hoeken, en een ieder van deze in tweên gelyk gedeelt werd door de gegeve lynen AG BG CG, zo volgt dat de hoeken GAB GBC GCA te zamen gelyk zyn aan een rechte hoek; waar door het Problema kan gebragt werden tot deze gedaante.



Maakt met GA, een van de gegeve lynen, als Straal een Quadrant GNAMLG. Onderstellende NGA zo wyd te wezen als GAB of als GAC in de Driehoek, AGM als GBA of als GBC, zo is MGL zo wyd als GCA of als GCB. Nemende dan GB hier als GB hier voren, en GC als GC; en halende uyt A B C lynen rechthoekig op GN, op GA, en op GM, of op haare verlengde, als AD BE CH, zo zullen deze yder in 't bezonder zo lang wezen als GF hier voren, de Straal van 't ingeschreve Rond. Eyndelyk, trekke uyt M de lynen MI MP MK rechthoekig op GA op GN en op GL.

Stelle GA $\propto a$, GB $\propto b$, GC $\propto c$, GD $\propto x$, en CH, of BE, of AD $\propto y$.

Om dat de Driehoeken GBE en GMI, ook GCH en GMK gelykhoekig zyn, zo is 't

GB b / BE y / GM a ? komt $\frac{ay}{b} \propto$ MI.

GC c / CH y / GM a ? komt $\frac{ay}{c} \propto$ MK, of GP.

En om dat de Driehoeken GPO GDA MIO evenhoekig zyn, daarom is 't

GD x / GA a / MI $\frac{ay}{b}$? komt $\frac{aay}{bx} \propto$ MO

GD x / AD y / GP $\frac{ay}{c}$? komt $\frac{ayy}{cx} \propto$ PO.

——————— vergaart

komt $\frac{aay}{bx} + \frac{ayy}{cx} \propto$ PM

——————————————— $\surd$

men heeft $\frac{a^4yy}{bbxx} + \frac{2a^3y^3}{cbxx} + \frac{aay^4}{ccxx} \propto \square$ PM
$+ \frac{aayy}{cc} \propto \square$ GP } $\propto aa$, 't $\square$GM.

aa ——————————————— $bbccxx$

of $aaccyy + 2abcy^3 + bby^4 + bbxxyy \propto bbccxx$.

of $aaccyy + 2abcy^3 + aabbyy \propto bbccxx$,

weg nemende xx in de Term $bbxxyy$, daar voor stellende $aa - yy$, om dat wy ook hebben $xx + yy \propto aa$.

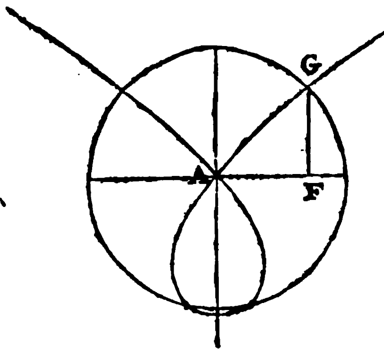
of $xx \propto \frac{aacc + aabb + 2abcy,\, yy}{bbcc}$,

Een Kromme van het tweede geslagt.

Ook hebben wy $xx \propto aa - yy$, een Rond.

Door

Door de snyding van deze twee zal dan konnen bepaalt werden de lengte van *y*, of de halve middellyn van het ingeschreve Rond.



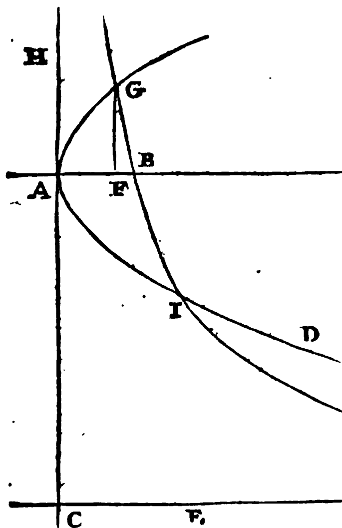
Hebbende dan een Rond getrokken uyt zeker punt A, met *a* als Straal, wiens Middellyn is AF, en deze aangemerkt voor de lyn daar *x* in loopt, beginnende van A; en uyt de voornoemde Æquatie geformeert de Kromme van het tweede geslagt, zo zal men bevinden dat hy zodanigen gedaante heeft als in de nevenstaande figuur vertoont werd, lopende door A met een Krul onder AF, snydende het voornoemde Rond op vier plaatzen, twee maal onder AF en twee maal daar boven, waar van de twee ter linker zyde van A evenzodanigen afstand hebben van de lyn AF als de twee andere ter rechter zyde. De snyding boven AF kan maar dienen, om dat de *y* geen — kan wezen, of om dat de Term $2abcy^3$ geen — kan zyn, dewyl MO en PO moeten vergaart werden om PM te hebben. Trekkende dan uyt G; de snyding boven AF, een rechthoekige op deze, als GF: zo is niet alleen AF hier zo lang als AF in de eerste figuur, maar ook GF hier als GF aldaar; of AF is ∞ *x* en GF ∞ *y*, waar door de opmaking van de begeerde Driehoek openbaar is

Wy hebben deze Kromme genomen om dat wy het Rond van het Quadrant, waar af *a* de straal is, tot de ontbinding zoude konnen gebruyken: maar dit Rond nalatende, en de *x* weg nemende uyt de Æquatie $aaccyy + 2abcy^3 + aabbyy$ ∞ $bbccxx$, door middel van xx ∞ $aa - yy$, men heeft.

$$2abcy^3 + aaccyy + aabbyy + bbccyy - aabbcc \infty 0.$$

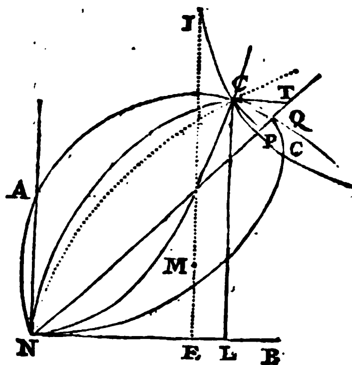
Een Æquatie van drie Dimensien, waar by de tweede Term is, die men kan ontbinden door de Algemeene Regel, of door de snyding van een Parabole en een Rond; ook door een Parabole en een Hyperbole, want, stellende dat yy is ∞ ax, zynde een Æquatie op een Parabole, en daar door de yy wegnemende, en reduceerende, men heeft

 $2abcxy$



Hebbende dan een Parabole beschreven uyt A als Top, op AF als As, met a als Rechte zyde; en ook een Hyperbole die door B gaat, AB $\infty \frac{abbcc}{aacc + aabb + bbcc}$ wezende, waar af HAC, rechthoekig door AF, de eene Asymptotus is, en CE, evenwydig aan AF, de andere, AC neerwaarts $\infty \frac{aacc + aabb + bbcc}{2abc}$ zynde: zo zal deze laatste de Parabole snyden op drie plaatzen, waar uyt getogen lootlynen op AF, zo zal men hebben de drie Wortelen van de voornoemde Cubicq Æquatie: de twee valse onder AF konnen niet dienen, om reden als gezeyt is, maar de waare boven AF, als GF, wyst aan de lengte van y, of van de halve middellyn van het ingeschreve Rond.

XVI. Werkstuk.



NB $\infty \frac{1}{2}n$

NL ∞ x

LC ∞ y

Gegeven zynde de Kromme lyn van Cartesius, *daar in* $y^3 + x^3 \infty nxy$ *is: in hem het punt* C *te vinden dat op het verste van* NB *af is.*

Dewyl x in deze Æquatie dan moet hebben twee gelyke wortelen, daarom

$y^3 + x^3 \infty nxy$, gemultipliceert

met $0 \quad 3 \quad 1$, Arith. Progr.

komt $3x^3 \infty nxy$ (of $x^3 \infty \frac{1}{3}nxy$)

$3x$

of $xx \infty \frac{1}{3}ny$, een *Parabole*.

Aan

Aanwyzende dat men het punt C kan vinden, beschryvende op NA, rechthoekig op NB, als As, uyt N als Top, met $\frac{1}{3}n$ als Rechte zyde, een Parabole: deze snyt hem in C, welk punt op het eerste van NB af is.

Voor x^3, in de gegeve Æquatie, gestelt $\frac{1}{3}nxy$, men heeft $y^3 + \frac{1}{3}nxy \infty nxy$, of $yy \infty \frac{2}{3}nx$, te kennen gevende dat men het zelfde punt C vind makende een Parabole op NB als As, door N als Top, met $\frac{2}{3}n$ als Rechte zyde.

Multipliceert men $xx \infty \frac{1}{3}ny$ met $yy \infty \frac{2}{3}nx$, men heeft $xxyy \infty \frac{2}{9}nnxy$, of $xy \infty \frac{2}{9}nn$, een Hyperbole, waar van dat NB en NA de Asymptoti zyn: NE $\infty \frac{1}{3}n$, en EI, evenwydig aan NA, $\infty \frac{2}{3}n$ wezende, zo is I een punt waar deur hy moet lopen. Deze dan makende, zo snyt hy mede de gegeve Kromme in het punt C dat op het verste van NB af is, en nog in een ander punt dat van NA het verste is.

Vergaart men $xx \infty \frac{1}{3}ny$ by $yy \infty \frac{2}{3}nx$, of trekt menze van elkander af, men vind $y \infty \pm \frac{1}{6}n \pm \sqrt{.\ \frac{1}{36}nn + \frac{2}{3}nx \mp xx}$, een Rond, of een gelykzydige Hyperbole.

Willende het Rond gebruyken, het Surdische ∞ o nemende, men heeft $xx \infty \frac{2}{3}nx + \frac{1}{36}nn$, of $x \infty \frac{1}{3}n + \sqrt{.\ \frac{1}{9}nn + \frac{1}{36}nn}$.

Daarom, genomen in EI, EM gelyk $\frac{1}{2}$ EN, en uyt M door N een Rond getogen, dat gaat mede door Q, en snyt de gegeve Kromme in het punt C dat op het verste van NB af is.

De Hyperbole zal het zelfde verrichten: zyn As valt onder NB, en de Kromme loopt mede door N.

Indien men CP rechthoekig op de As NQ trekt, zo zal NP + PC de *langste* wezen die men in deze Kromme op die wyze kan hebben: want, halende CT evenwydig aan NB, tot aan de verlengde As, zo is de hoek PCT gelyk PNB, dat is halfregt, en daarom CP gelyk PT; en om dat TC een Raaklyn is, zo zou f wezen als g; en daarom C een punt in de Kromme waar in CP zo veel afneemt als NP toe neemt, of waar in NP + PC de langste is.

De zelve Kromme gegeven zynde: in hen het Punt C *te vinden dat op het verste van de As* NQ *af is.*

In dit geval moet CK, de Rakende in C, evenwydig aan NQ wezen: en daarom is de onderrakende KL zo lang als CL.

Hierom, uyt $y^3 + x^3 - nxy \infty 0$, gezogt de Onderrakende, men vind KL $\infty \frac{3y^3 - nxy}{-3xx + ny} \infty$ CL ∞y gereduceert, komt $yy \infty \frac{1}{3}ny + \frac{1}{3}nx - xx$ of $y \infty \frac{1}{6}n \pm \sqrt{\cdot \frac{1}{36}nn + \frac{1}{3}nx - xx}$, een *Rond.* het Surd. $\infty 0$, zo is $x \infty \frac{1}{6}n \pm \sqrt{\frac{2}{36}nn}$.

Waar uyt blykt, NM gelyk $\frac{1}{3}$ NQ zynde, dat men maar uyt M, met MN als Straal, een Kring heeft te halen, die zal de gegeve Kromme snyden in de Punten C C die op het verste van de As NQ afstaan.

XVIII. Werkstuk.

De zelve Kromme gegeven zynde, en ook een rechte lyn HA: *in de Kromme de punten* C C *te vinden, die de minste, en ook de meeste afstand hebben van deze gegeve lyn.*

Laat

HN ∞ a
NA ∞ b
NB ∞ $\frac{1}{2}n$
NL ∞ x
LC ∞ y

Laat CK de Kromme raken in C; zo is die evenwydig aan HA: en zo dan NA evenwydig is aan LC, zo zyn HN / NA // KL / LC evenredig, dat is

$$a \,/\, b \,//\, \frac{3y^3 - nxy}{-3xx + ny} \,/\, y.$$

Hier door vind men

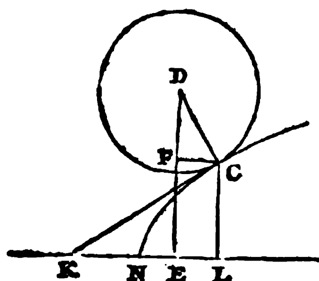
$y \infty \frac{\frac{1}{6}an}{b} \pm \sqrt{.\frac{\frac{1}{36}aann}{bb} + \frac{1}{3}nx - \frac{a}{b}xx}$ een *Ellipsis*, a ongelyk aan b zynde: maar gelyk wezende, of HA evenwydig aan de de As NQ zynde, een *Rond:* en dan zynde punten C C in het laatste Voorbeelt gevonden, de naast aan HA, of de verste daar van af.

Het Surdische ∞ o zynde, zo is $x \infty \frac{\frac{1}{6}bn}{a} \pm \sqrt{.\frac{\frac{1}{36}bbnn}{aa} + \frac{\frac{1}{36}ann}{b}}$.

$x \infty$ o wezende, zo is $y \infty \frac{\frac{1}{3}an}{b}$, of ∞ o: dies loopt de Ellipsis door N.

Constructie. Maakt NE ∞ $\frac{1}{3}$NB; haalt EF rechthoekig na HA toe, ontmoetende NA, in F; en trekt door F een evenwydige aan NB; die is de As: dan maakt EG rechthoekig op EF, en neemt FM zo lang als NG, zo is M het Centrum. Dan gezogt FO midden evenredig tusschen NF en NE, en genomen Mn en Mq yder zo lang als MO; en gemaakt een Ellipsis op nq als As, die door N gaat: zo zal deze de gegeve Kromme snyden in de begeerde punten C C.

XIX. WERKSTUK.



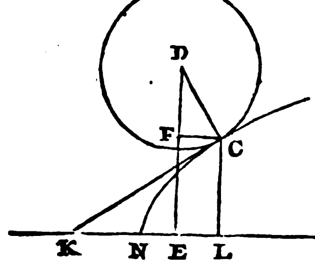
Gegeve zynde een Rond wiens middelpunt is D, *en een rechte lyn* KE; *en daar in een punt* N: *een Kegelsnede te trekken, waar van* KE *de As is,* N *de Top, en die het gegeve Rond raakt, als hier in* C.

DE ∞ a
NE ∞ b
DC ∞ c
NL ∞ x
LC ∞ y

De figuur kan hebben veelderley gedaante: wy zullen alleenlyk de uytrekening doen op de nevenstaande.

Aanmerkt CK voor een rechte

rakende



het Raakpunt C: DE CL CF voor perpendicularen.

$$\left.\begin{array}{l} DF \infty a - y, \text{zyn } \square \text{ is } aa - 2ay + yy \\ CF \infty x - b, \text{zyn } \square \text{ is } xx - 2bx + bb \end{array}\right\} \infty cc$$

of $yy \infty 2ay + 2bx - xx - dd$: ſtellende $dd \infty aa + bb - cc$.

Om de gelykhoekigheit van de Driehoeken DFC en KLC is 't, FC $x - b$ / DF $a - y$ / CL y? komt $\frac{ay - yy}{x - b} \infty$ KL.

Wil men dat de Kromme NC *zal wezen een* Parabole.

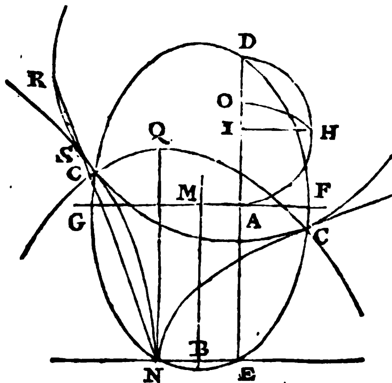
zo is KN ∞ NL, en daarom KL $\infty 2x$

zo is dan $\frac{ay - yy}{x - b} \infty 2x$, of $yy \infty ay + 2bx - 2xx$

of $y \infty \frac{1}{2}a \pm \sqrt{.\ \frac{1}{4}aa + 2bx - 2xx}$, een *Ellipſis*.

Het Surdiſche ∞ o zynde,

zo is $x \infty \frac{1}{2}b \pm \sqrt{.\ \frac{1}{4}bb + \frac{1}{8}aa}$: waar door wy vinden deze *Conſtructie*. Getogen hebbende DE rechthoekig op de gegeve lyn, zo haalt door A en B, het midden van DE en NE, de lynen AM en BM, evenwydig aan EN en ED, zig onderling ſnydende in M: dan gemaakt op AD een halfrond, en uyt het middelpunt I getrokken IH rechthoekig op AD; en genomen AO gelyk AH: dan, in de verlengde MA, genomen MF en MG yder gelyk aan MO. Dan beſchryft een Ellipſis waar van dat F en G de Toppen zyn, GF de As, en tweemaal GF de Rechtezyde: deze ſnyt het gegeve Rond in de begeerde Raak punten C, C. Dan maakt Parabolen gaande door C, C, waar van N de Top, en NE de As is.



De Ellipſis loopt door D, E en N, om dat $x \infty o$, en ook $x \infty b$ nemende, $y \infty a$, en ook ∞ o is.

Indien

Indien men van $yy \propto ay + 2bx - 2xx$,
aftrekt $yy \propto 2ay + 2bx - xx - dd$,

men heeft $o \propto - ay - xx + dd$,
of $x \propto \sqrt{.dd - ay}$, een *Parabole*, wiens Rechte zyde is $\propto a$. $x \propto o$ nemende, zo is $+ y \propto \frac{dd}{a}$: waar uyt wy vinden deze

Constructie. In de voorgaande figuur, de Lootlyn DE getrokken hebbende, zo haalt uyt N, met DE als Straal een Boog; deze het gegeve Rond in R snydende, zo trekt NRS, stotende of snydende de omtrek in S (is DE te kort, zo maakt op DN een halfrond, snydende het Rond in Z, en zoekt een derde evenredige tot DE en NZ) dan trekt NQ rechthoekig op NE, aan die zyde van NE daar D is; en neemt daar in NQ zo lang als NS, of als de voornoemde derde evenredige; zo is NQ $\propto \frac{dd}{a}$. Daarom beschryft een Parabole uyt Q als Top, op QN als As, met DE als Rechtezyde: deze zal het gegeve Rond mede snyden in dezelve punten C C: dan getrokken Parabolen, enz.

Indien de gegeve lyn loopt door het Centrum van het gegeve Rond, zo vind men de punten C C door de snyding van CLC en het gegeve Rond, nemende NL zo lang als de Raaklyn getogen uyt N tot dit Rond, en door L een rechthoekige door NE.

Had men weg genomen de xx, in plaats van dat wy weg genomen hebben de yy, men zoude $yy \propto 3ay + 2bx - 2dd$ gevonden hebben, dat mede een Parabole is.

Aanmerking. Dewyl in alle Parabolen, schoon van een hoger geslagt, altyd KL tot NL is als een getal tot een getal, zo ziet men dat men de zelfde gedaante van Æquatien zal vinden op alle geslagten en soorten van Parabolen, of dat de punten C C altyd zullen konnen gevonden door de snyding van een Ellipsis, of van een Parabole van het eerste geslagt en het gegeve Rond.

Indien de Kromme NC moet wezen een gemeene Parabole van het tweede geslagt, zo is KL $\propto 3x$, en daarom $\frac{ay - yy}{x - b} \propto 3x$, of $yy \propto ay + 3bx - 3xx$, of $y \propto \frac{1}{2}a \pm \sqrt{.\frac{1}{4}aa + 3bx - 3xx}$, dat mede een Ellipsis is van 't eerste geslagt, die men vind op vorige wyze, uyt genomen dat AI nu moet

tezyde nu is driemaal langer als GF. En gebruykt men de tweede methode, door beyde de Æquatien de yy weg nemende, en reducerende, men heeft $xx \propto -\frac{1}{2}ay + \frac{1}{2}bx + \frac{1}{2}dd$, dat mede een Parabole is van 't eerste geslagt.

Wil men dat de Kromme NC *zal wezen een* Ellipsis, *of een* Hyp. zo is KL $\propto \frac{2qx - xx}{q - x}$ in de Ellipsis, en $\propto \frac{2qx + xx}{q + x}$ in de Hyp. q nemende voor de halve Dwarse.

zo is dan $\frac{ay - yy}{x - b} \propto \frac{2qx - xx}{q - x}$ in de Ellip. en $\propto \frac{2qx + xx}{q + x}$ in de Hyp.

Stellende $-2ay + xx - 2bx + dd$ in plaats van yy, die gelyk zyn uyt de Æquatie op het Rond, en reducerende, men vind

$$xy - \frac{q - b}{a}xx - \frac{dd}{a}x - qy + \frac{qdd}{a} \propto 0$$ wegens de Ellipsis

en $$xy + \frac{q + b}{a}xx - \frac{dd}{a}x + qy - \frac{qdd}{a} \propto 0$$ wegens de Hyperb.

beyde zynde een *Hyperbole op zyn Asymptoti.*

de 1[e] ged. door $-x + q$, komt $-y + \frac{q - b}{a}x + \frac{dd}{a} + \frac{q - b, q}{a}$,

de 2[e] ged. door $-x - q$, komt $-y - \frac{q + b}{a}x + \frac{dd}{a} + \frac{q + b, q}{a}$.

In beyde, $x \propto 0$ nemende, zo is $+y \propto \frac{dd}{a}$

waar uyt wy getrokken hebben deze

Constructie. Zoekt het punt Q als hier even gedaan is op de Parabole: dan neemt NB in de gegeve lyn zo lang als ED, na de rechter zyde in de Ellipsis, en na de linker zyde in de Hyperbole: dan neemt NA na welgevallen voor q, of voor de halve Dwarse; na de rechter zyde in de Ellipsis, en na de linker zyde in de Hyperbole: dan haalt door A een evenwydige aan DE, als AM; deze is de eene Asymptotis: dan trekt uyt B een gelykwydige aan ED, en daar in, na D toe, genomen BF gelyk AE, en getrokken NF, welke of zyn verlengde de Asymptotus AM snyt in P: dan in

NQ, genomen QG opwaarts gelyk AP, en door G getogen een rechte evenwydig aan NF, als GM; deze is de andere Asymptotus. Dan beschryft, met de gevonde AM en MG als Asymptoti een Hyperbole die door Q loopt, en ook zyn tegengestelde zo 't nodig is: deze het gegeve Rond in C C snydende, zo trekt in de eerste figuur twee Ellipsen, en in de tweede figuur twee Hyperbolen, door N als Top, op AN als As, en A als midstip, die door C lopen: deze raken het gegeve Rond in de punten C C.

De zekerheit van deze Constructie ziet men op deze wyze. Trekt door C een lyn RTL evenwydig aan DE; snydende NF, of zyn verlengde in T, en QS, evenwydig aan NF, in S: dan is 't op de Ellipsis.

NB AE, of BF NA

a / $q-b$ / q? komt $\frac{\overline{q-b},\,q}{a} \infty$ AP, QG, of SR:

ook a / $q-b$ / NLx? komt $\frac{q-b}{a}x \infty$ LT.

Om dat NQ, of TS is $\infty \frac{dd}{a}$, zo vind men CR $\infty -y + \frac{q-b}{a}x + \frac{dd}{a} + \frac{\overline{q-b},\,q}{a}$: met LA $\infty -x+q$ vermenig., komt $+xy - \frac{q-b}{a}xx - \frac{dd}{a}x - qy + \frac{qdd}{a} + \frac{\overline{q-b},\,qq}{a} \infty \frac{\overline{q-b},\,qq}{a}$ het gemultipliceerde van QG $\frac{\overline{q-b},\,q}{a}$ met NA ∞q.

of $+xy - \frac{q-b}{a}xx - \frac{dd}{a}x - qy + \frac{qdd}{a} \infty 0$, de gevonde Æquatie op de Ellipsis. Op gelyke wyze vind men mede de Æquatie die gevonden is op de Hyperbole.

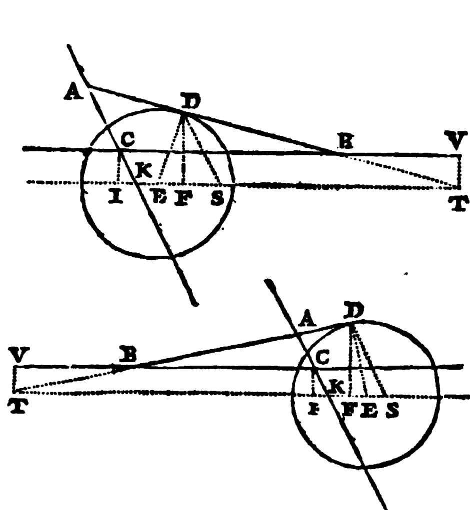
Is $a \infty 0$, of loopt de gegeve lyn door 't Centrum van 't gegeve Rond, zo verdwynen de Termen die met a gemultipliceert zyn, en ook met eenen de y: men behoud

 $-qxx$

$-qxx+bxx-ddx+qdd \infty 0$ in de Ellipsis, en $+qxx+bxx-ddx-qdd \infty 0$ in de Hyperbole, zynde vierkante Æquatien. De x gevonden hebbende, zo heeft men het Punt L., waar door C openbaar is.

Wil men dat de Kromme NC zal wezen een Ellipsis of een Hyperbole van het tweede geslagt, zo zal men de punten C niet konnen vinden als door een Kromme van zodanigen geslagt.

XX. WERKSTUK.



Gegeven zynde een Rond wiens middelpunt is E, *en twee oneyndige Rechte lynen* AC *en* BC, *elkander snydende in* C: *een lyn* AB *te trekken tusschen deze twee lynen, zo lang zynde als een gegeve lyn (niet te kort wezende) en rakende, of zyn verlengde, het Rond in* D.

AB ∞a
ED ∞b
CI ∞c
KE ∞d
IK ∞e
EF ∞x
FD ∞y

Trekt door E, het Centrum, een lyn evenwydig aan een van de gegeve lynen, genomen aan BC, snydende AC in K, en AB, of zyn verlengde in T: trekt ook ED, en de perpendicularen CI TV DF; en DS evenwydig aan AC

Door de gelykhoekigheit van de Driehoeken KIC en DFS, DFE en TVB, DFE en DFT vind men SF $\infty \frac{ey}{c}$, BT $\infty \frac{bc}{x}$, DT $\infty \frac{by}{x}$, en FT $\infty \frac{yy}{x}$: dies is ST $\infty \frac{yy}{x} \mp \frac{ey}{c}$, TK $\infty \frac{yy}{x} + x \pm d$, en AT $\infty a + \frac{bc}{x}$: de bovenste Tekens voor de eerste figuur D in AB zynde, en de onderste voor de tweede D in zyn verlengde wezende.

Om

Om dat SD evenwydig is aan KA, daarom zyn

ST DT TK AT

$\frac{yy}{x} \mp \frac{ey}{c}$ / $\frac{by}{x}$ // $\frac{yy}{x} + x \pm d$ / $a + \frac{bc}{x}$ evenredig.

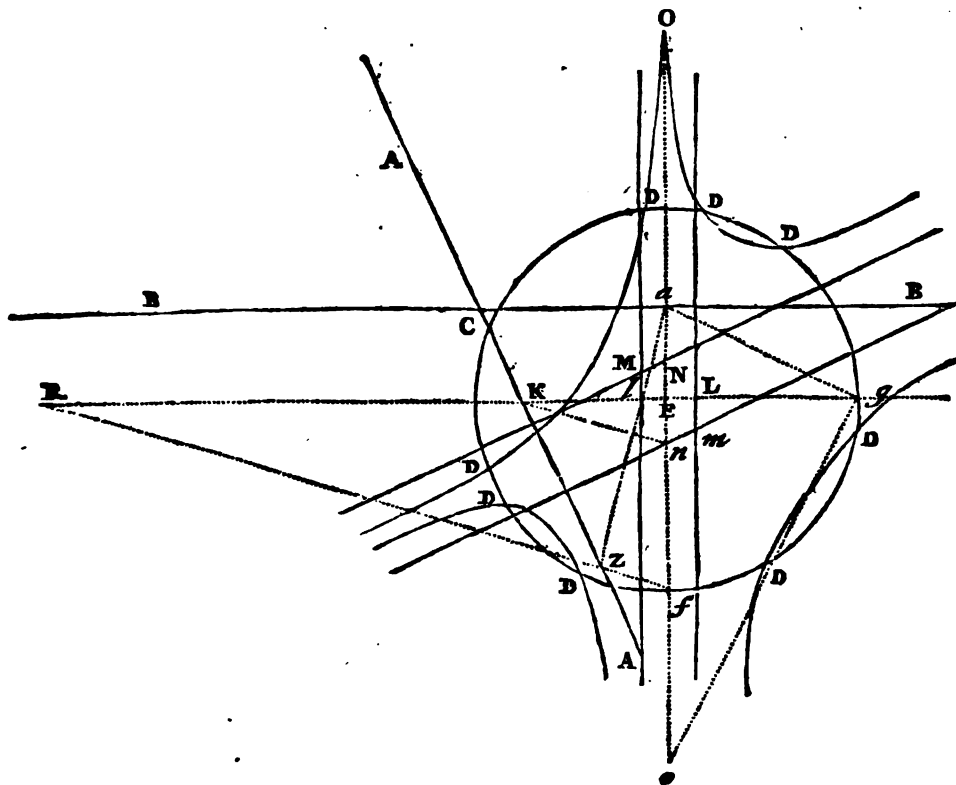
waar door men vind $xy \mp \frac{e}{c}xx + \frac{bc}{a}y \mp \frac{be}{a}x \mp \frac{bd}{a}x - \frac{b^3}{a} \infty\, 0$, een *Hyperbole op de Asymptoti*.

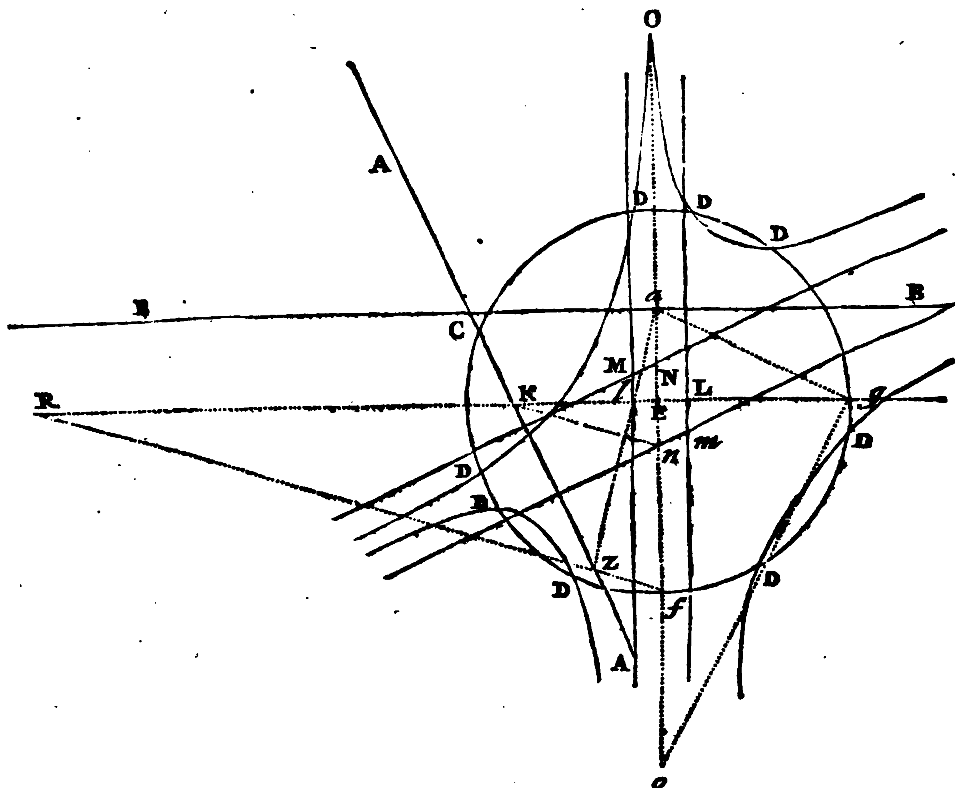
Gedeelt door $-x - \frac{bc}{a}$; komt $-y \pm \frac{e}{c}x \pm \frac{bd}{a}$

$x \infty\, 0$ nemende, zo is $+ y \infty \frac{bb}{c}$.

Aanmerkende dat in de tweede figuur de x loopt van de rechter zyde na de linker, waar door men alles na de linker zyde van E moet nemen, dat men anders, volgens de Tekens, na de rechter zyde neemt, wanneer x van E na de rechter zyde loopt, als in de eerste figuur, en omgekeert: dit dan waarnemende, zo vinden wy hier op (die wy meenen dat algemeen is) deze

Constructie. Trekt door E, het Middelpunt, twee lynen, de eenen evenwydig aan de eene gegeve lyn, als hier aan BC,





ſnydende de ander in K, en het Rond in *g*; en de andere daar door rechthoekig, ſnydende BC in *a*, en het Rond in *f*: Neemt in de eerſte ER zo lang als de gegeve lyn *z*, en trekt R*f*; en hier aan evenwydig K*n*, ontmoetende *a* E in *n*; ook *a* Z rechthoekig op R*f*, ſnydende ER in *l*: dan haalt *ag*, en daar op rechthoekig *go*, ſtotende *a* E in *o*: dan neemt aan de andere zyde van E, in de zelfde lyn, EL gelyk E*l*, EN gelyk E*n*, en EO gelyk E*o*: dan trekt door *l* een rechthoekige door BC, en door N een rechthoekige door AC; deze zyn de Aſymptoti op D in AB; ook nog twee andere op de zelfde wyze getrokken door L en door *n*; deze zynde Aſymptoti op D in de verlengde van AB. Dan beſchryft Hyperbolen met de twee eerſte en ook met de twee laatſte als Aſymptoti die door O gaan, en ook haare tegengeſtelde: deze het gegeve Rond in D D enz. ſnydende, zo

trekt

trekt lynen die dit Rond in D, D enz. raken: zo zal het ftuk van deze, begrepen tuffchen de gegeve lynen AC en BC, zo lang wezen als de gegeve lyn a.

Loopt een van de gegeve lynen door 't middelpunt van het gegeve Rond, zo trekt ER evenwydig aan die lyn die niet door 't Centrum loopt, op dat c niet gelyk nul werde, en men daar door O niet zoude konnen vinden als voren. Dan is evenwel $d \infty 0$, om dat K in E is: daarom vallen beyde de punten n en N ook in E, of de twee Afymptoti $n\, m$ en NM vallen in elkander, maar de twee andere blyven als voren gefcheyden.

Indien beyde de gegeve lynen door 't middelpunt lopen, of zo c en ook d beyde $\infty 0$ zyn, zo vallen de punten n en N, ook l en L alle in E, waar door de twee andere Afymptoti l M en L m mede vereenigen. Maar dewyl c nu $\infty 0$ is, zo moeten wy een punt van de Kromme vinden op een andere wyze.

Om dat het overfchot van de Divifio, zynde $\pm \frac{bbcd}{aa} - \frac{bn}{a}$, gelyk is aan het vermenigvuldigde der afftanden, evenwydig genomen met de lynen x en y, die yder punt van de Kromme heeft met de Afymptoti, zo volgt dat dit vermenigvuldigde moet wezen $+ \frac{bn}{a}$, om dat de andere Term verdwynt, het Teken omkerende. Nemende dan de eene afftand $+ x \infty b$, zo is de andere $+ y \infty \frac{bb}{a}$. Dies moet men, om O, een punt van de Kromme te vinden, aan 't eynde van de middellyn E g, een perpendiculaar opwaarts maken, en van het punt daar hy de Afymptotus fnyt, nog opwaarts nemen de lengte van $\frac{bb}{a}$, om het punt O te hebben.

Maar fnyden de gegeve lynen daar en boven elkander rechthoekig, zo heeft men deze perpendiculaar maar zo lang te nemen als $\frac{bb}{a}$, om dat de gegeve lynen als dan de Afymptoti zyn.

XXI. WERKSTUK.

Wil men hebben dat de Rechthoek van DA *met* DB *zo groot zal wezen als het Vierkant van een gegeve lyn a,*

Zo

door de ſnyding van een Hyperbole en het gegeve Rond.

Nu is 't, ST $\frac{yy}{x} \mp \frac{ey}{c}$ / DT $\frac{by}{x}$ / SK $\frac{ey}{c} \pm x + d$?

komt $\frac{bey \pm bcx + bcd}{cy \mp ex} \propto$ AD: dit gem. met $\frac{by - bc}{x} \propto$ BD,

komt $\frac{bbeyy \pm bbcxy + bbcdy - bbcey \mp bbccx - bbccd}{cxy \pm exx} \propto aa$

Voor *bbeyy* geſtelt $b^4e - bbexx$, die gelyk zyn uyt de Æquatie op het Rond, en gereduceert

$$\text{komt} + aacxy \mp aaexx \pm bbccx - bbcdx + bbccd$$
$$\mp bbcxy + bbexx \qquad + bbcey - b^4e \propto 0,$$

$$\text{of } xy \mp \frac{e}{c}xx - \frac{d - e,bb}{aa \mp bb}y \pm \frac{bbc}{aa \mp bb}x + \frac{ccd - bbe,bb}{aa \mp bb,c} \propto 0.$$

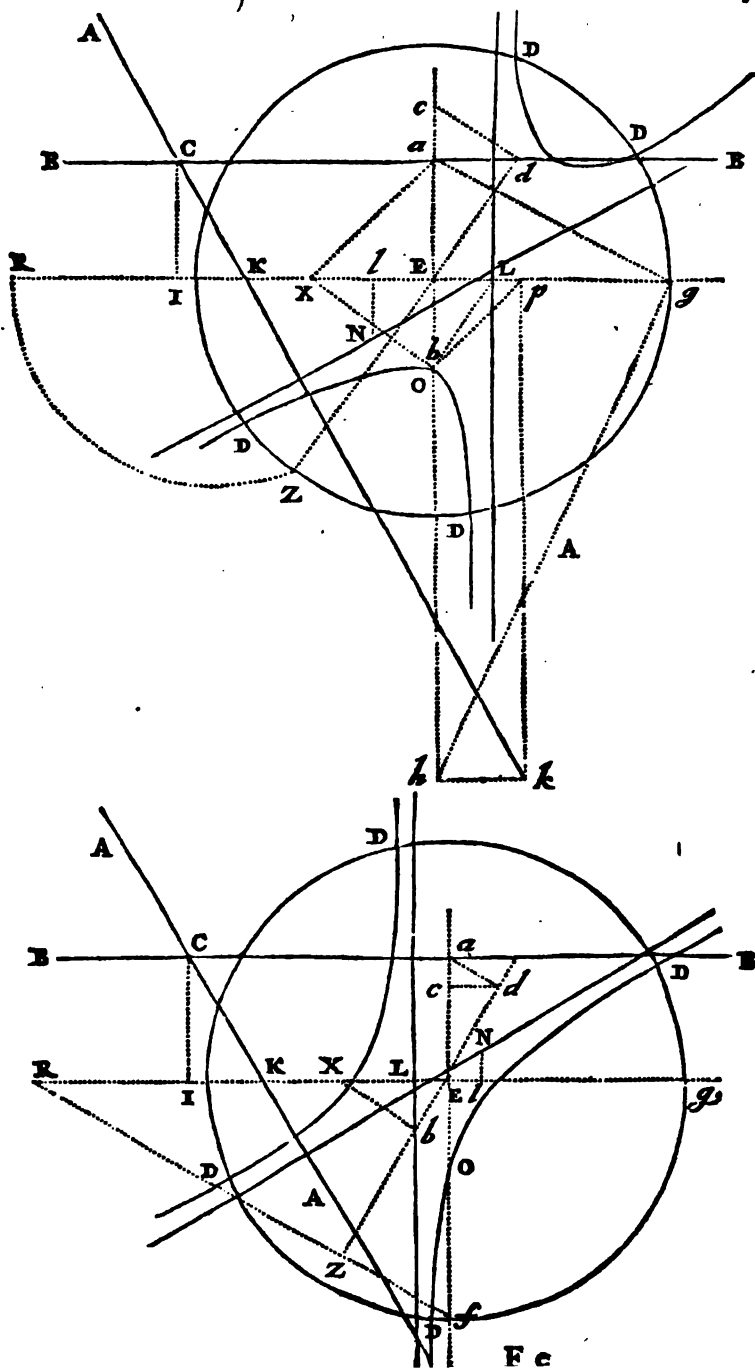
ged. door $-x + \frac{d - e,bb}{aa \mp bb}$ / komt $-y \pm \frac{e}{c}x \mp \frac{bbc}{aa \mp bb} \pm \frac{d - e,bbe}{aa \mp bb,c}$,

Stellende a groter als b.

$x \propto 0$ nemende, zo is $+y \propto \frac{ccd - bbe}{d - e,c}$, of $-y \propto \frac{bbe - ccd}{d - e,c}$ hier uyt hebben wy gevonden deze (die wy meenen dat mede algemeen is)

Conſtructie. Haalt door E, het middelpunt, twee lynen als voren, een rechthoekig door de eene gegeve lyn BC, hem ſnydende in *a*, en een ander daar aan evenwydig, ſnydende de andere gegeve lyn AC in K, en het Rond in *g*: dan haalt *ag*, en daar op rechthoekig *gh*, ontmoetende de verlengde *a*E in *h*; dan *hk* evenwydig aan KE, ſtotende AC in *k*; dan *kp* gelykwydig aan *h*E, ontmoetende KE in *p*: dan getrokken CI rechthoekig op EK, en genomen KX gelyk KI: dan gehaalt X*a*, en daar aan evenwydig *p* O, ſtotende E*a* in O. Dan neemt in KE, ER zo lang als de gegeve lyn *a*. *In de* 1e. *figuur* D *in* AB *zynde*. Maakt op ER een halfrond, ſnydende het gegeve Rond in Z: dan haalt EZ, en daar door rechthoekig X*b*, ſtotende *a*E in *b*: dan *b*L rechthoekig op X*b*, ſtotende KE in L: haalt door L een perpendiculaar door KE; die is de eene Aſymptotus: dan getrokken ZE*d*, ontmoetende BC in *d*; dan *dc* daar op rechthoekig, ſtotende *a*E in *c*. *In de* 2. *figuur* D *in de verlengde van* AB *zynde*. Laat *f* het punt wezen daar de verlengde *a*E het Rond ſnyt: dan haalt R*f*, en daar op de Lootlyn EZ: dan trekt X*b* hier op rechthoekig: dan door *b* een rechthoekige door CB; deze is de eene Aſymptotus: dan *ad* rechthoekig op de verlengde ZE, en *dc* zodanig op E*a*. *In beyde de figuren*. Neemt

in

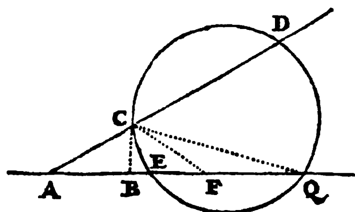

A
D
c
D
B
C
a
B
d
R
K
l
E
L
I
X
p
g
N
b
O
D
Z
D
A
h
k
A
D
a
B
C
B
D
c
d
N
R
K
X
L
I
E
l
g
b
O
D
A
Z
f
D

in KE, El gelyk EL, en trekt lN gelyk en evenwydig aan ca, zo dat de koers van l na N is als die van c na a: dan haalt door N een rechthoekige door AC; deze is, in beyde de figuren, de andere Asymptotus. Dan beschryft met de gevonde Asymptoti in yder figuur een Hyperbole die door O gaat, en ook zyn tegengestelde: deze snyden het gegeve Rond in de Raakpunten D, D enz. daarom getrokken enz.

Indien men hebben wil dat de Rechthoek ADB zo groot moet wezen als het vierkant van de Straal van 't gegeve Rond, of dat a ꝏ b is, zo ziet men, in 't geval alwaar D in AB is, dat de Termen met xy, en ook met xx gemultipliceert zullen verdwynen, en datter niets zal overblyven als waar in x en y enkelt zyn, en by gevolg dat het punt D als dan zal konnen gevonden door de snee van het gegeve Rond en een rechte lyn.

Heeft men lust deze Questie verder te vervolgen: willende dat AD tot DB zal hebben een gegeve reden, zo zal men bevinden dat de Raakpunten wederom zullen vallen in de snee van een Hyperbole en het gegeve Rond, uytgenomen dan wanneer de gegeve lynen elkander rechthoekig snyden, in welk geval de voornoemde punten zyn in de snee van een Parabole en dit Rond: en loopt daar en boven een van de gegeve lynen door 't Centrum, zo vind men D door de snyding van een rechte lyn en het gegeve Rond.

XXII. WERKSTUK.



AQ ꝏ a
AB ꝏ x
BC ꝏ y

Gegeven zynde een Rond, en een lyn AQ, *snydende dit Rond in* E *en* Q; *en een punt* A *in deze lyn: door* A *een andere te trekken, het Rond snydende in* C *en in* D, *zodanig dat de boog van* Q *tot* D *driemaal groter is als de boog van* C *tot* E: *mits dat 'er een zelfde strekking van cours is van* C *tot* E *als 'er is van* Q *tot* D, *beyde met of tegen de Son om.*

Trekt

Trekt CQ. Dewyl de Boog QD 3 maal groter is als de Boog CE, zo is QCD ook 3 maal grooter als CQA, en daarom CAQ 2 maal grooter als CQA.

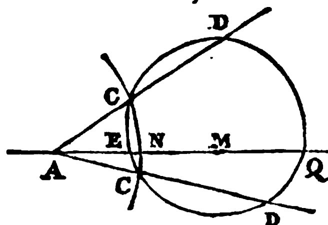
Vorder. Trekt CB rechthoekig op AQ, en neemt BF gelyk BA, en haalt CF; zo is BFC gelyk BAC, dat is gelyk 2 maal CQA: dies is FCQ gelyk CQF, en daarom CF gelyk FQ.

Dewyl FQ, CF, of AC is $\infty\, a - 2x$, zo hebben wy $aa - 4ax + 4xx \infty\, xx + yy$,

of $yy \infty\, aa - 4ax + 3xx$, een *Hyperbole*.

waar van AQ is de As, wiens Rechtezyde driemaal langer is als de Dwarse, om datter een 3 by de xx gevoegt is, en men geen enkele y heeft

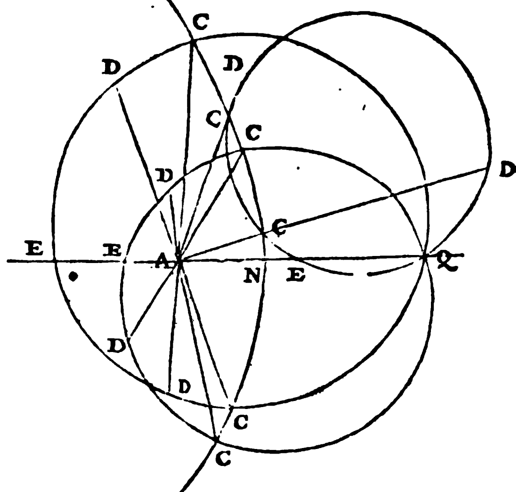
$y \infty\, 0$ zynde, zo is $x \infty + \frac{2}{3}a \pm \sqrt{\frac{1}{9}aa}$, dat is $x \infty + a$, en ook $x \infty + \frac{1}{3}a$.



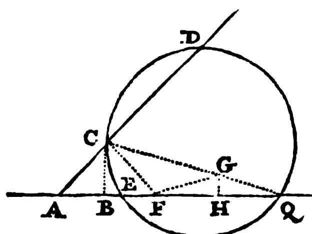
Constructie. Deelt AQ in N en in M in drie gelyke deelen, en beschryft op AQ als As, met NQ als Dwarse, en met 2 maal AQ als Rechtezyde, een Hyperbole door N als Top: deze het geve Rond in C C snydende, zo trekt twee onbepaalde rechte door A en C: deze snyden het Rond in D, waar door de Boog van Q tot D driemaal grooter is als de Boog van C tot E, beyde een zelfde koers omlopende.

Indien de gegeve lyn AQ loopt door 't Middelpunt van 't gegeve Rond, zo valt F in dit middelpunt, en daarom is AC als dan gelyk aan de Straal van dit Rond. Hierom uyt A als Centrum, met de halve middellyn van dit Rond als Straal; een Rond trekkende, men vind de voornoemde punten C, C: daarom getogen door A en C een rechte, deze snyt het zelfde Rond ook in D,

Aanmerkinge. Dewyl men in de Constructie geen ding gebruikt heeft die de hoegrootheit van het Rond kan bepalen, zo ziet men dat de zelfde Hyperbole NC ook kan dienen tot alle Ronden, hoe groot ook van Straal, alsze slegs zodanig getogen zyn datze gaan door Q, en datze de Hyperbole snyden. Zulx ziet men toegepast in de volgende figuur.



XXIII. Werkstuk.



Wil men, met de zelfde bepaling, dat de Boog QD *viermaal grooter is als de Boog* CE.

Aanmerkt CF en FG yder zo lang als CA, ontmoetende AQ en CQ in F en in G.

Dewyl nu DCQ is 4 tegens dat CQA is 1, zo is CAQ 3, en daarom ook CFA; en overzulx is FCQ, of FGC 2; dies is GFQ 1 zo wel als GQF: zo is dan GQ als GF, of als AC $\infty \surd . xx + yy$; en de Perpendiculaar GH valt in 't midden van FQ.

Om dat FQ is $\infty\, a - 2x$, zo is HQ $\infty\, \frac{1}{2}a - x$: en dewyl QB $a - x$ is tot BC y, als QH $\frac{1}{2}a - x$ tot HG, zo vind men $\frac{\frac{1}{2}ay - xy}{a - x}$ voor HG; by welkers Vierkant vergaart het Vierkant van HQ, men vind een hoegrootheit die ∞ is aan $xx + yy$, het Vierkant van GQ: welke gereduceert,

men vind $\frac{1}{4}a^3 - 1\frac{1}{2}aax + 2\frac{1}{4}axx - x^3 - \frac{3}{3}ayy + xyy \infty 0$,

een

een Æquatie passende op een Kromme van het tweede geslagt, wiens trek hier nevens te zien is, welkers Top N de lyn AQ snyd op zyn $\frac{1}{4}$ van A af te rekenen. Hier in is mede toepasselyk de Aanmerking van hier voren.

Indien men wil dat QD vyfmaal grooter is als CE, zo zal men op deze wyze een Æquatie vinden van vier dimensien.

XXIV. WERKSTUK.

Tusschen twee gegeve lynen a en b twee midden evenredige te vinden, op veele onderscheydene wyzen. Pappus de 5 Propositio van 't 1 Boek.

Wy voegender dit laatste by, om in dit eene Werkstuk aan te wyzen de *Methode waar door men een Questie op veele onderscheydene wyzen kan ontbinden*, eerst te voorschyn gebragt door *R. F. Slusius*, gelyk te zien is in zyn *Mesolabum*: wy hebben het al ten deele aangewezen in de voorgaande voorbeelden, maar in dit zullen wy het volslagender doen: wy nemen daar toe dit Werkstuk om dat het de aldereenvoudigste Æquatien geeft, welke door veelderley samenvoeging, aftrekking, enz., die in deze manier van doen gebruykt werd, merkelyk in Termen toenemen, dog in de kleender minder als in de grooter.

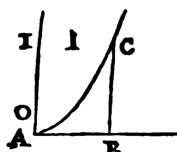
Laat ons dan nemen dat $a : x : y : b$ gedurig evenredig zyn:

zo is $xx \infty ay$, $yy \infty bx$, en $xy \infty ab$.

Æquatien zynde die yder een *Plaats* afbeelden, om dat in elk van hen twee onbekende zyn; welkers hoek tusschen beyden begrepen men zal mogen nemen na believen, om dat ze onbepaalt is.

AB ∞ *x*, beginnende van A;
BC ∞ *y*, evenwydig aan AI;
OC de plaats van het punt C, beginnende van O.

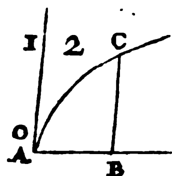
Wy zullen, als voor dezen, nemen AB altyd aan de rechter zyde van A, en BC altyd opwaarts.



op *xx* ∞ *ay*.

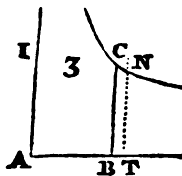
Volgens dit gestelde zo levert de eerste Æquatie, *xx* ∞ *ay*, uyt een figuur als de *eerste* van de nevenstaande, waar in de Kromme AC is een *Parabole*, welkers Top is A, Middellyn AI, en wiens Rechtezyde is ∞ *a*.

De tweede Æquatie, *yy* ∞ *bx*, geeft ons een figuur als de *tweede*; waar in de Kromme AC mede is een *Parabole*, welkers Top is A, Middellyn AB, en Rechtezyde ∞ *b*.



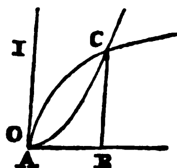
op *yy* ∞ *bx*

De derde Æquatie, *xy* ∞ *ab*, brengt voort een figuur als de *derde*; van de welke de Kromme NC is een Hyperbole, hebbende AI en AB tot haare Asymptoti, en N tot haar Top; in de welke AT en TN yder zyn ∞ $\sqrt{ab}$, mits dat TN evenwydig aan AI is.

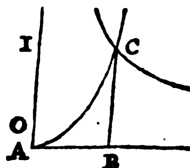


op *xy* ∞ *ab*

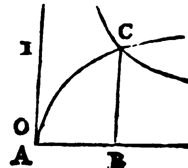
Twee van deze figuren zodanig te zamenvoegende, dat AI *van de eene komt te vallen op* AI *van de andere, en* AB *van de eene op* AB *van de andere, zo zullen deze Kromme elkander snyden in het waare punt* C; *waar uyt dan getogen* CB *evenwydig aan* AI, *men heeft de twee begeerde midden evenredige* AB *en* BC; gelyk zulx vertoont werd in de volgende figuren, passende op de Æquatien die onder yeder van hen aangetekent zyn.



1 en 2 figuur.
op *xx* ∞ *ay*,
en *yy* ∞ *bx*,



1 en 3 figuur.
op *xx* ∞ *ay*,
en *xy* ∞ *ab*.



2 en 3 figuur.
op *yy* ∞ *bx*,
en *xy* ∞ *ab*.

Deze

voornoemde drie Æquatien, om dat ze gee
wisseling toelaten: had men nog een vierd
zoude nog drie andere konnen vinden, o
vierde met yder van de drie voorgaande zou
menvoegen; nog een vyfde hebbende, me
andere, en zo voort, yder nieuwe Æquati
levert uyt zo veel nieuwe Solutien als men
deze gevonden heeft: in 't kort, *de menigt*
ne ontbindingen zyn de somme van een Arith
beginnende van 0, *opklimmende met* 1, *en be*
men als men Æquatien heeft: en om dat me
menigte van Æquatien door twee, ik laat
kan vinden, zo volgt dat het ons in dit W
stof zal gebreken om de ontbinding te doen
derscheydene wyzen: zynze niet alle onder
danigheit, ze zullen ten minsten onderscl
hoegrootheit.

Deze Methode, *om door twee Æquatien*
is deze: reduceert ze gelyk aan nul, dan

1. Addeert ze, of
2. Substraheert ze, of
3. Multipliceert en Divideert eerst een
door twee quantiteyten genomen na believen
komst geaddeert of gesubstraheert by of van

Deze quantiteyten konnen zyn of lynen
't getallen, een enkelde multiplicatie is gen
een heel tal, van een heel en breuk, van e
een Surdisch.

Op deze wyze handelende t'elkens met
andere, men vind een menigte van andere
tien, gelyk gezegt is.

TOEPASSING.

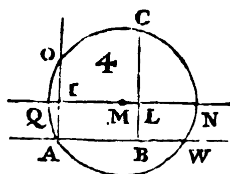
De gevonde Æquatien $xx \infty ay$, $yy \infty$
bragt gelyk aan nul, men heeft

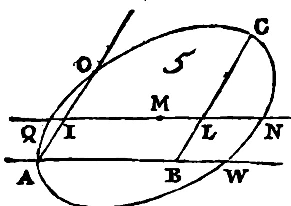
$$xx - ay \infty 0, \text{ A}$$
$$yy - bx \infty 0, \text{ B}$$
$$xy - ab \infty 0, \text{ C}$$

1. *Geval.* Vergaart A $xx - ay \propto 0$, by B $yy - bx \propto 0$,
komt $xx + yy - ay - bx \propto 0$,
of $yy \propto ay + bx - xx$,
of $y \propto \frac{1}{2}a \pm \sqrt{.\frac{1}{4}aa + bx - xx}$.
het Surdische $\propto 0$ nemende,
zo is $xx \propto bx + \frac{1}{4}aa$,
of $x \propto \frac{1}{2}b \pm \sqrt{.\frac{1}{4}bb + \frac{1}{4}aa}$.

D. een *Rond* als de hoek van x en y begrepen recht genomen werd, maar hen scheef nemende een *gelykzydige Ellipsis*.

$x \propto 0$ nemende, zo is $+y \propto a$: en $y \propto 0$ nemende, zo is $+x \propto b$.

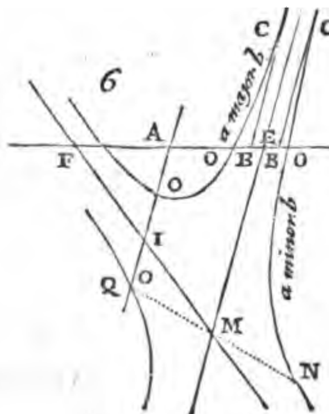




Waar uyt volgen figuren van de nevenstaande gedaante:
daar in is AI $\propto \frac{1}{2}a$,
en IM $\propto \frac{1}{2}b$.
IM is evenwydig aan AB.
MN en MQ zyn yder $\propto \sqrt{.\frac{1}{4}bb + \frac{1}{4}aa}$.
BAI is recht in de 4e. figuur.
BAI is scheef in de 5e. figuur.
In welke 5e. figuur de Rechtezyde zo lang is als QN de Dwarse.
De Kromme gaan in beyde de figuren door A.
AO is $\propto a$ en AW $\propto b$.
OCW is de plaats van het punt C.

2. *Geval.* Vergaart A $xx - ay \propto 0$, by C $xy - ab \propto 0$,
komt $xy + xx - ay - ab \propto 0$,
gedeelt door $-x + a$, komt $-y - x - a$.
$x \propto 0$ nemende, zo is $-y \propto b$.

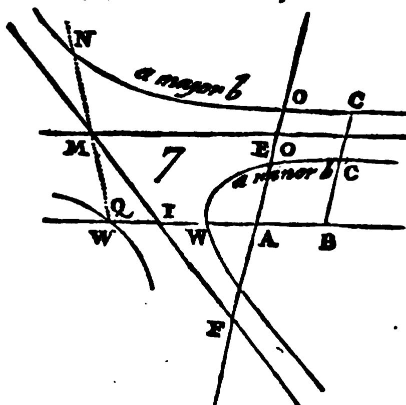
E. een *Hyperbole op de Asymptoti.*



Waar uyt volgt een figuur hebbende de nevenstaande gedaante:
daar in zyn
AE, AF, AI } yder $\propto a$,
AO neerwaarts $\propto b$;
ME is evenwydig aan AI,
MN $\propto$ MQ,
MF en ME zyn de Asymptoti.

3. *Geval.*

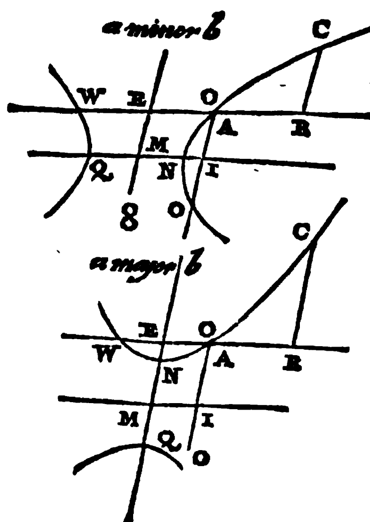
3. *Geval.* Vergaart B $yy - bx \infty o$, by C $xy - ab \infty o$,
komt $xy + yy - bx - ab \infty o$. F. een *Hyperbole.*
gedeelt door $-y + b$, komt $-x - y - b$.
$y \infty o$ nemende, zo is $-x \infty a$.



Hier uyt vind men een figuur van gedaante als de nevenstaande: daar in zyn
AE, AF, AI } yder ∞b,
AW ∞a,
ME is evenwydig aan AI,
MN ∞ MQ:
MF en ME zyn de Asymptoti.

II. LID. door *Substratio.*

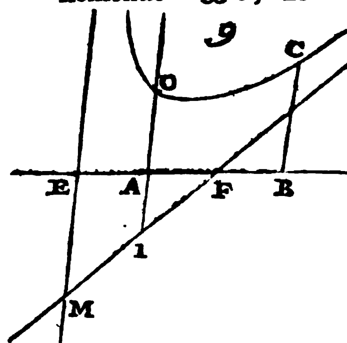
1. *Geval.* Van A $xx - ay \infty o$, afgetrokken B $yy - bx \infty o$, komt $xx - yy - ay + bx \infty o$, G. een *gelykzydige Hyperbole.*
of $y \infty -\frac{1}{2}a \pm \sqrt{.\frac{1}{4}aa + bx + xx}$.
het Surdische ∞o nemende,
zo is $x \infty -\frac{1}{2}b \pm \sqrt{.\frac{1}{4}bb - \frac{1}{4}aa}$
$x \infty o$ nemende, zo is $y \infty o$, en ook $-y \infty a$.



Hier door bekomt men figuren van de nevenstaande gedaante:
in beyde is AE $\infty \frac{1}{2}b$,
en EM $\infty \frac{1}{2}a$.
EM is evenwydig aan AI;
MI is evenwydig aan AB;
de Rechtezyde is gelyk de Dwarse:
de Kromme loopt door A.
Is *a kleender* als *b* zo dient de *eerste* figuur; daar in zyn MN en MQ yder $\infty \sqrt{.\frac{1}{4}bb - \frac{1}{4}aa}$; of NQ de Dwarse, en ook de Rechtezyde is $\infty \sqrt{.\,bb - aa}$.

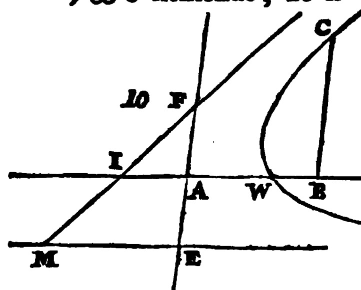
Is *a grooter* als *b* zo dient de *tweede* figuur : daar in zyn MN en NQ yder $\infty \sqrt{.\frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}bb}$: of NQ de Dwarse, en ook de Rechtezyde is $\infty \sqrt{.aa - bb}$.

2. *Geval.* Van C $xy - ab \infty 0$, afgetrokken A $xx - ay \infty 0$,
komt $xy - xx + ay - ab \infty 0$, H. een *Hyperbole op de Asymp.*
gedeelt door $-x-a$, komt $-y+x-a$.
nemende $x \infty 0$, zo is $+y \infty b$.



Waar door men vind een figuur als hier nevens: daar in zyn
AE, AF, AI } yder ∞a,
AO ∞b,
EM is evenwydig aan AI;
EM en MF zyn de Asymptoti.

3. *Geval.* Van C $xy - ab \infty 0$, afgetrokken B $yy - bx \infty 0$,
komt $xy - yy + bx - ab \infty 0$, I. een *Hyperbole.*
gedeelt door $-y-b$, komt $-x+y-b$.
$y \infty 0$ nemende, zo is $+x \infty a$.



Dit geeft een figuur als hier nevens: daar in zyn
AE, AF, AI } yder ∞b,
AW ∞a,
EM is evenwydig aan AI;
EM en MF zyn de Asymptoti.

Nota. Deze *tiende* en de *sevende* figuur, beyde geconstrueert op de Asymptoti, konnen mede opgemaakt werden zoekende de Middellyn, de Dwarse, en de Rechtezyde: maar om dat die op de Asymptoti de kortste Constructie geven, de minste uytrekening vereyst, en de zelve Kromme voorbrengt, zo zullen wy dit hier by laten, en ons vergenoegen met te zeggen dat de rechte, die door M en door A gaat, de Middellyn zoude wezen, om dat EF evenwydig is aan de Applicata, en om dat AF zo lang genomen is als AE.

Dit

Dit is alle het geene dat wy konnen vinden met twee, van de eerst gevonde Æquatien A, B, C te adderen, of te Substraheren: indien men verder gaat, adderende en Substraherende een van de gevondene D, E, F, G, H, I, en een van de eerste A, B, C; of twee van de gevondene, en zo voort, men zal wel andere en andere Æquatien vinden, en by gevolg ook wel andere en andere figuren, maar ze zullen echter een zelfde gedaante hebben met de geene die alrede gevonden zyn, alleenlyk daar in verschillende, dat de lynen AE, AI, AF, AQ, AW, MN, MQ, en de Rechtezyden zullen of langer of korter wezen: ja het zal niet anders te weeg brengen, als of men een van de Æquatien A, B, C eerst met 2, met 3, en zo voort, multipliceerde, en dan de uytkomst addeerde by een ander: want, D vergaderende by A, zo is 't even eens als of men A eerst multipliceerde met 2, en het prodruct addeerde by B. En om dat dit een zaak is die men onder de derde manier kan betrekken, zo zullen wy dit hier by laten, en daar toe overgaan.

III. LID. *Multiplicerende en Dividerende eerst een van hen met en door twee quantiteyten genomen na believen, en dan de uytkomst geaddeert of gesubstraheert met een van de andere.*

Indien men dit doet aan een van de drie eerste A, B, C, en dan de uytkomst, en een van deze eerste, vergaart, of aftrekt, zo vind men wel andere Æquatien, maar ze geven echter de zelfde figuren; evenwel zodanige waar in de lynen AE, AI enz. gedurig veranderen, en daarom mede de Trek van de Kromme, naar dat men n of p, waar mede men hen multipliceert en divideert, t'elkens anders en anders neemt, ter oorzake dat hier door alleenlyk verandert werd het bekende: geen Tekens, nog ook geen vermeerdering of vermindering in de Termen, gelyk in 't volgende zal konnen gezien werden.

Op de Additio.

A $xx - ay \infty 0$, gemultipliceert met n, en het product gedivideert door p, komt $\frac{n}{p}xx - \frac{na}{p}y \infty 0$, hier by ver-
B $yy - bx \infty 0$,

komt $\frac{n}{p}xx + yy - \frac{na}{p}y - bx \infty 0$, K. een *Ellipsis*.

of $y \infty \frac{\frac{1}{2}na}{p} \pm \surd. \frac{\frac{1}{4}nnaa}{pp} + bx - \frac{n}{p}xx$.

 Het

Het Surdische ∞ o nemende, zo is

$$x \infty \frac{\frac{1}{2}pb}{n} \pm \sqrt{.\ \frac{\frac{1}{4}ppbb}{nn} + \frac{\frac{1}{4}naa}{p}}.$$

$x \infty$ o nemende, zo is $+y \infty \frac{na}{p}$, of ∞ o.

$y \infty$ o nemende, zo is $+x \infty \frac{pb}{n}$, of ∞ o.

Dit geeft een figuur van gedaante als de *vyfde*, uytgenomen dat AI nu is $\infty \frac{\frac{1}{2}na}{p}$, IM $\infty \frac{\frac{1}{2}pb}{n}$, MN en MQ yder $\infty \sqrt{.\ \frac{\frac{1}{4}ppbb}{nn} + \frac{\frac{1}{4}naa}{p}}$, en de Rechtezyde $\infty \sqrt{.\ bb + \frac{n^3aa}{p^3}}$ (die men vind multiplicerende NQ met $\frac{n}{p}$, het bekende by xx) Dewyl men deze n, en ook de p t'elkens anders en anders kan nemen, zo ziet men dat men een oneyndig getal van figuren kan vinden op dit eene geval, die echter de zelfde gedaante behouden.

Aanmerkt men n en p voor getallen. Stelt men $n \infty 3$ en $p \infty 2$: of had men de Æquatie A gemultipliceert met 3 en gedivideert door 2; of had men ze alleenlyk gemultipliceert met $1\frac{1}{2}$, zo zou men voor $\frac{\frac{1}{2}na}{p}$ vinden $\frac{3}{4}a$, voor $\frac{\frac{1}{2}pb}{n}$ vinden $\frac{1}{3}b$, voor $\sqrt{.\ \frac{\frac{1}{4}ppbb}{nn} + \frac{\frac{1}{4}naa}{p}}$ vinden $\sqrt{.\ \frac{1}{9}bb + \frac{3}{8}aa}$, en voor $\sqrt{.\ bb + \frac{n^3aa}{p^3}}$ vinden $\sqrt{.\ bb + 3\frac{3}{8}aa}$.

Stelt men $n \infty \sqrt{2}$ en $p \infty 1$, of multipliceert men A alleenlyk met $\sqrt{2}$, zo vind men $\frac{1}{2}a\sqrt{2}$, $\frac{1}{4}b\sqrt{2}$, $\sqrt{.\ \frac{1}{8}bb + \frac{1}{4}aa\sqrt{2}}$, $\sqrt{.\ bb + 2aa\sqrt{2}}$ voor de zo evengenoemde quantiteyten.

Nota. Had men B gemultipliceert met n en gedivideert door p, en de uytkomst vergaart by A, men hadde nog een andere Trek der Kromme gevonden, hoewel mede een Ellipsis, van gedaante als de *vyfde* figuur. AI zou men dan gevonden hebben $\infty \frac{\frac{1}{2}pa}{n}$, IM $\infty \frac{\frac{1}{2}nb}{p}$, MN en MQ yder $\infty \sqrt{.\ \frac{\frac{1}{4}nnbb}{pp} + \frac{\frac{1}{4}paa}{n}}$, en de Rechtezyde $\infty \sqrt{.\ bb + \frac{p^3aa}{n^3}}$; verschillende met het zo even gevondene nergens anders in als dat p komt te staan in de plaats van de n, en de n in de plaats van de p: welke verandering in de figuur mede te weeg kan gebragt werden, nemende, in het voorgaande, de n zo groot als aldaar de p genomen is, en de p als de n.

Het product van A $\frac{n}{p}xx - \frac{na}{p}y \infty$ o, vergaart by C $xy - ab \infty$ o,

komt

komt $xy + \frac{n}{p}xx - \frac{na}{p}y - ab \infty 0$, L. een *Hyperbole*.

gedeelt door $-x + \frac{na}{p}$, komt $-y - \frac{n}{p}x - \frac{nna}{pp}$.

$x \infty 0$ nemende, zo is $-y \infty \frac{pb}{n}$.

Dit geeft een figuur van de gedaante als de *seſde*, uyt genomen dat AE en AF nu yder zyn $\infty \frac{na}{p}$, AI $\infty \frac{nna}{pp}$, en AO $\infty \frac{pb}{n}$.

B $yy - bx \infty 0$, gemultipliceert met n en gedivideert door p, komt $\frac{n}{p}yy - \frac{nb}{p}x \infty 0$, hier by C $xy - ab \infty 0$

komt $xy + \frac{n}{p}yy - \frac{nb}{p}x - ab \infty 0$, M. een *Hyperbole*.

gedeelt door $-y - \frac{nb}{p}$, komt $-x - \frac{n}{p}y - \frac{nnb}{pp}$.

$y \infty 0$ nemende, zo is $-x \infty \frac{pa}{n}$.

Dit geeft een figuur van gedaante als de *ſevende*, maar nu zyn AE en AF yder $\infty \frac{nb}{p}$, AI $\infty \frac{nnb}{pp}$, en AW $\infty \frac{pa}{n}$.

Op de Subſtractio.

A $xx - ay \infty 0$, gemultipliceert met n en gedivideert door p, komt $\frac{n}{p}xx - \frac{na}{p}y \infty 0$, hier van getrokken B $yy - bx \infty 0$,

komt $\frac{n}{p}xx - yy - \frac{na}{p}y + bx \infty 0$, N. een *Hyperbole*.

of $y \infty -\frac{\frac{1}{2}na}{p} \pm \sqrt{.\frac{\frac{1}{4}nnaa}{pp} + bx + \frac{n}{p}xx}$

Het Surdiſche $\infty 0$ nemende, zo is

$x \infty -\frac{\frac{1}{2}pb}{x} \pm \sqrt{.\frac{\frac{1}{4}ppbb}{nn} - \frac{\frac{1}{4}naa}{p}}$.

$x \infty 0$ nemende, zo is $y \infty 0$, en ook $-y \infty \frac{na}{p}$.

Dit geeft een figuur van gedaante als de *achtſte*. Als de eerſte daar van wanneer $\frac{\frac{1}{4}ppbb}{nn}$ grooter is als $\frac{\frac{1}{4}naa}{p}$; als dan is AE $\infty \frac{\frac{1}{2}pb}{n}$, EM $\infty \frac{\frac{1}{2}na}{p}$, MN en MQ yder $\infty \sqrt{.\frac{\frac{1}{4}ppbb}{nn} - \frac{\frac{1}{4}naa}{p}}$, en de Rechtezyde $\infty \sqrt{.bb - \frac{n^3aa}{p^3}}$. Maar is $\frac{\frac{1}{4}ppbb}{nn}$ kleender als $\frac{\frac{1}{4}naa}{p}$, zo is de figuur als de *tweede* van die twee; daar in AE en EM zyn als voren, maar MN en MQ zyn yder ∞ $\sqrt{.\frac{\frac{1}{4}nnaa}{pp} - \frac{\frac{1}{4}pbb}{n}}$, en de Rechtezyde is $\infty \sqrt{.aa - \frac{p^3bb}{n^3}}$: in beyde lopen de Kromme mede door 't punt A.

Het product van A, $\frac{n}{p}xx - \frac{na}{p}y \infty 0$, geſubſtraheert van C $xy - ab \infty 0$,

 komt

gedeelt door $-x-\frac{na}{p}$, komt $-y+\frac{n}{p}x-\frac{nna}{pp}$.

$x \infty o$ nemende, zo is $+y \infty \frac{pb}{n}$.

Dit geeft een figuur hebbende een gedaante als de *negende*; maar nu zyn AE en AF yder $\infty \frac{na}{p}$, AI $\infty \frac{nna}{pp}$, en AO $\infty \frac{pb}{n}$

B $yy-bx \infty o$, gemultipliceert met n en gedivideert door p, komt $\frac{n}{p}yy-\frac{nb}{p}x \infty o$, dit van C $xy-ab \infty o$ afgenomen, komt $xy-\frac{n}{p}yy+\frac{nb}{p}x-ab \infty o$, P. een *Hyberpole*.

gedeelt door $-y-\frac{nb}{p}$, komt $-x+\frac{n}{p}y-\frac{nnb}{pp}$.

$y \infty o$ nemende, zo is $+x \infty \frac{pa}{n}$.

Dit geeft een figuur van gedaante als de *tiende*; maar nu zyn AE en AF yder $\infty \frac{nb}{p}$, AI $\infty \frac{nnb}{pp}$, en AW $\infty \frac{pa}{n}$.

Van drie Æquatien.

Indien men de drie Æquatien A, B, C tegelyk gebruykt, zo vind men wederom andere gedaantens van figuren.

C $xy-ab \infty o$, multiplicerende met n en dividerende door p, komt $\frac{n}{p}xy-\frac{nab}{p} \infty o$; hier by vergaart B $yy-bx \infty o$, en ook A $xx-ay \infty o$,

komt $xx+yy+\frac{n}{p}xy-ay-bx-\frac{nab}{p} \infty o$, Q.

of $y \infty -\frac{\frac{1}{2}n}{p}x+\frac{1}{2}a \pm \sqrt{.+\frac{\frac{1}{4}nn}{pp}xx-xx-\frac{\frac{1}{2}na}{p}x+bx+\frac{1}{4}aa+\frac{nab}{p}}$.

neemt men

p gelyk aan $\frac{1}{2}n$, zo geeft deze Æq. een *Parabole*.
p kleender als $\frac{1}{2}n$, zo geeft ze een *Hyperbole*.
p grooter als $\frac{1}{2}n$, zo geeft ze een *Ellipsis*.
ook een *Rond*, in dien men maakt dat CB rechthoekig door de Middellyn gaat.

Neemt men $p \infty n$, of heeft men C met 2 gemultipliceert eer men hem by A en B addeerde,

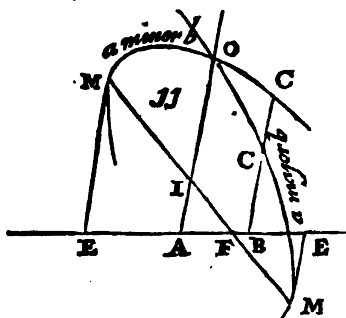
zo is $y \infty -x+\frac{1}{2}a \pm \sqrt{.-ax+bx+\frac{1}{4}aa+2ab}$.

Het Surdische ∞o nemende,

zo is $+x \infty \frac{\frac{1}{4}aa+2ab}{a-b}$, of $-x \infty \frac{\frac{1}{4}aa+2ab}{b-a}$.

$x \infty o$ nemende, zo is $+y \infty \frac{1}{2}a+\sqrt{.\frac{1}{4}aa+2ab}$.

Dit



Dit geeft een figuur als hier nevens, waar in de Kromme twee Parabolen zyn.

AI en AF zyn elk $\infty \frac{1}{2} a$;

AE, ter rechter zyde van A, is $\infty \frac{\frac{1}{4}aa + 2ab}{a - b}$ als a grooter is als b.

AE, ter linker zyde van A, is $\infty \frac{\frac{1}{4}aa + 2ab}{b - a}$ als a kleender is als b.

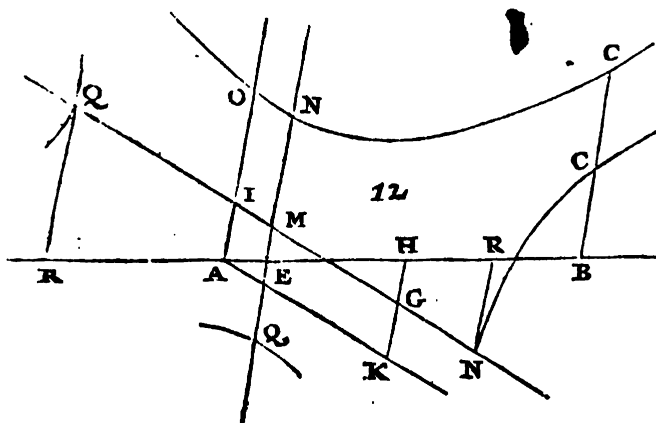
IO is in beyde $\infty \sqrt{.\frac{1}{4}aa + 2ab}$.

De derde evenredige tot MI en IO is de Rechtezyde, om dat M M haar gemeene Middellyn is, en om dat M M haare Toppen zyn. Om de figuren op de andere Kromme te maken, zo stelt, van de eerste Æquatie, het Surdische ∞ o; komt daar door

$$x \infty \frac{\overset{(d)}{+\frac{1}{2}na - bp}\,\frac{1}{2}p}{\frac{1}{4}nn - pp} \pm \sqrt{.\,dd - \frac{\frac{1}{4}ap + bn.\,ap}{\frac{1}{4}nn - pp}},$$ op de *Hyperbole*.

$$x \infty \frac{\overset{(d)}{-\frac{1}{2}na + bp},\frac{1}{2}p}{pp - \frac{1}{4}nn} \pm \sqrt{.\,dd + \frac{\frac{1}{4}ap + bn,\,ap}{pp - \frac{1}{4}nn}},$$ op de *Ellipsis*.

Deze Æquatien geven figuren van gedaante als de onderstaande; in beyde is AH $\infty\, p$, HK $\infty \frac{1}{2} n$, KG $\infty \frac{1}{2} a$,



AE $\infty\, d$, aan die zyde van A als hier getekent is, indien $\frac{1}{2}na$ grooter is als bp, anders aan de andere zyde. ER en ER is yder

yder ∞ het Surdische in de Ellipsis; ook in de Hyperbole als dd grooter is als $\frac{\frac{1}{4}ap + bm,ap}{\frac{1}{4}nn - pp}$. Maar is dd kleender als $\frac{\frac{1}{4}ap + bm,ap}{\frac{1}{4}nn - pp}$, zo moet men, in de figuur op de Hyperbole, MN en MQ in de lyn EM af meten, yder zo lang als $\surd . \frac{1}{4}aa + \frac{nab}{p} - \frac{\frac{1}{4}nn - pp,dd}{pp}$. In alle drie is IO ∞ $\surd . \frac{1}{4}aa + \frac{nab}{p}$.

Men kan een Rond in plaats van een Ellipsis vinden, indien men op AH ∞ p een Halfrond maakt, en daar in neemt HK ∞ $\frac{1}{2}n$, en dat men voor de rest handelt als in de Ellipsis gedaan is: want, □ AK ∞ $pp - \frac{1}{4}nn$, geeft het □ AH ∞ pp, wat de gevonde $+ \frac{\frac{1}{4}nn}{pp}xx - xx$? komt $- xx$, zynde het merkteken van een Rond als de hoek MLC recht is, gelyk ze hier zodanig valt, om dat ze gelyk is aan de hoek AKH.

Indien

Indien men neemt $p \infty n$, zo is
$y \infty -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}a \pm \sqrt{.} -\frac{3}{4}xx - \frac{1}{2}ax - bx + \frac{1}{4}aa + ab$, een *Ellip.* of een *Rond.* Zynde de zelfde Æquatie die men bekomen zoude wanneer men de drie Æquatien A, B, C te zamen addeerde, zonder een van hen al vorens te multipliceren en te divideren.

Het Surdiſche ∞ o nemende, zo is
$x \infty \frac{2}{3}b - \frac{1}{3}a \pm \sqrt{.} \frac{4}{9}bb + \frac{8}{9}ab + \frac{4}{9}aa \; (\frac{2}{3}b + \frac{2}{3}a)$
of $+x \infty 1\frac{1}{3}b + \frac{1}{3}a$, en $-x \propto a$.

Hier uyt volgen figuren van gedaante als de 13[e]. en 14[e]., met dit onderſcheit, neemt men AH $\infty\, a$, zo moet HK en ook KG yder wezen $\infty\, \frac{1}{2}a$; dies valt G in H. AE is $\infty\, \frac{2}{3}b - \frac{1}{3}a$, en ER ER yder $\infty\, \frac{2}{3}b + \frac{2}{3}a$; of AR ter rechter zyde $\infty\, 1\frac{1}{3}b + \frac{1}{3}a$, en AR ter linker zyde $\infty\, a$. IO is $\infty \sqrt{.} \frac{1}{4}aa + ab$.

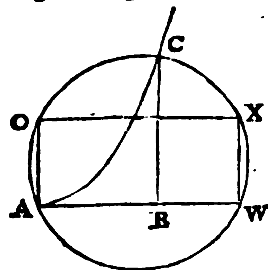
Indien men A of B multipliceert en divideert gelyk wy aan C gedaan hebben, zo zal de n en de p haar in andere Termen van de Æquatie anders vertonen als ze nu doen, en by gevolg zo zullen de lynen van de figuren wederom anders werden als ze nu gevonden zyn.

Indien men twee van hen vergaarde, en de ſom aftrok van de derde, of de derde aftrok van de ſom, of zonder voorgaande multiplicering en dividering, of met hen; getallen voor n en p gebruykende, of lynen, zo ziet men dat men daar door nog verſcheyde andere gedaantens van Æquatien zal konnen vinden, en daarom ook nog verſcheyde andere figuren die zoude konnen dienen tot de ontbinding. Maar wy zullen afkorten, om dat het Ul. en ook ons zoude verveelen meer dies aangaande op te halen.

Tot beſluyt, gelyk in 't begin gezegt, en ook ten deele is aangewezen, *Indien men twee van de gevonde figuren zodanig te zamenvoegt, dat, van beyde, de* A *komt te vallen op de* A, *de* AI *op de* AI, *waar door* B *komt aan de rechter zyde van* A, *en* BC *opwaarts, zo zullen de twee Kromme elkander ſnyden in het waare punt* C. In alle figuren zal het gezeyde konnen geſchieden, behalven in twee Ronden.

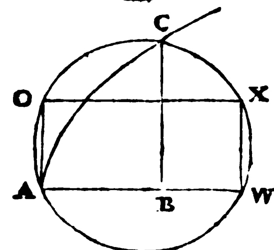
Indien men twee van die figuren te zamen voegt, dewelke gevonden zyn uyt de Æquatien waar in geen van de onbepaalde n en p zyn, zo kan men weynig verkorting in haare Conſtructie vinden: het voornaamſte zal zig op doen als men de hoek ABC recht neemt.

voegt, zo geeft het een zeer eenvoudige Constructie.



Maakt een Rectangulum AOXW, daar van AO is ∞ *a*, en AW ∞ *b*; en beschryft daarom een Rond, men heeft de *vierde* figuur van hier voren.

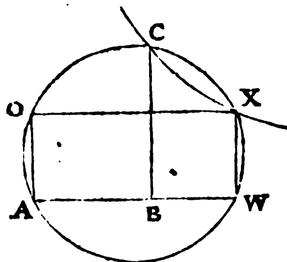
Dan trekt een Parabole uyt A als Top, met AO als As, en ook als Rechtezyde, als in de eerste van de nevenstaande:



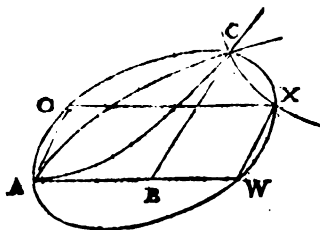
Of, met AW als As, en ook als Rechtezyde, als in de tweede:

Of met AO en AW als Asymptoti, een Hyperbole die door X gaat, als in de derde van de nevenstaande figuren:

Zo zal yder van deze Kromme het Rond snyden in het waare punt C. Getogen hebbende CB evenwydig aan AO, zo zullen AO AB BC AW gedurig evenredig wezen: of AB en BC zyn de begeerde midden evenredige.



Gebruykt men de *vyfde* figuur, zo zal alles wezen gelyk nu even gezegt is: maar het Parallelogram zal scheefhoekig moeten wezen, en ook zodanig de beweeglyke hoek; als te zien is in de vierde van de nevenstaande figuren.



Maar als *n* of *p*, of zy beyde, in een van de Æquatien is, waar uyt een van de figuren geformeert werd, door welkers te zamenvoeging dat men de Solutie wil volbrengen, zo zal men door een naukeurige onderzoeking, de aangetekende Constructie, veeltyts nog merkelyk konnen verbeteren.

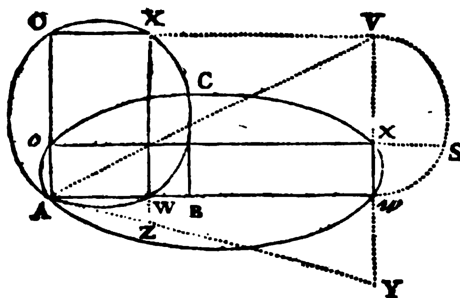
Willende de ontbinding doen door de zamenvoeging van de

de *vierde* en *vyfde* figuur van hier voren : de vierde nemende zodanig als ze gevonden is uyt de Æquatie (D) $yy \infty ay + bx - xx$, en de vyfde zodanig als ze gevonden is uyt de Æquatie (K) $yy \infty \frac{na}{p}y + bx - \frac{n}{p}xx$, waar door, in de vyfde figuur, AI moet wezen $\infty \frac{\frac{1}{2}na}{p}$, IM $\infty \frac{\frac{1}{2}pb}{n}$; of AO $\infty \frac{na}{p}$, en AW $\infty \frac{pb}{n}$; QN $\infty \sqrt{.\frac{ppbb}{nn} + \frac{naa}{p}}$, en de Rechtezyde $\infty \sqrt{.bb + \frac{n^3aa}{p^3}}$.

Aanmerkende dat het gemultipliceerde van AO $\infty \frac{na}{p}$, met AW $\infty \frac{pb}{n}$, voortbrengt ab, en dat de hoek OAW nu recht moet wezen, zo ziet men dat de ▭en OAW, in het Rond en in de Ellipsis, beyde even groot zyn, of dat haare zyden weerkerig evenredig zyn.

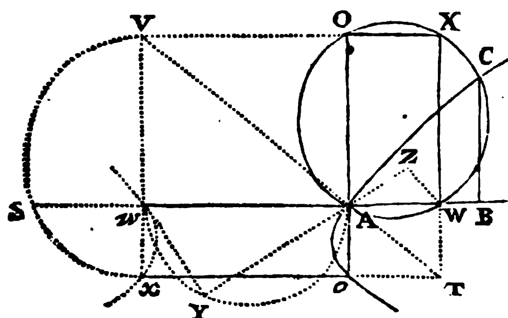
Nemende, om kortheits wille, $n \infty b$, zo is in de Ellipsis AO $\infty \frac{ab}{p}$, en AW ∞p; QN (zynde nu de As) $\infty \sqrt{.pp + \frac{baa}{p}}$, en de Rechtezyde $\infty \sqrt{.bb + \frac{b^3aa}{p^3}}$.

Hebbende gemaakt de Rechthoek AOXW, waar van dat AO is ∞a, en AW ∞b, en daarom beschreven een Rond: en hebbende nog een andere Rechthoek $Aoxw$ gemaakt, zo groot als de eerste, nemende de lengte Aw, of OV na believen, dat is ∞p, zo heeft men alleenlyk om deze laatste een Ellipsis te beschryven : of een wiens As, evenwydig aan Aw, is $\infty \sqrt{.pp + \frac{baa}{p}}$, en wiens Rechtezyde is $\infty \sqrt{.bb + \frac{b^3aa}{p^3}}$, of $\infty \frac{b}{p}\sqrt{.pp + \frac{baa}{p}}$: of wiens As is AY, en wiens Rechtezyde is AZ, die men vind, makende op Vw een halfrond, snydende de verlengde ox in S, nemende wY, in de verlengde Vw aan w, zo lang als wS, halende AY, snydende de verlengde XW in Z (want, het □ wS, of het □ wY is ∞ de ▭ Vwx, of ∞ het vermenigvuldigde van V$w \infty a$ met $wx \infty \frac{ab}{p}$; en om dat $Aw \infty p$ is,

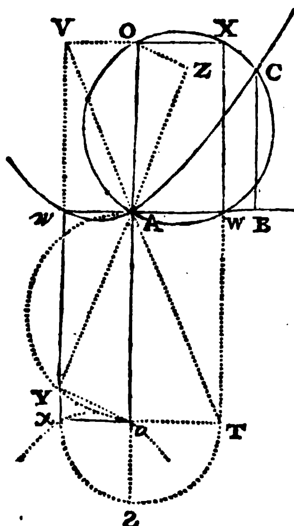


is, zo is dan AY $\infty \sqrt{.pp + \frac{baa}{p}}$, de As : en om dat de As tot de Rechtezyde is als p tot b, zo is dan ook AZ de Rechtezyde.) Deze Ellipsis het Rond snydende in C, en daar uyt trekkende CB rechthoekig op Aw, zo zyn AO AB BC AW gedurig evenredig. Deze Constructie vind men by *Slusius* pagina 53 aangetekent, uytgenomen de vinding van de As en de Rechtezyde.

Wil men de Ontbinding doen door de *vierde* en *achtste* figuur; deze laatste opgemaakt zynde na de Æquatie (N) $yy \infty - \frac{na}{p}y + bx + \frac{n}{p}xx$, waar door AI is $\infty \frac{\frac{1}{2}na}{p}$, en AE $\infty \frac{\frac{1}{2}bp}{n}$: of, nemende $n \infty b$, AO $\infty \frac{ab}{p}$, en AW ∞p.



Nemende wederom het voorgaande Rond, en de hoek OAW recht in de Hyperbole, zo openbaren haar de nevenstaande figuren, waar in de ▭en AOXW Aoxw wederom even groot zyn: de Hyperbolen lopen mede door de punten A, o, w, x: haare As, of de Dwarse is AY, en de Rechtezyde AZ, aanmerkende WZ en OZ voor Perpendicularen: in de eerste figuur is w Y ∞ w S, en in de tweede o Y ∞ o S, om reden dat de Dwarse in de eerste figuur is $\sqrt{.pp - \frac{baa}{p}}$, en in de tweede figuur $\sqrt{.\frac{bbaa}{pp} - pb}$, en deze tot de Rechtezyde is, in de eerste als p tot b, en in de tweede als b tot p.

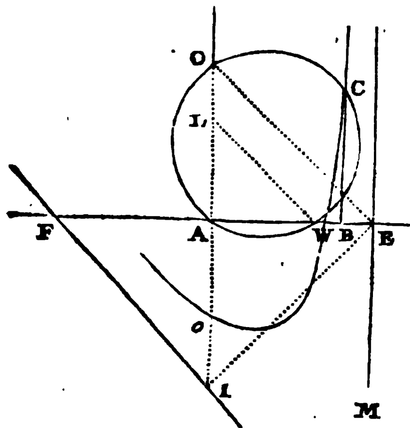


Hebbende dan met AY als As, en AZ als Rechtezyde, gemaakt Hyperbolen, gaande in de eerste door

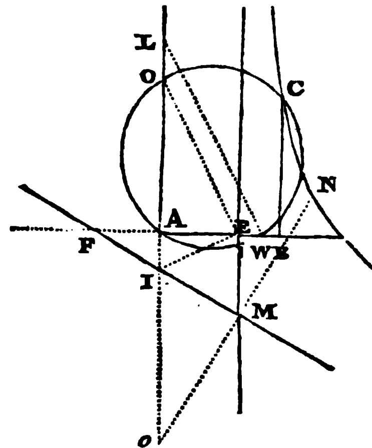
het getogene Rond ſnydende in C: dan
CB; zo zyn AO AB BC AW gedurig

Neemt men tot de Oploſſing de *vierde*
laatſte opgemaakt zynde uyt de Æquati
$-\frac{na}{p}y - ab \infty o$, welkers multiplicatores:
$-\frac{n}{p}x - \frac{nna}{pp}. x \infty o$ zynde, zo is $-y \infty$

Stellende $p \infty a$, zo zyn de multiplicato
$-\frac{n}{a}x - \frac{nn}{a}$; en $-y \infty \frac{ab}{n}$ als $x \infty o$ i



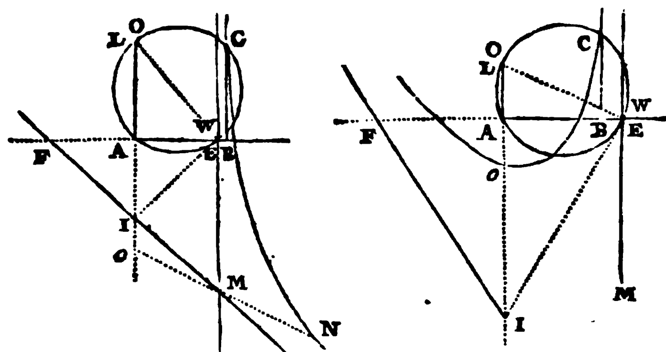
Heb
AO ∞
OAW
punter
ven ee
men A
in leng
getoge
rechth
de verl
gehaalt
evenw
EM: (
gelykw
genom
gelyk



Dan h
perbole
Aſymp
gaat, (
de: ee
het getc
in het w
uyt gel
CB, z
AW ge

Indie
ven nog
vereeni
en W, en by gevolg mede de punten I

gelyk AO, en EI raakt het Rond. *a* grooter als *b* zynde, zo valt de Hyperbole buyten, en kleender zynde binnen de hoek IME, gelyk te zien is in de twee volgende figuren.



Het is kennelyk, indien men de gelykzydige Ellipsis gebruykt in plaats van het Rond, of de *vyfde* figuur in plaats van de *vierde*, dat alles zal wezen als voren, uytgenomen dat de hoek OAW zal moeten scheef genomen werden, die nu recht genomen is.

Op deze wyze handelende in de andere gevallen, men zal de Ontbinding beknopter konnen vinden als het aangetekende zoude uytleveren.

Hier by zullen wy afkorten. Men ziet dan, indien men door twee van de gevonde Æquatien de Ontbinding doet, hen verwisselende zo menigmaal als men kan, dat men al een goet getal van onderscheydene Constructien op deze Questie kan vinden, waar van veele, yder in 't bezonder, nog geschieden kan door een oneyndige menigte van Kegelsneden, die alle van afzonderlyke groote zyn: en wil men 'er byvoegen, een gegeve Kegelsnede daar toe te gebruyken, zo vind men nog veel andere.

Byvoegsel. Indien men een Cissoïde heeft van hoorn, opgemaakt door vinding van zyne punten, op de wyze als pagina 30 geleert is, waar op afgetekent staat de lengte van de Middellyn van het halfrond waar uyt hy beschreven is, en ook de As gaande door de Top, met een doorgeboort punt in deze As, zo kan men op een zeer gemakkelyke wyze dit Werkstuk solveren.

Stellende $yy \,/\, xx \,//\, 2xq - x$ evenredig te wezen ($2q \propto$ de Mid-

Middellyn van het halfrond) zo heeft men $x^3 \infty 2qyy - xyy$, een Æquatie op een Cissoïde, als blykt pagina 30: stellende dan ay in plaats van xx, en bx in plaats van yy, zo heeft men $bx \,/\, ay \,//\, x \,/\, 2q - x$, of $y \infty -\frac{bx}{a} + \frac{2bq}{a}$, een Rechte lyn: zulx dat de Ontbinding kan geschieden door de snyding van de Cissoïde en een rechte lyn, op deze wyze.

W C N O L Q

NL ∞ x,
LC ∞ y,
NQ ∞ $2q$

Is NC de Cissoïde, waar van N de Top, en NW de As is, zo haalt NQ rechthoekig op de As zo lang als $2q$, de Middellyn van het halfrond, en neemt daar in NO ∞ a, en in de As, NW ∞ b; haalt OW, en daar aan evenwydig QC, snydende de Cissoïde in C: dan getrokken CL rechthoekig op NQ, zo zyn NL en LC de twee begeerde midden evenredige: want NO a / NW b // LQ $2q - x$ / LCy zyn evenredig, of ay is ∞ $2bq - bx$ Q of $y \infty \frac{2bq}{a} - \frac{bx}{a}$, de bovengevonde Æquatie.

Ontbinding van twee Vraagstukken, aangaande de Bultige en holle Spiegels, in oude tyde voorgestelt door ALHAZEN.

Uyt de Oplossing van deze twee Vraagstukken, zal men konnen zien hoe men somtyts een Questie heel naukeurig kan uytvoeren, schoonze ons in 't eerst vry reuw voorkomt: hoe men beknopte Constructien kan vinden, en dat op veelderley wyze, alhoewel de Æquatie zig breet voordoet, hebbende veele Termen, en dat van hooge dimensien; een zaak zynde die niet alleen een naukeurige geest voldoet, maar die ook het cieraat geeft aan een Algebraise Solutie.

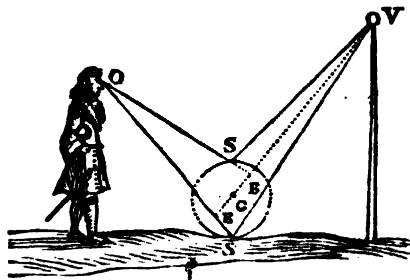
Wy zyn tot de Ontbinding van deze Vraagstukken gekomen door eenige Brieven die ons behandigt wierden, geschreven van de Heeren Huygens *en* Slusius *over en weer aan elkander, in den jare* 1669 *a* 1672. *wegens de Ontbinding van deze Questien, en by na alleen van de eerste, daar in zylieden verscheyde Constructien hebben gestelt, zonder aan te wyzen op wat wyze men daar toe kan komen, alleenlyk tonende de Æquatie, hoedanig wy ze Ul. zullen voordragen. Wy dan begerig zynde om haare Constructien*

te

te vinden, zyn eyndelyk geraakt tot een generale, vindende daar door de baare by verkorting. Uyt deze Brieven kan men met waarschynlykheit besluyten dat Slusius *de eerste vinder is, en dat* Huygens *door andere daar van iets was ter hand gekomen; die dan het zyne mee daar toe gedaan heeft, gelyk wy al mede van het onze daar by voegen.* Kinkhuysen *heeft op het eerste Vraagstuk wel een Æquatie gevonden, maar heeft het daar by gelaten, waarschynlyk om dat hy te veel Termen vond, en die nog van een hooge afmeting, gelyk te zien is in zyn Meetkunst folio 62 en 63.*

XXV. WERKSTUK.

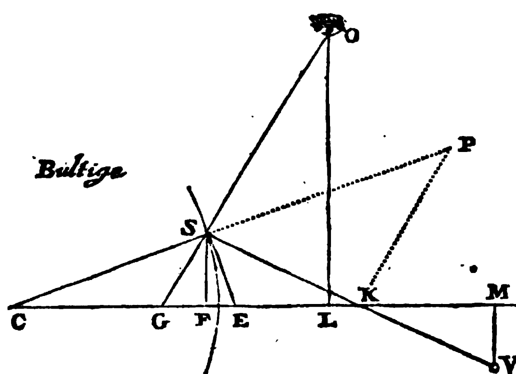
Eerste Vraagstuk. *Gegeven zynde een Circulare Bultige of Holle Spiegel, de plaats van het Voorwerp en die van het Oog: de plaats van het Beelt te vinden.*



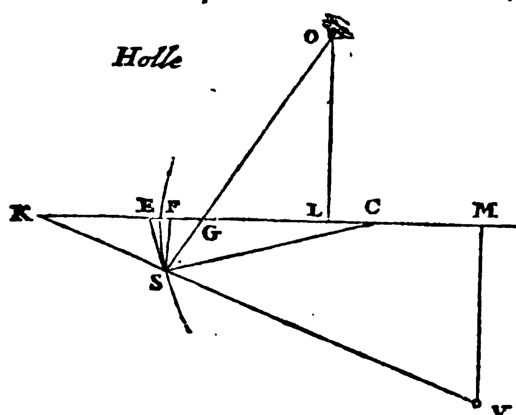
Aanmerkt het nevenstaande te wezen in een plat Vlak, gaande door V het Voorwerp, door O het Oog, en door C het Centrum van de Spiegels.

Het Stuytpunt S gevonden hebbende, zo is de Plaats van het Beelt B openbaar, om dat die daar is, alwaar de Stuytstraal, of zyn verlengde, de lyn ontmoet gaande van 't Voorwerp door 't Centrum van de Spiegel.

Laat ons de betrekking van het gegeve, en ook van het begeerde, maken op een lyn die door C getogen is na believen, even gelyk *Slusius* gedaan heeft, op dat wy door zyne verplaatzing, alle veranderingen zoude vinden die de Questie toelaat: dog laat ons de uytrekening doen alleenlyk op dat geval daar hy tusschen V en O onbepaalt deurgaat, om geen verandering in de Tekens onderworpen te wezen; ja ook alleen maar op de Bultige, om dat die op de Holle met deze niet zal konnen verschillen als in de Tekens: wy zullen echter de Figuur op de Holle daar by voegen, op dat men zoude konnen zien dat de uytrekening zo wel op de eene past als op andere, uytgenomen op twee plaatzen in de Tekens.



Laat CM deze lyn wezen, en daar op getogen werden rechthoekig VM OL SF, en gesneden van VS en OS, of van haare verlengdens, in K en in G, en van de Raaklyn door S gaande in E.



Laat gestelt werden

CM ∞ *a*,
VM ∞ *b*,
CL ∞ *c*,
CS ∞ *d*,
OL ∞ *n*,
CF ∞ *x*,
FS ∞ *y*,
CK ∞ *z*,
CG ∞ *p*,
CE ∞ *v*.

Dewyl CSE recht is, en SE de hoek GSK in tweên gelyk deelt, om dat CSG, of OSP gelyk is aan KSP uyt de natuur van de weerstuyting, daarom zullen CK CE CG *Harmonice* evenredig zyn; of *de grootste zal zulken reden hebben tot de kleenste, als het verschil tusschen de grootste en middelste, tot het verschil tusschen de Middelste en de kleenste*, dat is

CK tot CG, als EK tot EG,

want, getogen hebbende KP evenwydig aan GSO, snydende de verlengde van CS in P, zo is P zo wyd als CSG, of als OSP, of als PSK, en daarom is SK zo lang als KP:

dies is CK tot CG, als KP
of KS tot GS
of, als EK tot EG, 't geen enz.

dewyl dan CK z / CG p // EK $z - v$ / EG $v - p$ evenredig zyn, daarom

daarom is $pz - pv \infty vz - pz$

of $\frac{2pz}{z+p} \infty v \infty \frac{xx+yy}{x}$

of $2pzx \infty zxx + zyy + pxx + pyy$.

of $p \infty \frac{zxx+zyy}{2zx - xx - yy}$.

voorts is, GF $x - p$ / SF y // GL $c - p$, OL n

of $p \infty \frac{nx - cy}{n - y} \infty \frac{zxx + zyy}{2zx - xx - yy}$

of $z \infty \frac{-nx^3 - nxyy + cxxy + cy^3}{-nxx + nyy - xxy - y^3 + 2cxy}$.

nog is FK $z - x$ / SF y // KM $a - z$ / VM b;

of $z \infty \frac{ay + bx}{b + y}$

door deze twee Quantiteyten, die yder gelyk aan z zyn, vind men, na voorgaande reductie,

$$\begin{matrix} -anxx + 2acxy + anyy - axxy - ay^3 - bx^3 - bxyy \\ + bcxx + 2bnxy - bcyy - cxxy - cy^3 + nx^3 + nxyy \end{matrix} \infty 0$$

Een Æquatie passende op een Kromme van het tweede geslagt, waar in alle de Stuytpunten zullen gevonden werden, de Spiegels nemende zo groot of zo kleen als men wil, mits de Questie mogelyk zynde, om dat de quantiteyt d, die de hoegrootheit van de Spiegels bepaalt, in de vergelyking nog niet is ingevoert.

Wy hebben dan twee Æquatien, een die wy nu even gevonden hebben, en een op de gegeve Spiegels

$dd \infty xx + yy$, of $dd - yy \infty xx$, of $dd - xx \infty yy$.

$dd - yy$ in plaats van xx stellende, men heeft

$$\begin{matrix} + 2acxy + 2anyy - \overline{a+c},ddy + \overline{n-b},ddx & -andd \\ + 2bnxy - 2bcyy & + bcdd \end{matrix} \infty 0$$

Een Æquatie afbeeldende een Kromme van het eerste geslagt.

of $xy + \frac{an - bc}{ac + bn}yy - \frac{\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}c, dd}{ac + bn}y + \frac{\frac{1}{2}n - \frac{1}{2}b, dd}{ac + bn}x - \frac{an - bc, \frac{1}{2}dd}{ac + bn} \infty 0$,

Alles deelende door $2ac + 2bn$.

of $xy + \frac{n - \frac{bc}{a}}{c + \frac{bn}{a}}yy - \frac{\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}c, \frac{dd}{a}}{c + \frac{bn}{a}}y + \frac{\frac{1}{2}n - \frac{1}{2}b, \frac{dd}{a}}{c + \frac{bn}{a}}x - \frac{n - \frac{bc}{a}, \frac{1}{2}dd}{c + \frac{bn}{a}} \infty 0$.

deelende de Tellers en de Noemers beyde door a.

Stellende $f \infty c + \frac{bn}{a}$, $r \infty \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}c$, en $s \infty \frac{dd}{a}$,

$g \infty n - \frac{bc}{a}$, $t \infty \frac{1}{2}n - \frac{1}{2}b$,

men heeft, $xy + \frac{g}{f}yy - \frac{rs}{f}y + \frac{ts}{f}x - \frac{ags}{af} \infty 0$, 1e. Æquatie.

ook $xy - \frac{g}{f}xx - \frac{rs}{f}y + \frac{ts}{f}x + \frac{\frac{1}{2}ags}{f} \infty 0$, 2e. Æquatie.

Stellende

Stellende $dd - xx$ in plaats van yy.

Æquatien zynde passende op een *Hyperbole op zyn Asymptoti*, om dat de onbekende x en y niet beyde dubbelt in hen gevonden werden.

de 1e. Æq. ged. door $-y-\frac{ts}{f}$, komt $-x-\frac{g}{f}y+\frac{rs}{f}+\frac{tsg}{ff}$,

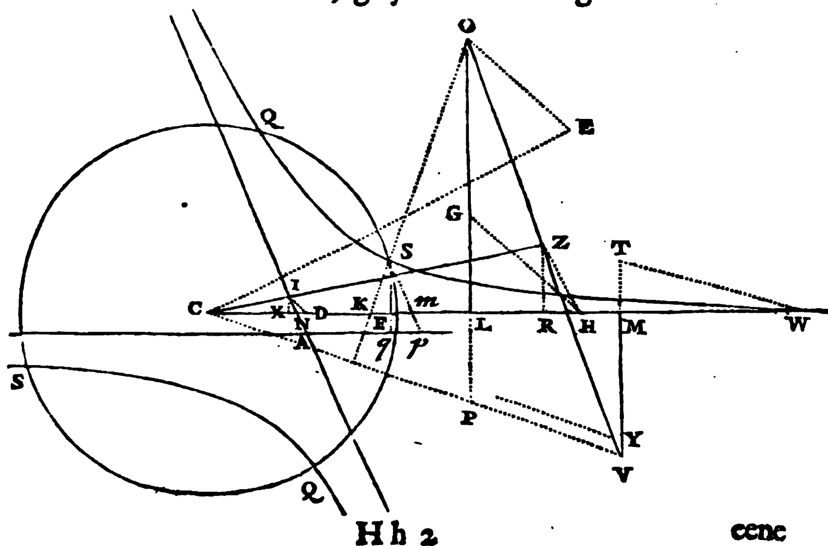
de 2e. Æq. ged. door $-x+\frac{rs}{f}$, komt $-y+\frac{g}{f}x-\frac{ts}{f}+\frac{rsg}{ff}$.

in de 1e. Æq. $y \infty o$ stellende, zo is $+x \infty \frac{ag}{2s}$.

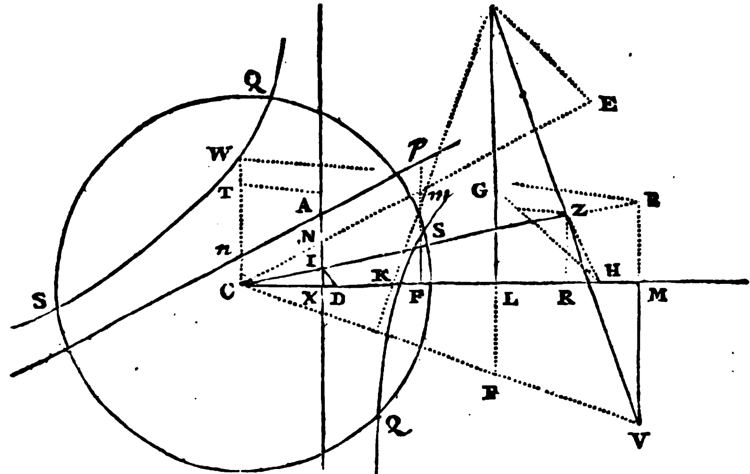
in de 2e. Æq. $x \infty o$ stellende, zo is $+y \infty \frac{\frac{1}{2}ag}{r}$.

Hier uyt vinden wy deze

Generale Constructie. Trekt VO, en uyt Z, zyn midden, ZC: dan uyt C tot V (of tot O) een rechte, snydende LO, of zyn verlengde in P: dan uyt het ander punt, dat is nu uyt O, een op deze CV rechthoekig, snydende CM of zyn verlengde in K: dan neemt in CM en in LO, aan weerzyden van L, LH gelyk LK, en LG gelyk LP: dan haalt GH, en hier aan gelyk en evenwydig OE, en trekt EC: dan zoekt D in CM zodanig dat MC : CS : CD gedurig evenredig zyn: dan trekt HZ, en uyt D een lyn aan deze HZ evenwydig, ontmoetende CZ of zyn verlengde in I, Dan haalt door I een lyn rechthoekig door CE of zyn verlengde als men heeft yy, gelyk in de 1e. figuur, maar door CM als men heeft xx, gelyk in de 2e. figuur: deze is de



 eene



eene Asymptotus, snydende in de 1e. figuur CM, en in de 2e. figuur CE in N. Dan neemt NA (in de verlengde NI aan N) gelyk NI, en trekt door A een lyn evenwydig aan CM in de 1e. figuur als men heeft *yy*, maar gelykwydig aan CE in de 2e. figuur als men heeft *xx* : deze is de andere Asymptotus. Heeft men *yy*, zo maakt, als in de 1e. figuur, in MV, MY gelyk 2 maal de Perpendiculaar ZR, en YT, na M toe, gelyk GO: dan getrokken YC, en aan deze evenwydig TW, snydende CM of zyn verlengde in W : zo is W een punt van de Kromme. Heeft men *xx*, zo trekt, als in de 2e. figuur, uyt C een rechthoekige op CM, na de Asymptotus toe die evenwydig aan CE is, en neemt daar in CT gelyk de helft van GO : dan haalt ZT, en aan deze evenwydig uyt B, de snyding van CZ en VM, of van haar verlengdens, BW tot aan CT of zyn verlengde: zo is W een punt van de Kromme. Dan beschryft met de gevonde Asymptoti een Hyperbole die door W gaat, en ook zyn tegenstelde: deze snyden het Rond van de Spiegels in vier punten, daar van, in deze figuren, alwaar V en O beyde buyten het Rond van de Spiegels zyn, de twee S, S de begeerde Stuytpunten zyn, de eene tot de Bultige en de andere tot de Holle Spiegel behorende, om dat in deze beyde, de Raak en Stuytstraal op de bult of op de holte vallen: de andere Q, Q konnen niet dienen, om dat de eene van deze twee stralen de bult en de andere de holte stoot.

Beyde

uyt een zelfde Æquatie zyn voort geko

't Bewys. Dewyl de hoeken KOL e

daarom is 't, CM a / MV b / OL n ? k

of LH: dies is CH $\infty\ c + \frac{bn}{a} \infty f$.

ook is 't, CM a / MV b / CL c ? k

of LG: dies is GO, of HE $\infty\ n$ –

Om dat Z het midden van OV is, en is op CM, of om dat hy evenwydig is a VM, daarom valt R in het midden van

dies is CR $\infty\ \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}c \infty r$, en ZR

om dat MC: CS: CD gedurig evenredi en CS $\infty\ d$ is, daarom is CD $\infty\ \frac{dd}{a}$ ∞

Hebbende getogen de Perpendiculaar S en SF $\infty\ y$.

Trekt Smp evenwydig aan de Asymp

Laat, in de 1e. figuur, uyt I vallen de I verlengt werden tot aan de Asymptotus

Dewyl DI evenwydig is aan HZ, en

daarom is 't, HC f / RC r / DC s ? ko

ook, HC f / ZR t / DC s ? kon

Om dat de verlengde van IN gaat rec in de 1e. figuur, en door CM in de 2e. fi

in de 1e. figuur $\begin{cases} \text{HC } f \ / \text{ HE } g \ / \text{ IX } \frac{ts}{f} \ ?\ \text{k} \\ \text{HC } f \ / \text{ HE } g \ / \text{ SF } y \ ?\ \text{k} \end{cases}$

in de 2e. figuur $\begin{cases} \text{HC } f \ / \text{ HE } g \ / \text{ CX } \frac{rs}{f} \ ?\ \text{k} \\ \text{HC } f \ / \text{ HE } g \ / \text{ CF } x \ ?\ \text{k} \end{cases}$

Dewyl NA is gelyk NI; zo is F $q \infty$ IX ∞

in de 2e. figuur is IN, of pm, of C$n \infty$ XN

Voorts. Om dat in de 1e. figuur TW YC, en in de 2e. figuur BV gelykwydig a

MY $2t$ / TY g / CM a ? komt $\frac{ag}{2t} \infty$

CZ / CB

of CR r / CM a / CT $\frac{1}{2}g$? komt $\frac{\frac{1}{2}ag}{r} \infty$

nen x en y,

1e. figuur. CF Fm CX XN CW CX XN

Nm, of $Ap \infty + x + \frac{g}{f}y - \frac{rs}{f} - \frac{rsg}{ff}$: $NW \infty + \frac{ag}{2s} - \frac{rs}{f} - \frac{rsg}{ff}$

$Sq \infty + y + \frac{rs}{f}$ $Fq \infty + \frac{rs}{f}$

SF Fq

verm. komt $+ xy + \frac{g}{f}yy - \frac{rs}{f}y - \frac{rsg}{ff}y \infty + \frac{ags}{2f} - \frac{rrss}{ff} - \frac{rrssg}{f^3}$.

$+ \frac{rs}{f}x + \frac{rsg}{ff}y - \frac{rrss}{ff} - \frac{rrssg}{f^3}$

of $+ xy + \frac{g}{f}yy - \frac{rs}{f}y + \frac{rs}{f}x - \frac{ags}{2f} \infty 0$. onze 1e. Æq.

2e. figuur. SF Fm pm CW Cn

$Sp \infty - y + \frac{g}{f}x - \frac{rs}{f} + \frac{rsg}{f}$: $Wn \infty + \frac{\frac{1}{2}ag}{r} + \frac{rs}{f} - \frac{rsg}{f}$

$XF \infty + x - \frac{rs}{f}$ $CX \infty + \frac{rs}{f}$

CF CX

verm. komt $- xy + \frac{g}{f}xx - \frac{rs}{f}x + \frac{rsg}{ff}x \infty + \frac{\frac{1}{2}ags}{f} + \frac{rrss}{ff} - \frac{rrssg}{f^3}$.

$+ \frac{rs}{f}y - \frac{rsg}{ff}x + \frac{rrss}{ff} - \frac{rrssg}{f^3}$

of $- xy + \frac{g}{f}xx + \frac{rs}{f}y - \frac{rs}{f}x - \frac{\frac{1}{2}ags}{f} \infty 0$

of $+ xy - \frac{g}{f}xx - \frac{rs}{f}y + \frac{rs}{f}x + \frac{\frac{1}{2}ags}{f} \infty 0$, onze 2e. Æq.

En alzo is aangewezen dat de gestelde Constructie uytlevert het geene men van hem verwagte. Wy hebben daar in geen tekens van + of — waargenomen, en ook niet van groter of kleender, om reden dat de Constructie zodanig gestelt is dat alles in die gestalte komt te vallen als behoorlyk is: ze past niet allen op dat geval, waar in de lyn CM de hoek OCV snyt, of waar in ze tusschen de punten V en O deurloopt, en zodanig dat L en M aan een zelfde zyde van C vallen, waar op wy onze uytrekening alleenlyk gedaan hebben, maar ze is generaal in alle gevallen, hoedanig men ook de lyn CM trekt, schoon dat daar door de tekens merkelyk veranderen: die de moeyte gelieft te nemen om dit te onderzoeken, gelyk wy gedaan hebben, twyffele niet of hy zal 't ook zodanig bevinden.

Wy

Wy zeggen *boedanig men ook de lyn* CM *trekt*, en voegen nu daar by, mits H niet in C vallende, want dit geschiedende, zo zal de Kromme wezen een Parabole, gelyk hier na zal getoont werden.

Deze Methode, waar door men alle het gegeve en het begeerde betrekkelyk maakt op een lyn getrokken na believen, gelyk wy op CM gedaan hebben, geeft wel in 't eerst een groote Æquatie, maar ze geeft ook met eene de gelegentheit om ze op alle mogelyke wyze te verkorten, en dat op een zeer gemakkelyke manier, zonder genootzaakt te wezen de uytrekening te vernieuwen, want,

I. *Trekt men* CM *evenwydig aan* VO,

Zo is $b \infty n$, en $n \infty t$: hier door vind men $\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}c$ voor $\frac{ag}{2s}$, en n voor $\frac{\frac{1}{2}ag}{r}$: dies is W, het punt van de Kromme, in R als men de eerste Æquatie gebruykt; maar in VO, of in zyn verlengde, alwaar de Perpendiculaar uyt C op CM getogen hem snyd zo men de tweede Æquatie gebruykt. voor de rest vinden wy geen verkorting; De figuur heeft de nevenstaande gedaante gebruykende de eerste Æquatie.

II. *Trekt men* CM *rechthoekig op* CO, *of op* CV.

Op CO. Zo is $c \infty 0$: de punten L, P en G vallen alle in C: f is $\infty \frac{bn}{a}$, $g \infty n$, $r \infty \frac{1}{2}a$: waar uyt volgt dat $\frac{ag}{2s}$ is $\infty \frac{an}{2s}$, en $\frac{\frac{1}{2}ag}{r} \infty n$: dies loopt de Hyperbole door O als men de tweede Æquatie gebruykt; waar op het geeft een

figuur

ſtaande gedaante. Daar in is D gevonden trekkende uyt R een boog die door C gaat, ſnydende het Rond van de Spiegel in f, en getogen de Perpendiculaar fD, om dat R nu het midden van CM is. CE is getrokken rechthoekig op CV, ontmoetende OE, evenwydig aan CM, in E; en is genomen CH gelyk OE, om dat nu HG, of $f \infty \frac{bn}{a}$ is: de reſt komt overeen met de generale Conſtructie. Gebruykende de eerſte Æquatie zo vind men W in de verlengde van CM, trekkende OW evenwydig aan ZM.

Op CV. Zo moet men de V gebruyken in plaats van de O, en handelen daar mede als wy hier even met O gedaan hebben.

III. *Laat men* CM *lopen door een van de gegeve punten* V *of* O.

Door V. Zo is $b \infty o$, en daarom is $f \infty c$, of HC gelyk CL: dies vallen de punten K, H, P, G alle in L, en overzulx is E in O. Dewyl als dan is $g \infty n$, en ook $n \infty 2t$, zo is dan $\frac{4g}{2t} \infty a$; of x is ∞a wanneer $y \infty o$ werd: dies loopt de eene Hyperbole door M als'er yy in de Æquatie is: waar door de Conſtructie in dit geval zeer kort werd.

Getogen hebbende VO, CO, en CZ tot aan het midden van VO; ook ZL; zo maakt op CM een halfrond, ſnydende het Rond van de Spiegels in f; en laat vallen de Perpendiculaar fD: dan trekt DI

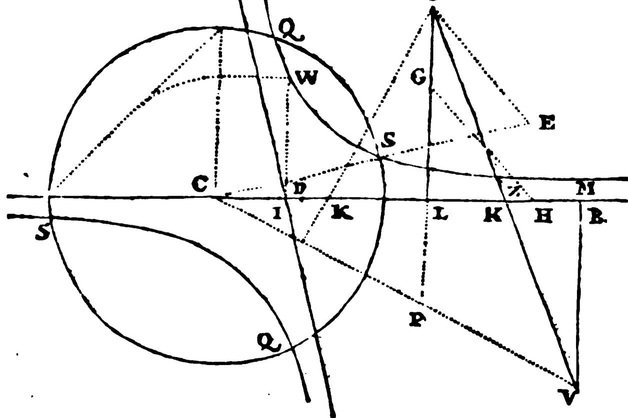
kig door CO gaat; deze is de eene Af
ze genomen NA gelyk NI, en door
lykwydige aan CM; zo is deze de ande
dewyl de Kromme moet lopen door M
geve punt V, zo is de Conſtructie volt

Door O. Zo is $n \infty o$, en daarom wed
gelyk CL: zo zouden dan de punten K
len in L: maar om dat men nu het pu
gebruyken, gelyk hier even het punt V
om nu ook M als toen L: zo vallen da
P, G alle in M, en E in V. Het pu
W is daarom ook nu in L.

d
hier even geſchiet is, halende DI evenwydi
door I een lyn gaande rechthoekig door C
Aſymptotus, ſnydende CV in N: dan da
gelyk NI, en door A een evenwydige aa
zo is die de andere Aſymptotus.

IV. *Gaat* CM *door het midden van* VO

Dat is door Z, zo is $b \infty n$, en daar
$t \infty o$; en by gevolg, dewyl $y \infty o$ zynd
x van een oneyndige lengte in 't eerſte ge
de Æquatie: waar uyt blykt dat als dan C
totus is.



Dewyl nu Z in R valt, zo komt ook I in X: daarom I willende zoeken, zo moet men maken dat HC/ZC (of RC)//, CD/CI (of CX) evenredig zyn, om dat ze in de generale Conſtructe deze Proportie hebben. In I vallen nu mede de punten N en A. Daarom door I getogen een lyn rechthoekig door CE; deze is de andere Aſymptotus.

Om in dit geval een punt van de Kromme te vinden op de kortſte manier, zo neemt van de

Æquatie $xy + \frac{g}{f}yy - \frac{rs}{f}y - \frac{agr}{2f} \infty 0$, de $x \infty \frac{rs}{f}$, zo is $y \infty \sqrt{\frac{1}{2}as}$, of $\sqrt{\frac{1}{2}dd}$, voor de lengte van IW rechthoekig op CI, om dat CN, of CI $\infty \frac{rs}{f}$ is.

Of men kan de tweede manier gebruyken, zoekende W als voren, aanmerkende dat nu B in M valt.

V. *Loopt* CM *rechthoekig door* VO, *of door zyn verlengde*, zo is $c \infty a$, en daarom $2t$ en ook g yder $\infty n - b$, en $r \infty a$: waar uyt volgt dat van $x \infty \frac{ag}{2t}$ de $x \infty a$ is; of dat het punt van de Kromme, als W, valt in M gebruykende de eerſte Æquatie waar in yy is, om dat van $y \infty \frac{\frac{1}{2}ag}{r}$, de $y \infty \frac{1}{2}g$ is, of gelyk de helft van GO; of dat CW, evenwydig aan OL, is gelyk ZM, gebruykende de tweede Æquatie waar in xx is.

Aanmerkende dat LK, of LH nu is $\infty \frac{bn}{c}$, dat is gelyk het

het gemultipliceerde van OL met LV gedeelt door CL, of dat de ▭ CLH nu is gelyk de ▭ OLV, zo volgt dat het Rond, 't welk door de punten C, O en V getrokken werd, ook zal gaan door het punt H. Dewyl dan H in de Omtrek is, zo zal ook E daar in moeten wezen, om dat CHE recht is: ja CE zal de Middellyn van dit Rond zyn.

Vorder. Dewyl MC / CS // CS / CD evenredig zyn na de Construćtie, en ook HZ / CR // CD / CX gelyk hier voren getoont is; en nu CR gelyk is aan CM, om dat R nu in M valt: zo zyn dan nu evenredig

HZ / CS // CS / CX.

En dewyl IX rechthoekig ſtaat op CM, zo volgt dat men het punt I kan vinden op deze wyze.

Beſchryft door de punten C, O, V een Kring, deze CM of zyn verlengde in H ſnydende, zo maakt dat HC: CS: CX gedurig evenredig zyn. De lyn door X rechthoekig door CM gaande ſnyd CZ in het begeerde punt I. dan enz. als voren.

Zo H buyten het Rond van de Spiegel valt, als in deze figuur, zo kan men uyt het midden van CH een boog trekken die door C gaat; deze het Rond van de Spiegels in *a*, *a* ſnydende, zo haalt de rechte *a a*; deze of zyn verlengde ſnyd CZ in het begeerde punt I.

Dit komt byna over een met het geene *Huygens* en *Sluſius* op dit geval gemaakt hebben.

VI. *Gaat* CM *door het midden van de hoek* VCO, zo zyn *a* / *b* // *c* / *n* evenredig, waar door $\frac{bc}{a}$ ∞ *n* is, zulx dat *g*, of HE nu gelyk nul werd; of G valt in O, en E in H: waar door CE en CM nu een zelfde lyn zyn: en daarom gaat, in beyde de gevallen, de eene Aſymptotus rechthoekig door CM, en de andere aan CM evenwydig, of ſnyden elkander rechthoekig.

Dewyl f, of CH nu is $\infty\ c + \frac{nn}{c}$, om dat $\frac{n}{c} \infty \frac{b}{a}$ is, of om dat nu LH $\infty \frac{nn}{c}$ is, zo heeft men, om H te vinden, de hoek COH alleenlyk recht te maken.

Om dat CW $\infty \frac{ag}{2t}$ in 't eerste, en $\infty \frac{\frac{1}{2}ag}{r}$ in 't tweede geval, nu beyde ∞ o zyn, om dat $g \infty$ o is, daarom is in deze beyde W in C: of in beyde moet de eene Hyperbole lopen door C.

Of makende dat HC : CS : Cd gedurig evenredig zyn, en trekkende dI evenwydig aan ZM: zo zal deze I het zelfde punt wezen van I hier even gevonden: want, volgens de Constructie is

HC f tot CD $\frac{dd}{a}$

f ——————— a

of MC a tot $\frac{dd}{f}$, als CZ tot CI aldaar

hier is MC tot Cd, als CZ tot CI alhier

maar Cd is $\infty \frac{dd}{f}$, daarom ook CI alhier gelyk CI aldaar; of beyde de punten I, I zyn een zelfde punt.

Of trekt dI evenwydig aan CO; dan behoeft men VM en MZ niet te trekken: de reden is om dat nu CO evenwydig is aan MZ. want, getogen hebbende ZR: dewyl nu

$\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}c$ tot $\frac{1}{2}b - \frac{1}{2}n$, als c tot n; dat i
CL tot LO: en daarom is CO evenwy

Of makende
gedurig evenre
de van C na O
P d evenwydi
evenwydig aan
derom het zelf
voren: want
vonden is ∞—
c
waar uyt blykt

$cc + nn$ is tot dd, als c tot
maar nu is $cc + nn$ tot dd, als CO tot
dies is CO tot CP, als CL c tot C d, en
wydig aan OL, gelyk wy hem getrokke
zulx is d hier gevonden het zelfde punt v

Het punt P is een punt van de Kromn

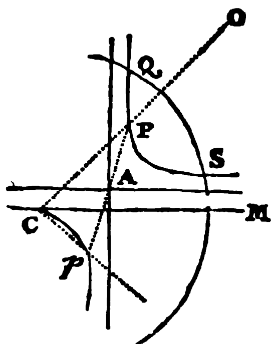
Stellende in onze gevonde Æquatien
voor beyde $xy - \frac{rs}{f}y + \frac{ts}{f}x \infty 0$

of $xy - \frac{\frac{rdd}{a}}{f}y + \frac{\frac{tdd}{a}}{f}x \infty 0$, of $axy - \frac{rdd}{f}y$

Stellende van deze Æquatie de x zo gro
dat is in de voorgaande figuren als C d,
$- rxy + txx \infty 0$, of $ay - ry + tx \infty 0$,
$+ \frac{1}{2}nx - \frac{1}{2}bx \infty 0$, of $\frac{1}{2}ay - \frac{1}{2}cy \infty \frac{1}{2}bx$ —
waar uyt blykt dat $\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}c$ is tot $\frac{1}{2}b - \frac{1}{2}$
dat c is tot n als x tot y: dat is, CL tot
maar om dat d P evenwydig is aan LO,
is ook CL tot LO als C d tot d P: erg
boven gevonden is een punt van de Kro
onverknochte eynde van y, dat is hier P,
me is.

Dewyle het kennelyk is, een ander
wyze zoekende in CV, makende dat V
rig evenredig zyn, dat deze p zo wel
Kromme zal wezen als P is van de zyne (
op de zelve manier konnen bewyzen) En
ding van de Asymptoti, zal moeten valle

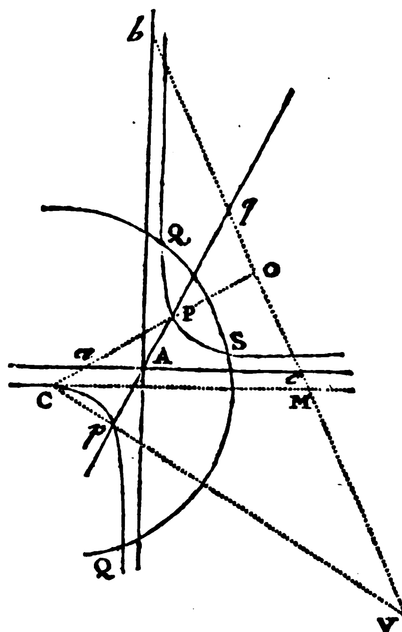
Ii 3



Constructie. Trekt CO en CV, en CM door het midden van de hoek OCV: dan zoekt P in CO, en *p* in CV, zodanig dat OC : CS : CP, ook VC : CS : C*p* gedurig evenredig zyn: dan trekt *p*P, en door zyn midden A twee lynen die elkander rechthoekig snyden, en waar van de eene aan CM evenwydig is: deze zyn de Asymptoti, wiens Hyperbolen moeten lopen door *p* en P.

Dit is de Constructie van *Huygens* op dit geval.

Slusius Construeert dit geval op een andere manier, die men van deze kan afleyden: ze geeft ook de zelfde Hyperbolen en Asymptoti.



Hy wil dat men door P en *p* als Toppen, met *p* P als Dwarse en ook als Rechtezyde, op de verlengde *p* P als Middellynen, Hyperbolen zal beschryven, welkers Applicaten evenwydig zyn aan VO: en dat men de Asymptoti vind makende *qc* gelyk *q* A, en trekkende A*c*, dat die de eene, en door A een rechthoekige door deze, dat die de andere Asymptotus zal wezen.

Wy leyden dit af uyt het voorgaande op deze wyze. Dewyl *p*, P punten in de Hyperbolen zyn, en A, het midden

van

zyn verlengde de middellyn is. Ook is p
om dat haare Asymptoti elkander rechthc
dat de Hyperbole gelykzydig is. *Vorders*.
is gelyk de ▭ VCp, zo zyn OC / VC
redig; en om dat de Driehoeken PCp en
C gelyk hebben, en de zyden om deze h
redig zyn, zo is CPp gelyk CVO, en
CVO + AaP, of gelyk CVO + MCV
of gelyk Acq: dies is cq zo lang als Aq.
is gelyk qAc, en om dat bAc recht is,
lyk Abq, of bq zo lang als Aq, of als c
ten de Applicaten evenwydig aan OV we

En alzo blykt niet alleen de waarheit v
bevestigt, maar ook met eene dat zyn m
perbolen en Asymptoti uytlevert die wy l
ven hebben.

Slusius gebruykt deze methode mede
van het tweede Vraagstuk, zeggende, c
is van een oneyndige lengte, dat daarom
en by gevolg dat A zal wezen in het mid
ziet de waarheit hier van om dat de hoe
gelyk nul, en daarom ook de hoek CPp
zyn: of pP valt op CP, en daarom p i
midden van CP.

VII. *Gaat* CM *door het midden van de b*
merkende Cv *voor een Perpendiculaa*

Zo zal de hoek COL zo wyd wezen al
en daarom zullen a / b // n / c evenredig
of $c \infty \frac{bn}{a}$, of $c - \frac{bn}{a} \infty o$. En om dat wy
f zullen vinden $c - \frac{bn}{a}$, zo is dan $f \infty o$,
in de gevonde Æquatien, hen eerst met f ge
bende, en $\frac{1}{2}dd$ in plaats van $\frac{1}{2}as$ stellende, die g

$$yy - \frac{rs}{g}y + \frac{rs}{g}x - \frac{1}{2}dd \infty$$

$$\text{en } xx + \frac{rs}{g}y - \frac{rs}{g}x - \frac{1}{2}dd \infty$$

in de eerste is $y \infty + \frac{\frac{1}{2}rs}{g} \pm \surd . - \frac{rs}{g}x + \frac{1}{2}da$

in de tweede is $y \infty + \frac{\frac{1}{2}rs}{g} \pm \surd . - \frac{rs}{g}y + \frac{1}{2}da$

in de eerste is de Rechtezyde $\frac{rr}{g}$, en in de tweede $\frac{rr}{g}$.

Het Surdische ∞ o stellende, zo is

in de 1e. Æq. x ∞ $\frac{1}{2}dd + \frac{\frac{1}{4}rrrr}{gg}$ gedeelt door $\frac{rr}{g}$, en

in de 2e. Æq. y ∞ $\frac{1}{2}dd + \frac{\frac{1}{4}rrrr}{gg}$ gedeelt door $\frac{rr}{g}$.

waar door de Toppen gevonden werden: dies volgt deze

Constructie. Het punt D gevonden hebbende als in de generale Constructie, en ook G, die men vind alwaar de verlengde van OL de lyn Cv ontmoet, en getogen hebbende de Perpendiculaar ZR, zo maakt dat GO / ZR // CD / Ce evenredig zyn, e stellende in CR, aan die zyde van C als R is (zo is Ce ∞ $\frac{rr}{g}$) dan haalt uyt e, rechthoekig door CZ, de rechte el, ontmoetende de Perpendiculaar op CM uyt C getogen in l (zo is Cl ∞ $\frac{rr}{g}$) dan uyt a, het midden van Cl, getrokken ab evenwydig aan CM, aan die zyde van C daar R is, en daar in genomen ad ∞ $\sqrt{\frac{1}{2}dd}$, zo maakt dat Ce: Cd: ab gedurig evenredig zyn (zo is ab ∞ $\frac{1}{2}dd + \frac{\frac{1}{4}rrrr}{gg}$ gedeelt door $\frac{rr}{g}$, om dat Cd ∞ $\sqrt{\cdot \frac{1}{2}dd + \frac{\frac{1}{4}rrrr}{gg}}$ is) Dan beschryft op ab als As, door b als Top, met Ce als Rechtezyde, een Parabole; die snyd het Rond van de Spiegels in de begeerde punten S, S, Q, Q.

Of trekt uyt n, het midden van Ce, een Perpendiculaar op CM, na l toe; hier in ng ∞ $\sqrt{\frac{1}{2}dd}$ genomen hebbende, zo maakt dat Cl: Cg: nm gedurig evenredig zyn, (zo is nm ∞ $\frac{1}{2}dd + \frac{\frac{1}{4}rrrr}{gg}$ gedeelt door $\frac{rr}{g}$) Dan beschryft een Parabole door m als Top, op nm als As, met Cl als Rechtezyde:

ten S, S, Q, Q.

Men kan CM nog anders trekken als
ben, te weten rechthoekig door deze (
lynen GO CM CL ZR CR merkely
ze brengen de zelfde Kromme voort die
den hebben.

Vorder. Dewyl $\frac{1}{2}xx + \frac{1}{2}yy$ kan gestel
zo zal men in dit geval het punt S wed
door een Hyperbole. Dit doende, men
Æquatien

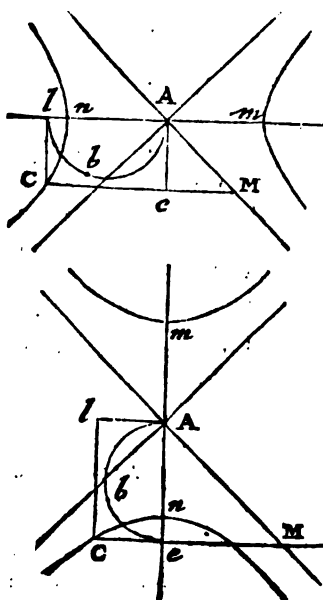
$yy \infty + \frac{2rs}{g}y - \frac{2ss}{g}x + xx$, een *gely*

of $y \infty + \frac{rs}{g} \pm \sqrt{.\frac{rrss}{gg} - \frac{2ss}{g}x + xx}$, dit

zo is $x \infty + \frac{ss}{g} \pm \sqrt{.\frac{ssss}{gg} - \frac{rrss}{gg}}$. Dit Surd
s grooter is als *r*, of ZR langer als CR,
een evenwydige aan de Applicata: maar i
is CR langer als ZR, zo heeft men voor
$-\frac{rrss}{gg}$, en dan is *y*, of SF evenwydig aa

Hier uyt vinden wy deze

Constructie. I
de punten *e*
maakt van C
gulum CA.
de A *l*, of A
rond, en tre
grootste is,
de grootste is
C gaat, snyd
b: haalt dan
Rond, snyd
van 't halfrond
de in *n* en in
Hyperbolen d
pen, op de ve
sen, wiens Dw
tezyden zyn *n n*
Rond van de S
noemde punten



Anders. A gevonden hebbende als boven, zo trekt door A twee lynen die yder met A e een halve rechte hoek bepalen; en beschryft met deze als Asymptoti een Hyperbole die door C gaat, en ook zyn tegengestelde: deze snyden enz.

Dat de eene door C moet lopen, is, om dat van de gevonde Æquatie, de $y \infty$ o nemende, de $x \infty \frac{2rs}{g}$ en ook ∞ o is.

Indien, in dit geval, CM rechthoekig gaat door de verlengde van VO, zo kan men verkorting in de Constructie gebruyken, om dat dan $g \infty b + n$, $t \infty \frac{1}{2} b + \frac{1}{2} n$, of $t \infty \frac{1}{2} g$, en $r \infty a$ is, waar door $\frac{rs}{g}$ is $\infty \frac{dd}{b+n}$, en $\frac{ts}{g} \infty \frac{dd}{2a}$: en de Æquatien op de Parabolen zyn

$$y \infty \frac{\frac{1}{2}dd}{b+n} \pm \sqrt{.} - \frac{dd}{2a}x + \frac{1}{2}dd + \frac{\frac{1}{2}dd}{b+n} \square$$

$$\text{en } x \infty \frac{\frac{1}{2}dd}{2a} \pm \sqrt{.} - \frac{dd}{b+n}y + \frac{1}{2}dd + \frac{\frac{1}{2}dd}{2a} \square$$

Waar uyt volgt deze

Constructie. Trekt uyt M een boog die door C gaat, snydende de Omtrek van de Spiegels in q; en ook de lootlyn $q\,e$ (zo is C$e \infty \frac{dd}{2a}$) dan haalt el rechthoekig door CZ, stotende Cl, rechthoekig op CM, in l (zo is Cl $\infty \frac{dd}{b+n}$) dan trekt uyt a en, uyt n, het midden van C l en van Ce, ac gelyk en even-

en verlengt hen met *cb* en *fm*, zodanig
ook C*l* : C*n* : *fm* gedurig evenredig
Parabolen waar van *b* en *m* de Topper
Asſen, en C*e* en C*l* de Rechtezyden:

ſtelde: deze ſnyden enz.

Dit zyn de Conſtructien die *Sluſius* op

Indien CM, die VC*v* in tweën gelyk
aan VO valt, zo trekt CM op deze eerſt
na VO toe, zo loopt hy rechthoekig do
VO, en de hoeken COL VCM zyn we
dan is de Conſtructie als boven.

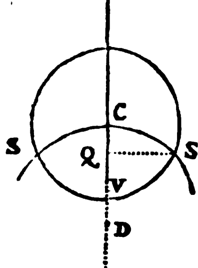
Voor 't laaſt. *Indien* O, V *en* C *in een*

Zo zyn *a* en ook *c* beyde ∞ o, en me
eerſt gevonde Æquatie niet anders als 2*bn*
∞ o, zo de *n* grooter is als de *b*, maar kleen
$+ nddx - bddx \infty$ o: of, tot een gebragt

Men heeft $2bnxy - \overline{n - b}$, *ddx* ∞ o, o

Het welk te kennen geeft dat het Wer
plat is.

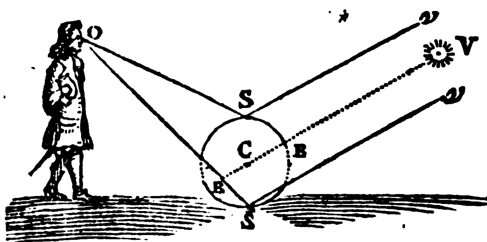
Holle Spiegel, zoekende D in de verlengde



OCV; (aan V zo CO langer is als CV, maar aan O zo CO korter is) zodanig dat CO = CV / CO // CV / CD evenredig zyn, en trekkende uyt D door C een boog, snydende het Rond van de Spiegels in S, S, de begeerde Stuytpunten. De reden is, om dat door deze proportie de halve middellyn CD is $\infty \frac{nb}{n=b}$, en daarom de heele middellyn $\frac{2nb}{n=b}$, door de welke gedeelt dd, het Vierkant van CS, men heeft $\frac{n=b.\,dd}{2bn}$ voor CQ, die over een komt met SF $\infty\, y$ in de eerst gevonde Æquatie, of in de geene die wy hier toe gebruyken, en om dat wy hier even y dus groot gevonden hebben.

XXVI. Werkstuk.

Tweede Vraagstuk. *Gegeven zynde een Circulare Bultige of Holle Spiegel, een lyn komende van een Voorwerp dat oneyndig ver van de Spiegel af is, en de plaats van het Oog: de plaats van het Beelt te vinden.*



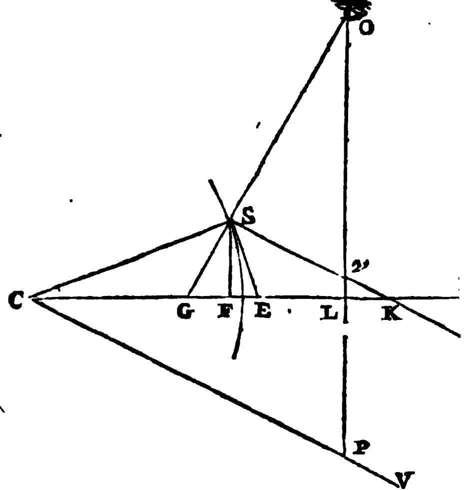
Aanmerkt het nevenstaande te wezen in een plat Vlak, gaande door V het voorwerp, door O het Oog, en door C het Centrum van de Spiegels.

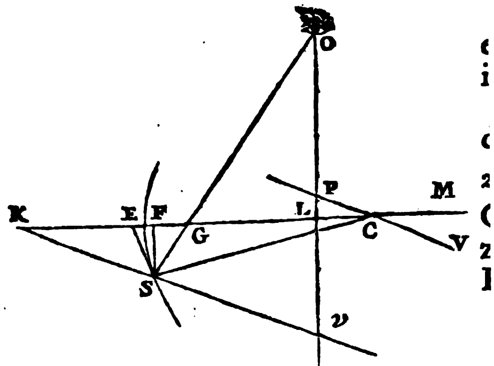
Het Stuytpunt S gevonden hebbende, zo is de plaats van het Beelt B openbaar.

Aanmerkt de Raakstralen S v S v evenwydig te wezen aan de gegeve lyn CV.

Dit komt in alles over een met het voorgaande, uytgenomen dat nu CV evenwydig loopt aan C v, die hier voren in V te zamen quamen. Laat ons onderzoeken wat verandering dit geeft in de uytrekening die wy op het eerste Vraagstuk gedaan hebben.

De





Door vergelyking van deze twee, di
zyn, vind men na voorgaande reductie

$$-cnxx + 2ccxy + cnyy - cxxy - cy^3$$
$$+ cbxx + 2bnxy - cbyy$$

mede een Kromme van het tweede gesl
lende met de voorgaande als in de Term
x enkelt gemultipliceert zyn, en dat in
den werd, die ook nu zo groot is als *c*,
c vind te ſtaan daar anders de *a* ſtond.

En om dat men ook heeft $dd \infty xx + yy$
daarom $dd - yy$ geſtelt in plaats van xx

Stellende $f \infty c + \frac{bn}{c}$: $g \infty n - b$: $s \infty \frac{dd}{2f}$: en $q \infty \frac{bs}{c}$,

zo heeft men $xy + \frac{g}{f} yy - sy - qx - sg \infty 0$. 1e. Æquatie

en ook $xy - \frac{g}{f} xx - sy - qx + sg \infty 0$. 2e. Æquatie

Stellende $dd - xx$ voor yy. zynde beyde een *Hyperbole op de Asymptoti*.

de 1e. Æq. ged. door $-y + q$ / komt $-x - \frac{g}{f} y + s - \frac{gq}{f}$.

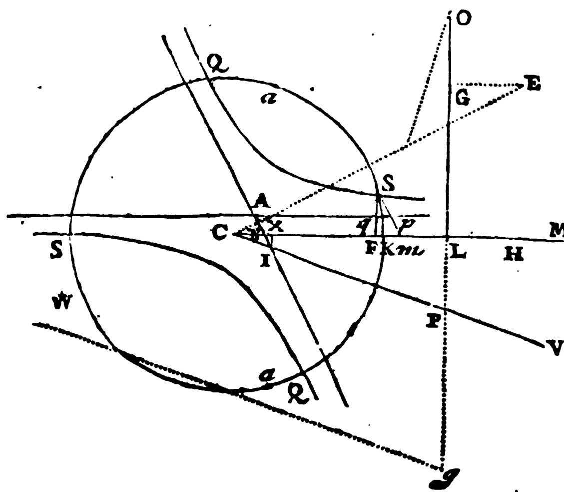
de 2e. Æq. ged. door $-x + s$ / komt $-y + \frac{g}{f} x + q + \frac{gs}{f}$.

nemende in de 1e. Æq. $y \infty 0$, zo is $-x \infty \frac{cg}{b}$.

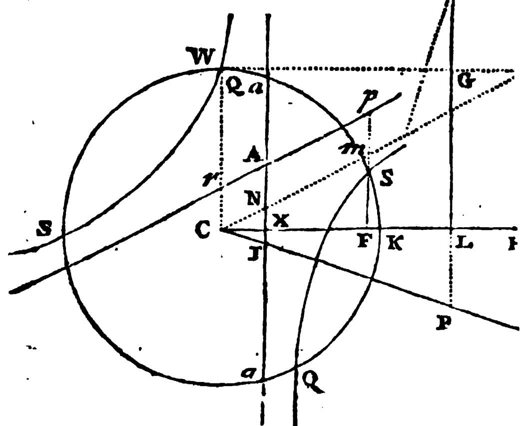
in de 2e. Æq. $x \infty 0$, zo is $+y \infty g$.

Hier uyt hebben wy getrokken deze

Generale Constructie. Trekt OLP rechthoekig door CM, ontmoetende de gegeve lyn CV, of haare verlengde in P: dan haalt uyt O een andere rechthoekig op CV, snydende CM, of haare verlengde in K: dan neemt LH gelyk LK, aan de andere zyde van L als K is; ook OG gelyk LP, zodanig dat G en P aan een zelfde zyde van O zyn: dan trekt GE gelyk en evenwydig aan LH, en haalt EC: dan trekt uyt H door C een boog, snydende het Rond van de Spiegels in *a*, *a*; en trekt *aa*, snydende CV in I, en CM in X (of maakt dat 2 CH : CS : CX gedurig evenredig zyn, en haalt XI rechthoekig op CM, ontmoetende CV in I)



Op de 1e. Æquatie hebbende yy. Trekt door I een lyn rechthoekig door CE; deze is de eene Asymptotus, snydende CM in N: dan



af is van P als L af is van G, en trekt *g* W en
fnydende CM of zyn verlengde in W, z
de Kromme.

Op de 2e. *Æquatie hebbende xx*. De re
Afymptotus, fnydende CV in I, en C
verlengde: dan in deze *a a* genomen NA
A gehaalt een evenwydige aan CE; deze i
totus. Gemaakt hebbende GW gelyk en e
zo is W een punt van de Kromme.

Dan befchryft met de gevonde Afympt
die door W gaat, en ook zyn tegenfteld
Rond van de Spiegels in de begeerde Stuy
ook in Q, Q.

't Bew. Dewyl de hoeken KOL PCL gel

CL*c* / LP*b* / OL *n*? komt $\frac{bn}{c}$ ∞ L

dies is CH ∞ $c + \frac{bn}{c}$ ∞ *f*. Uyt de Conftru
of HE is ∞ $n - b$ ∞ *g*, en CX ∞ $\frac{dd}{2f}$ ∞ *s*.

CL*c* / LP*b* / CX*s*? komt IX ∞

HC*f* / HE*g* / IX*q*? komt XN ∞

HC*f* / HE*g* / CX*s*? komt XN ∞

Getogen hebbende S*p m* evenwydig

HC*f* / HE*g* / SF*y*? komt F*m* ∞

HC*f* / HE*g* / CF*x*? komt F*m* ∞

Dewyl NA is gelyk NI, zo is in de 1e. figuur F$q \propto$ IX, en in de 2e. figuur $pm \propto$ IN, of $\propto$ IX + XN; dat is pm $\propto q + \frac{gs}{f}$.

Voorts. LPb / LCc / Pg g? komt CW $\propto \frac{cg}{b}$, 1e. figuur.

Dies is de afstand die S en W, twee punten van de Kromme, hebben van de Asymptoti, evenwydig aan de lynen van x en y,

1e. figuur. CF Fm CX XN CW CX XN

Nm, of Ap $\propto + x + \frac{g}{f}y - s + \frac{gq}{f}$: NW $\propto + \frac{cg}{b} + s - \frac{gq}{f}$

Sq $\propto + y - q$ qF $\propto + q$

SF Fq

verm. kt. $+ xy + \frac{g}{f}yy - sy + \frac{gq}{f}y \propto + \frac{cgq}{b} + qs - \frac{gqq}{f}$

$- qx - \frac{gq}{f}y + qs - \frac{gqq}{f}$.

of $+ xy + \frac{g}{f}yy - sy - qx - sg \propto 0$, de eerste Æq.

stellende bs voor cq, die gelyk zyn.

2e. figuur. SF Fm pm CW pm, of Cr

Sp $\propto - y + \frac{g}{f}x + q + \frac{gs}{f}$: Wr $\propto + g - q - \frac{gs}{f}$.

XF $\propto + x - s$ CX $\propto + s$

CF CX

verm. kt. $- xy + \frac{g}{f}xx + qx + \frac{gs}{f}x \propto + sg - sq - \frac{gss}{f}$.

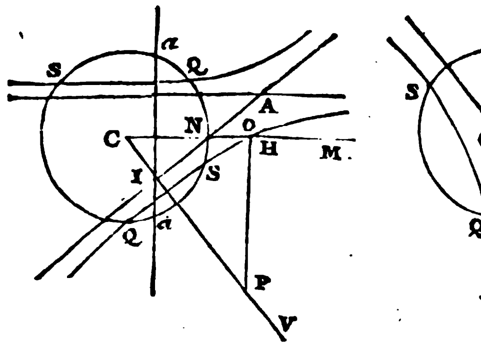
$+ sy - \frac{gs}{f}x - sq - \frac{gss}{f}$.

of $+ xy - \frac{g}{f}xx - sy - qx + sg \propto 0$, de tweede Æq.

Deze Constructie is van die natuur als de voorgaande, passende op alle gevallen van de trekking der lyn CM, zo lang als het Stuytpunt S is in een Hyperbole, zonder waarneming van de Tekens.

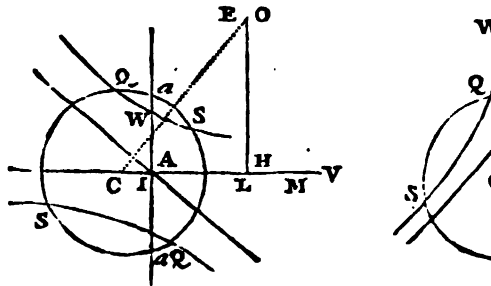
Indien men CM trekt met eenige bepaling, gelyk als in 't eerste Vraagstuk, zo zal der verkorting in de Constructie konnen wezen, om dat eenige punten als dan in elkander zullen vallen.

zo vallen de punten L en H beyde in C



in P. Na de eerste Æquatie is *g* mede in
W: volgens de tweede is CW gelyk O
van de bovenstaande gedaante: de eerste
de eerste, en de tweede volgens de twee

II. *Laat men* CM *lopen langs de gegeve*
zo vallen de punten P K H alle in L,
Dit geeft figuren van de volgende gedaa



opgemaakt na de eerste Æquatie, is CM
tus. W, een punt van de Kromme, is g
in *aa*, IW $\infty \sqrt{\frac{1}{2}dd}$, dat men vind stell
Æquatie $x \infty s$, dat is hier ∞ Cl, waar
$\infty \sqrt{\frac{1}{2}dd}$, aanmerkende dat $q \infty o$ is, om

L l

III. *Gaat* CM *door het midden van de boek* OCV,

Zo gaat hy ook met eenen door het midden van OP: zo valt dan G in L, E in H, N in X, *g* in P, en W in C.

De Asymptoti snyden elkander rechthoekig: beyde Æquatien leveren uyt een zelfde figuur.

Om dat nu $n \infty b$ is, zo is LH $\infty \frac{nn}{c}$; dies vind men H trekkende OH rechthoekig op CO. De lyn *a a*, die de eene Asymptotus is, snyd OC in A. Dewyl de hoeken CAN CHO gelyk zyn, daarom zyn CH / CO // CA / CN / evenredig, of de ▭ 2CO, CA is gelyk de ▭ 2CH, CN, dat is beyde gelyk aan het Vierkant van CS: dies vind men het punt A ten eersten, makende dat 2CO: CS: CA gedurig evenredig zyn. Of trekkende uyt O een boog *b*C*b*, welkers pees *bb* de lyn CO snyd in het voornoemde punt A. Dan genomen A*c* en CI yder gelyk AC, en getogen AI, en door A een andere die door AI gaat met een rechte hoek: deze twee zyn de Asymptoti, waar van de eene Kromme moet lopen door C.

Dit is de Constructie welke *Slusius* heeft gevonden op dit vraagstuk, gelyk wy hier voren gezegt hebben. En om dat dit het kortste is dat wy hier op hebben konnen vinden, en deze manier ook de kortste was die wy hier voren op het eerste Vraagstuk gevonden hebben, en om dat ze beyde de Questien op een zelfde wyze oplost, en men niet kan denken dat deze twee korter en aardiger zoude konnen gesolveert werden, zo mag men met recht besluyten, *dat* Slusius *deze twee Questien op de beste wyze heeft ontbonden.*

Aanmerking. *Dewyl de punten* C, O, H, E, P *altyd in de Omtrek van een Rond zullen moeten vallen, op wat wyze dat men de*

loopt; ja ook W *het punt van de Kromme*
quatie gebruykt, zo zal men deze punten
op een an
Trekt t
gelykafst
in een p
en haalt
kring,
verlengd
bende de
neemt in
lyk OE
contrary loop is van P tot H als'er is va
gelyk EH, mits dat W zulken koers va

Neemt men het Middelpunt D in de
in *e*, zo is 't als of men CM liet gaan
in P, en H in O.

Neemt men D in CO, dat is hier in
CM liet loopen langs CV. E valt dan

Neemt men D zodanig in *ed* dat d
d CD DC *e* evenwyd werden, zo is 't
gaan door het midden van de hoek OC
E, en W in C.

Welke vereening der punten overeen
wy onlangs daar van gezegt hebben in d

De Asymptoti vind men als voren.

IV. *Trekt men* CM *door het midden van*
wanneer C *v rechthoekig staat*

Zo valt H in C, en daarom kan niets
ons dienen: men zal bevinden dat de h
wezen aan de hoek VCL, of PCL, w
gelyk *bn*.

Voornemende de gevonde Æquatie

$+2ccxy + 2cnyy - cddy - bddx -$
$+2bnxy - 2cbyy \qquad +$

en gedenkende dat nu VL boven CM v
van deze Æquatie daar onder genomen
teken van die termen waar in *b* enkelt g
men heeft

$$\begin{array}{l} +2ccxy+2cnyy-cddy+bddx-cndd \\ -2bnxy+2cbyy \qquad\qquad\quad -cbdd \end{array} \propto 0$$

dewyl in dit geval $cc \propto bn$ is, daarom verdwynen de termen waar in xy is, en men behoud

$$\begin{array}{l} +2cnyy-cddy+bddx-cndd \\ +2cbyy \qquad\qquad\qquad -cbdd \end{array} \propto 0$$

of $yy - \frac{\frac{1}{2}dd}{n+b}y + \frac{b,\frac{dd}{2c}}{n+b}x - \frac{1}{2}dd \propto 0$, een *Parabole*.

ook $xx + \frac{\frac{1}{2}dd}{n+b}y - \frac{b,\frac{dd}{2c}}{n+b}x - \frac{1}{2}dd \propto 0$, een *dito*.

of $y \propto + \frac{\frac{1}{4}dd}{n+b} \pm \sqrt{\cdot} - \frac{b,\frac{dd}{2c}}{n+b}x + \frac{1}{2}dd + \frac{\frac{1}{4}dd}{n+b}\,\square$

en $x \propto + \frac{\frac{1}{2}b,\frac{dd}{2c}}{n+b} \pm \sqrt{\cdot} - \frac{\frac{1}{2}dd}{n+b}y + \frac{1}{2}dd + \frac{\frac{1}{2}b,\frac{dd}{2c}}{n+b}\,\square$

Hier uyt vinden wy deze

Constructie. Trekt CB rechthoekig op CM, en haalt door O een lyn BOM, die rechthoekig door CO gaat (zo is CB $\propto n+b$, en CM $\propto \frac{n+b,c}{b}$, om dat OCB is gelyk VCM, gelyk CMB) dan trekt uyt B en ook uyt M yder een boog die door C gaat, ſnydende het Rond van de Spiegels in K en in q: de perpendicularen Kl en qe getogen hebbende,

zo

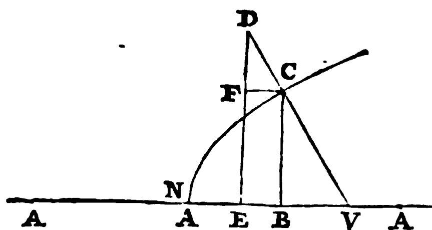
zo is $Cl \infty \frac{\ldots}{n+b}$, en $Ce \infty \frac{\ldots}{n+b}$: dan
van lC, en n het midden van Ce, en
kig op ln, en ad zodanig op ea: dan
en evenwydig aan gB, en uyt a een zo
nm en ab. Dan beſchryft een Parabole
ab als As, met Ce als Rechtezyde ; o
als Top, op nm als As, met Cl als Re
den het gegeve Rond van de Spiegels y
punten, en gaan mede door M en door

XXVII. WERKST

G
Kege
punt
uyt I
kort
ken,
boeks
nius
Boek
Viv
Wer
Boek

de R. zyde $\infty\ r$
de Dwarſe $\infty\ q$
$DE \infty a$
$AE \infty b$
$AB \infty x$
$BC \infty y$

in zyn Geometria het derde Deel, en daarom zouden wy deze voorby gegaan hebben, ten waare wy meenden dat het volgende Ul. meerder voldoening zoude geven.



Laat NV de As, N de Top, en A het Centrum wezen in de Ellipsis en in de Hyperbole; maar ook de Top in de Parabole.

Trekke DE en CB rechthoekig op AV, CF zodanig op DE, en verlenge DC tot aan de As in V.

Zo is DF $\infty\ a - y$, en FC $\infty\ x - b$ in de Parab. en Hyperb. maar FC $\infty\ b - x$ in de Ellipsis.

Om de gelykhoekigheit van de Driehoeken DFC en CBV is't,

DF $a - y$ / FC $x - b$ / CB y? komt $\frac{xy - by}{a - y} \infty$ BV. Par. en Hyp.

DF $a - y$ / FC $b - x$ / CB y? komt $\frac{by - xy}{a - y} \infty$ BV. Ellipsis.

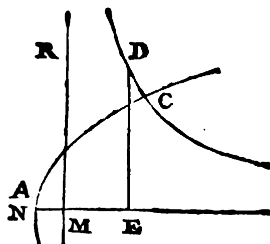
Op de Parabole.

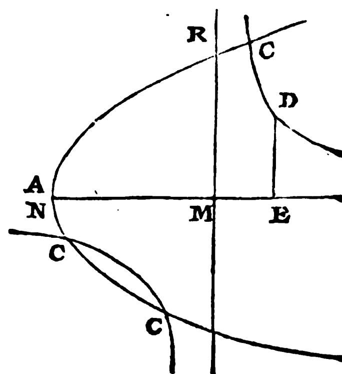
In deze is BV $\infty\ \frac{1}{2}r$, en daarom heeft men $\frac{xy - by}{a - y} \infty\ \frac{1}{2}r$,

of $xy - by + \frac{1}{2}ry - \frac{1}{2}ar \infty 0$, een *Hyp. op de Asymptoti.*

gedeelt door $-x + b \infty \frac{1}{2}r$ / komt $-y$

$x \infty b$ nemende, zo is $y \infty a$; waar uyt blykt dat de Hyperbole moet lopen door D. Waar uyt wy vinden deze





Constructie. Trekt uyt D een rechthoekige op de As, als DE;

DE; en neemt in deze As EM $\infty \frac{1}{2} r$, aan de linker zyde van E, en haalt MR evenwydig aan ED. Dan beschryft een Hyperbole die door D gaat, en waar van MR en ME de Asymptoti zyn, en ook zyn tegengestelde zo 't nodig is, als in de tweede figuur: deze de Parabole in C snydende, zo haalt DC; deze is de kortste die uyt D tot de Parabole kan getrokken werden, of hy staat rechthoekig op de Kromme.

Op de Ellipsis en op de Hyperbole.

Indien men in deze NB stelt $\infty\ x$, zo vind men, na de derde Regel op de Raaklynen, BV $\infty \frac{\frac{1}{2}q \mp x,\, r}{q}$, en om dat als dan AB is $\infty \frac{1}{2} q \mp x$, en wy die nu $\infty\ x$ nemen, zo heeft men nu BV $\infty \frac{rx}{q}$. Wy hebben dan

$\frac{by - xy}{a - y} \infty \frac{rx}{q}$ in de Ellipsis, en $\frac{xy - by}{a - y} \infty \frac{rx}{q}$ in de Hyperbole: waar door wy vinden

$+ xy - \frac{qb}{q - r} y + \frac{ar}{q - r} x \infty 0$, of $xy - ny + px \infty 0$, in de Ellip.

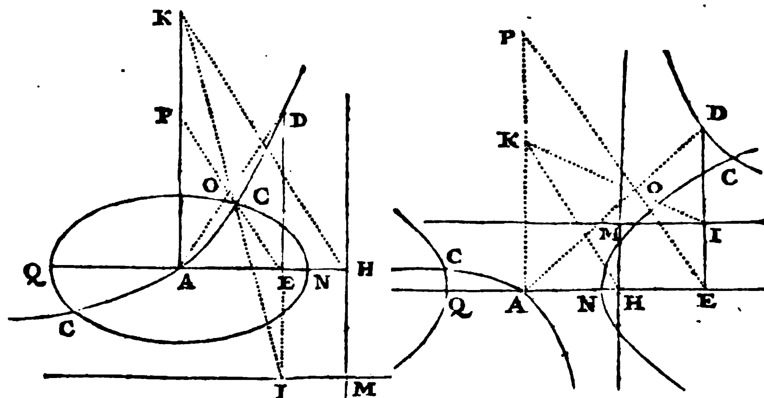
$+ xy - \frac{qb}{q + r} y - \frac{ar}{q + r} x \infty 0$, of $xy - ny - px \infty 0$, in de Hyp.

Stellende $n \infty \frac{qb}{q - r}$ in de Ellipsis, en $n \infty \frac{qb}{q + r}$ in de Hyperbole.

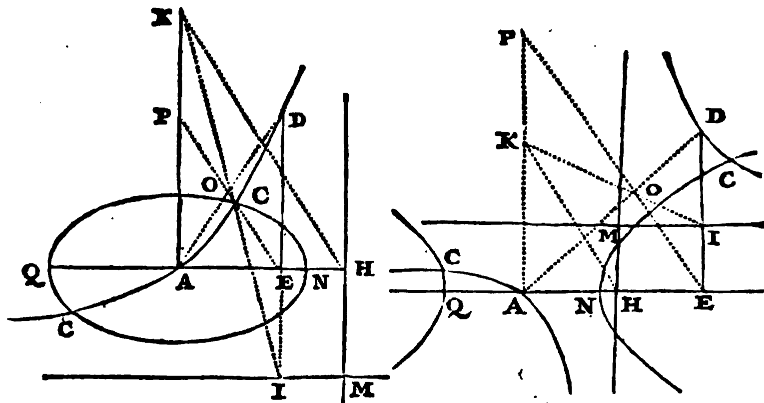
en $p \infty \frac{ar}{q - r}$ in de Ellipsis, en $p \infty \frac{ar}{q + r}$ in de Hyperb.

beyde de Æquatien wyzen aan dat het punt C is in een Hyperbole betrekkelyk tot zyn Asymptoti.

Constructie. Getogen hebbende DE rechthoekig op de As,



zo trekt uyt A, het Centrum; een Perpendiculaar op QN, opwaarts, en neemt daar in AK $\infty\ q$, en KP $\infty\ r$, neerwaarts



waarts in de Ellipsis, en opwaarts in de Hyperbole: dan haalt AD en PE, snydende elkander, of haare verlengdens in O: dan trekt KOI, ontmoetende DE of zyn verlengde in I; ook KH evenwydig aan PE, stotende de As in H. Dan haalt door I en door H lynen evenwydig aan AE en DE, als IM en HM, deze zynde Asymptoti: met deze beschryft een Hyperbole die door A of door D gaat, en ook zyn tegengestelde: deze de gegeve Kromme snydende in C C &c, zo trekt DC DC: deze staan rechthoekig op de gegeve Kegelsnede, om dat AH is $\infty\, n$, en EI $\infty\, p$.

Anders. *Door de snyding van de gegeve Kegelsnede en een Rond.*

Op de Parabole.

De gevonde Æquatie op deze $xy - by + \frac{1}{2}ry - \frac{1}{2}ar \infty o$, gemultipliceert met y,

komt $xyy - byy + \frac{1}{2}ryy - \frac{1}{2}ary \infty o$

uyt de natuur van de Parabole is $yy \infty rx$: daarom rx gestelt in plaats van yy, en gedivideert door r,

men heeft $xx - bx + \frac{1}{2}rx - \frac{1}{2}ay \infty o$ A

hier by $yy - rx \qquad \infty o$

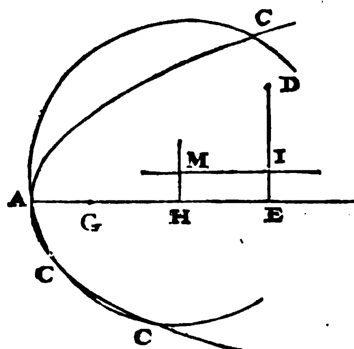
komt $yy + xx - bx - \frac{1}{2}rx - \frac{1}{2}ay \infty o$, een *Rond*,

of $y \infty \frac{1}{4}a \pm \sqrt{.}\, \frac{1}{16}aa + bx + \frac{1}{2}rx - xx$

en $x \infty \underbrace{\frac{1}{2}b + \frac{1}{4}r}_{v} \pm \sqrt{.}\, vv + \frac{1}{16}aa$, het Surd. ∞ o zynde.

Waar

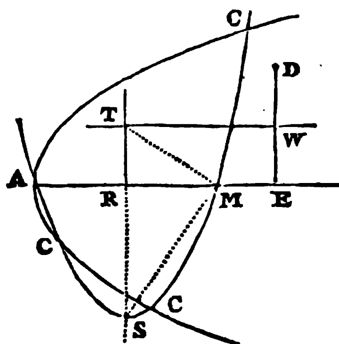
Waar uyt volgt deze



Constructie. Getogen hebbende DE rechthoekig op de As, zo maakt EI, in ED, gelyk $\frac{1}{4}$ED, en haalt door I een evenwydige aan de As: dan neemt, in de As, AG zo lang als $\frac{1}{2}r$, en trekt uyt H, het midden van GE, HM gelykwydig aan ED, snydende de getogene door I in M: dan haalt uyt M door A een kring, snydende de Parabole in C: zo is C enz. overeenkomende met die van *Kinkhuysen*.

Byvoegsel. Uyt de Æquatie A, $xx - bx + \frac{1}{2}rx - \frac{1}{2}ay \infty o$, of $x \infty \underbrace{\tfrac{1}{2}b - \tfrac{1}{4}r}_{s} \pm \sqrt{.\,ss + \tfrac{1}{2}ay}$, een *Parab.*

Vind men de punten C mede op deze wyze



Constructie. Getogen hebbende DE rechthoekig op de As, en in de zelve genomen EM $\infty \frac{1}{2}r$, aan de linker zyde van E, zo haalt uyt R en W, het midden van AM en DE, RT evenwydig aan DE, en WT gelykwydig aan AE, elkander snydende in T: dan TM, en daar op rechthoekig MS, snydende de verlengde TR in S. Dan maakt een Parabole wiens Top is S, As ST, en Rechtezyde TR: deze gaat door A en M, en snyd de gegeve Parabole in de begeerde punten C.

Op de Ellipsis en op de Hyperbole.

Uyt de natuur van de Kromme is $\pm qyy \infty \frac{1}{4}rqq - rxx$. Kon men nu door vergaring, aftrekking, enz., van deze $\pm qyy \infty \frac{1}{4}rqq - rxx$, en de gevonde $xy - ny \pm px \infty o$, komen tot een vergelyking passende een Rond, gelyk hier even in de Parabole is geschiet, zo had men maar de zelve weg in te

 slaan:

men de methode van *la Hire* gebruyken (by ons verhandelt in het IV lid van het III Hoofdstuk, pagina 165) een Æquatie zoekende waar in maar een onbekende is, de y weg reducerende, waar door men een vind van vier Dimensien, de tweede Term by zig hebbende.

uyt $xy - ny \pm px \infty 0$, vind men $y \infty \frac{\pm px}{-x+n}$

of $yy \infty \frac{ppxx}{xx - 2nx + nn}$, met $\pm q$ vermenigvuldigt,

of $\pm qyy \infty \frac{\pm qppxx}{xx - 2nx + nn} \infty \frac{1}{4}rqq - rxx$

of $-x^4 + 2nx^3 + \frac{1}{4}qqxx - nnxx \mp \frac{qpp}{r}xx - \frac{1}{2}nqqx + \frac{1}{4}nnqq \infty 0$

of $-x^4 + 2nx^3 + nlxx - nnxx \mp nmxx - 2nnlx + n^3l \infty 0$

Stellende $l \infty \frac{\frac{1}{4}qq}{n}$, en $m \infty \frac{qpp}{nr}$

of $-x^4 + 2x^3 + lxx - xx \mp mxx - 2lx + l \infty 0$, stellende $n \infty$ d'eenheit

$-mxx$ in de Ellipsis, en $+mxx$ in de Hyperbole.

Om nu deze Æquatie te ontbinden door een Rond en de gegeve Ellipsis of Hyperbole, zo zal 't van noden zyn, niet alleen dat men deze Æquatie in tweên deele, waar van de eene past op een Rond, en de andere op een Ellipsis, of op een Hyperbole, maar ook dat men nog eenige onbekende quantiteyten in deze Æquatie in voere, op dat men de gegeve Ellipsis of Hyperbole daar toe zoude konnen gebruyken.

Laat ons dan stellen dat $x \infty \frac{nz}{d}$ is, of $x \infty \frac{z}{d}$ (z en ook d onbepaalde grootheden wezende) hier door de x weg genomen uyt de gevonde Æquatie,

men heeft $-\frac{z^4}{d^4} + \frac{2z^3}{d^3} + \frac{lzz}{dd} - \frac{zz}{dd} \mp \frac{mzz}{dd} - \frac{2lz}{d} + l \infty 0$, A

Laat ons aannemen $zz - dz - dy \infty 0$, een Æquatie passende op een Parabole: z beginnende van een vast punt, lopende in een gegeve lyn, en y (zynde een andere als y hier voren) daar op staande in een gegeve hoek.

Deze $zz - dz - dy \infty 0$, gedeelt door dd, men heeft $\frac{zz}{dd} - \frac{z}{d} - \frac{y}{d} \infty 0$: welkers Vierkant vergaart by de Æquatie A,

men heeft $-\frac{yy}{dd} + \frac{lzz}{dd} \mp \frac{mzz}{dd} - \frac{2lz}{d} + l \infty 0$

$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}\; dd$

of $-yy + lzz \mp mzz - 2ldz + ldd \infty 0$

voor zz gestelt $dz + dy$, die gelyk zyn,

komt

komt $-yy-ldz+ldy\mp mdz\mp mdy+ldd\infty 0$, B
hier by $-zz+dz+dy \qquad \infty 0$

k^t. $-yy-zz-ldz\mp mdz+dz+ldy\mp mdy+dy+ldd\infty 0$, een *Rond*.

Om Æquatien op de Ellipsis en op de Hyperbole te vinden, en zodanig dat men de gegevene tot de ontbinding zal konnen gebruyken,

Zo multipliceert $zz-dz-dy\infty 0$ met k, een onbepaalde

komt $kzz-kdz-kdy\infty 0$

dit laatste afgetogen van B, en ook daar by vergaart, komt
$-yy+ldy-mdy+kdy+ldd-ldz-mdz+kdz-kzz\infty 0$. Ell.
$-yy+ldy+mdy-kdy+ldd-ldz+mdz-kdz+kzz\infty 0$. Hyp.

En alzo hebben wy Æquatien op het Rond, en op de twee gegeve Kromme na behoren.

Uyt de Æquatie op het Rond vinden wy

$$y\infty+\underbrace{l\mp m+1}_{f},\tfrac{1}{2}d\pm\sqrt{.\tfrac{1}{4}ffdd+ldd-ldz\mp mdz+dz-zz}, \text{en}$$

$$z\infty-\underbrace{l\mp m+1}_{g},\tfrac{1}{2}d\pm\tfrac{1}{2}d\sqrt{.gg+ff+4l}, \text{ het Surd. }\infty 0.$$

$-m$ als men dit Rond gebruykt tot de gegeve Ellipsis, en $+m$ als men het gebruykt tot de gegeve Hyperbole.

Uyt de Æquatie op de Ellipsis vind men

$$y\infty+\underbrace{l-m+k}_{s},\tfrac{1}{2}d\pm\sqrt{.\tfrac{1}{4}ssdd+ldd-ldz-mdz+kdz-kzz}, \text{en}$$

$$z\infty-\frac{\overbrace{+l+m-k}^{v}}{k},\tfrac{1}{2}d\pm\tfrac{1}{2}d\sqrt{.\frac{vv}{kk}+\frac{ss+4l}{k}}, \text{ het Surd. }\infty 0.$$

Uyt de Æquatie op de Hyperbole vind men

$$y\infty+\underbrace{l+m-k}_{v},\tfrac{1}{2}d\pm\sqrt{.\tfrac{1}{4}vvdd+ldd-ldz+mdz-kdz+kzz}, \text{en}$$

$$z\infty+\frac{\overbrace{\pm l-m\pm k}^{s}}{k},\tfrac{1}{2}d\pm\tfrac{1}{2}d\sqrt{.\frac{ss}{kk}-\frac{vv+4l}{k}}, y \text{ evenw. aan de Ap.}$$

$$z\infty+\frac{\overbrace{\pm l-m+k}^{s}}{k},\tfrac{1}{2}d\pm\tfrac{1}{2}d\sqrt{.vv+4l-\frac{ss}{k}}, y \text{ evenw. aan de Mid.}$$

Nu zynder twee onbepaalde ingevoert, die eerst moeten

 bepaalt

bepaalt wezen eer men de ſolutie kan beginnen, te weten k en d (want z en y zullen door de ſnyding der Kromme, of door de oploſſing van de Æquatie bekent werden.)

Dewyl nu z repreſenteert de x, en zz in het Surdiſche op y gevonden, gemultipliceert is met k, en om dat het geene met zz gemultipliceert is, is de Rechtezyde gedeelt door Dwarſe (om dat geen onbekende, welke hier z is, in het rationale gevonden werd) volgens het geene in de Plaatzen is aangewezen, dat is $k \infty \frac{r}{q}$ in de Ellipſis, en ook in de Hyperbole als y evenwydig aan de Applicata is, maar $k \infty \frac{q}{r}$ als y in de Hyperbole evenwydig aan de Middelyn valt. k is dan daar door bepaalt. Om te vinden hoe lang dat d moet wezen, zo ſtaat aan te merken dat het Surdiſche, dat by z gevoegt is, is de halve Dwarſe van de gegeve Kromme; of, zal men de gegeve Kromme tot de ontbinding gebruyken, dat men de halve Dwarſe zo lang moet nemen als dit Surdiſche is, dat is $\infty \frac{1}{2} q$, waar uyt volgt dat wy hebben

$d \infty \frac{q}{\sqrt{\cdot \frac{vv}{kk} + \frac{ss + 4l}{k}}}$ in de Ellipſis

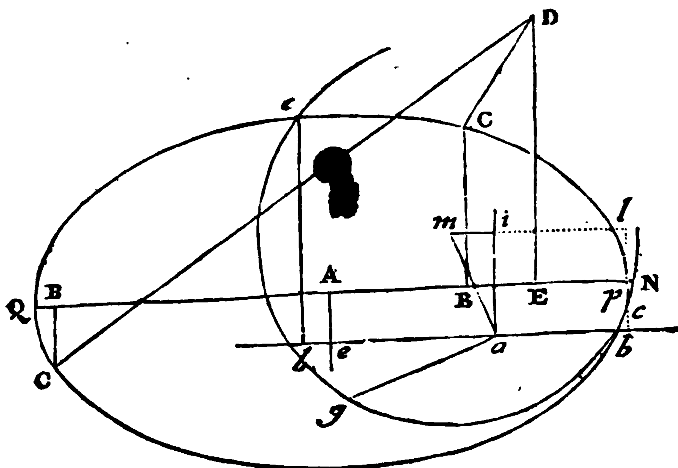
$d \infty \frac{q}{\sqrt{\cdot \frac{ss}{kk} - \frac{vv + 4l}{k}}}$ in de Hyperb. y evenwydig aan de Appl.

$d \infty \frac{q}{\sqrt{\cdot vv + 4b - \frac{ss}{k}}}$ in de Hyperb. y evenwydig aan de Midd.

Om de Conſtructie gemakkelyk te maken, zo ſtaat aan te merken dat n zo groot is als AH in de voorgaande figuren, dewyl hy is $\infty \frac{qb}{q \mp r}$. Om dat l is $\infty \frac{\frac{1}{4}qq}{n}$, zo vind men die, nemende in AK de AX gelyk $\frac{1}{4}$ van AK, en door X trekkende een lyn die KH rechthoekig ſtoot, en de As ſnyd in W, zo is AW $\infty \frac{\frac{1}{4}qq}{n}$, of $\infty\ l$. m vind men trekkende uyt I een rechthoekige op AD, of op zyn verlengde, ſnydende de As in Z, zo is EZ $\infty\ m$, om dat ze $\infty \frac{ap}{b}$ is, en dit $\infty \frac{qpp}{nr}$ is, gelyk men kan proberen: In de Ellipſis en ook in de Hyperbole wanneer y evenwydig aan de Applicata is, is $k \infty$ EH, om dat deze $\infty \frac{rn}{q}$, of $\infty \frac{r}{q}$ is: maar in de Hyperbole, y evenwydig aan de Middellyn zynde, is $k \infty$ een derde evenredige tot EH en AH, om dat hy als dan $\infty \frac{qn}{r}$, of $\infty \frac{q}{r}$ is.

Om

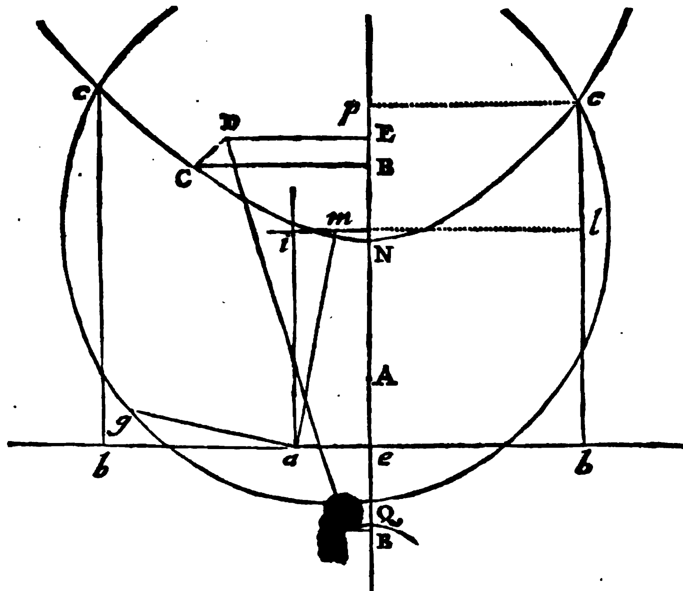
Om dan de lengte van z te vinden, door de bovenstaande Æquatie op y en op z gemaakt, zo kan men opvolgen deze *Construtie.* Trekt uyt A, het Centrum van de gegeve Kromme, een rechthoekige door de As, en neemt daar in $Ae \infty \frac{1}{2}sd$ in de Ellipsis, en $\infty \frac{1}{2}vd$ in de Hyperbole als $\frac{ss}{kk}$ grooter is als $\frac{vv+4l}{k}$, of als $\frac{ss}{k}$ grooter is als $vv+4l$; maar kleender zynde, zo neemt Ae in de As $\infty \frac{1}{2}vd$: beyde, $\frac{1}{2}sd$ en $\frac{1}{2}vd$, neerwaarts als ze een + zyn, en opwaarts als ze een — zyn.



Dan haalt door e een rechtstandige op Ae, en neemt daar in $ea \infty \frac{\frac{1}{2}vd}{k}$ in de Ellipsis, en $\infty \frac{\frac{1}{2}sd}{k}$ in de Hyperbole, ter rechter zyde van e als het een —, en ter linker zyde als het een + is.

Dan haalt door a een perpendiculaar op ae, en neemt daar in $ai \infty \frac{1}{2}fd$, opwaarts als men heeft $+f$, en neerwaarts als men heeft $-f$: dan door i een rechthoekige op ai, en daar in genomen $im \infty \frac{1}{2}gd$, aan de rechter zyde van i als g een + is, en aan de linker zyde als hy een — is: dan haalt ma, en daar op rechthoekig $ag \infty \sqrt{ldd}$, of $\infty d\sqrt{l}$.

Dan trekt uyt m door g een Kring, deze de gegeve Kromme



me in *c c* snydende, zo laat uyt *c* vallen een lootlyn op *ae*, of op zyn verlengde; deze *cb* zynde, zo is *ab* ∞ z (en *cb* ∞ *y*) daarom gezogt een vierde evenredige tot *d*, *n*, en *ab*, die is ∞ $\frac{nz}{d}$, of ∞ *x*, dat is ∞ AB in de eerste figuren: overzulx deze lengte gestelt in de As van A af na de rechter zyde, of liever als een + *x* als *b* aan de rechter zyde van *a* is, en als een — *x* als *b* aan de linker zyde van *a* gevonden werd; dit in B eindigende, zo trekt uyt B een rechthoekige op de As, stotende de Kromme in C; dan getogen DC, die staat rechthoekig op de gegeve Kromme.

Hoewel deze Constructie geen bevesting van noden heeft, om dat men simpelyk opgevolgt heeft de manier in de Plaatzen gebruykelyk, en bygevolg dat men niet anders te doen heeft als na te speuren of men die wetten heeft waargenomen: zo zullen wy echter tot meerder voldoening de Proef op de twee gestelde figuren, die na deze Constructie geformeert zyn, hier by voegen.

Proef. Laat uyt *c* vallen een perpendiculaar op de As, als *cp*, en *im* verlengt werden tot dat hy *cb*, of zyn verlengde ontmoet in *l*.

Dewyl

Dewyl bc is ∞y; Ae $\infty \frac{1}{2}sd$ in de Ellipsis, en $\infty \frac{1}{2}vd$ in de Hyperbole: $ea \infty \frac{\frac{1}{2}vd}{k}$ in de Ellipsis, en $\infty \frac{\frac{1}{2}sd}{k}$ in de Hyperbole.

In de Ellipsis is $pN \infty + \frac{1}{2}q - \frac{\frac{1}{2}vd}{k} - z$, en $pQ \infty + \frac{1}{2}q + \frac{\frac{1}{2}vd}{k} + z$, waar door de ▭ QpN is $\infty + \frac{1}{4}qq - \frac{vdz}{k} - \frac{\frac{1}{4}vvdd}{kk} - zz$.

In de Hyperbole is $pN \infty + y - \frac{1}{2}vd - \frac{1}{2}q$, en $pQ \infty + y - \frac{1}{2}vd + \frac{1}{2}q$, waar door de ▭ QpN is $\infty + yy - vdy + \frac{1}{4}vvdd - \frac{1}{4}qq$.

Om dat d is $\infty \frac{q}{\sqrt{\frac{vv}{kk} + \frac{ss+4l}{k}}}$ in de Ell. en $\infty \frac{q}{\sqrt{vv+4l-\frac{ss}{k}}}$ in de Hyp.

of $+\frac{1}{4}qq \infty + \frac{\frac{1}{4}vvdd}{kk} + \frac{\frac{1}{4}ssdd}{k} + \frac{ldd}{k}$ in de Ellipsis

en $-\frac{1}{4}qq \infty - \frac{1}{4}vvdd - ldd + \frac{\frac{1}{4}ssdd}{k}$ in de Hyperbole

het geene aan $\frac{1}{4}qq$ gelyk is gestelt in zyn plaats

komt de ▭ $QpN \infty - \frac{vdz}{k} + \frac{\frac{1}{4}ssdd}{k} + \frac{ldd}{k} - zz$ in de Ellipsis

en de ▭ $QpN \infty + yy - vdy - ldd + \frac{\frac{1}{4}ssdd}{k}$ in de Hyp.

cp is $\infty + \frac{1}{2}sd - y$ in de Ellipsis, en $\infty + z - \frac{\frac{1}{2}sd}{k}$ in de Hyp.
zo is dan 't □ $cp \infty + \frac{1}{4}ssdd - sdy + yy$ in de Ellipsis,

en 't □ $cp \infty + zz - \frac{sdz}{k} + \frac{\frac{1}{4}ssdd}{k}$ in de Hyperbole.

In de Ellipsis is q tot r, of 1 tot $\frac{r}{q}$, of 1 tot k, als de ▭ QpN tot het □ cp, waar door men vind

$$-yy + sdy - vdz - kzz + ldd \infty 0$$

in deze is $s \infty l - m + k$, en $v \infty l + m - k$: door deze de s en v weg genomen, komt

$$-yy + ldy - mdy + kdy - ldz - mdz + kdz - kzz + ldd \infty 0$$

In de Hyperbole is q tot r, of $\frac{q}{r}$ tot 1, of k tot 1, als de ▭ QpN tot het □ cp, waar door men vind

$$-yy + vdy + ldd + kzz - sdz \infty 0$$

in deze is $v \infty l + m - k$, en $s \infty l - m + k$: hier door de v en de s weg genomen, komt

$$-yy + ldy + mdy - kdy + ldd + kzz - ldz + mdz - kdz \infty 0$$

of in beyde, in de Ellipsis en ook in de Hyperbole

$$-yy + ldy \mp mdy \pm kdy - ldz \mp mdz \pm kdz \mp kzz + ldd \infty 0.$$

Op

Op het Rond, passende op de Ellipsis en ook op de Hyperbole.

Om dat ai is $\propto \frac{1}{2}fd$, $im \propto \frac{1}{2}gd$, en $ag \propto \sqrt{ldd}$,

Zo is het $\square\, mg$, of het $\square\, mc \propto \frac{1}{4}ffdd + \frac{1}{4}ggdd + ldd$.

Om dat ml is $\propto z \pm \frac{1}{2}gd$, $+$ in de Ellipsis en $-$ in de Hyperbole,

Zo is het $\square\, ml \propto zz \pm gdz + \frac{1}{4}ggdd$; hier by het $\square$ van $cl \propto \mp y \pm \frac{1}{2}fd$ (de bovenste tekens in de Ellipsis, en de onderste in de Hyperbole) zynde $+yy - fdy + \frac{1}{2}ffdd$, zo heeft men

$$\frac{1}{4}ffdd + \frac{1}{4}ggdd + ldd \propto zz \pm gdz + \frac{1}{4}ggdd + yy - fdy + \frac{1}{4}ffdd,$$

$$\text{of } -yy + fdy \mp gdz - zz + ldd \propto 0$$

$+f$ is $\propto +l \mp m + 1$, en $\mp g \propto -l \mp m + 1$ (ik zegge $\mp g$, om dat $-l - m + 1$ een $-$ bevonden is, en $-l + m + 1$ een $+$) door deze de f en de g weg genomen;

k[t]. $-yy + ldy \mp mdy + dy - ldz \mp mdz + dz - zz + ldd \propto 0$, op 't Ront ook hebben wy $-yy + ldy \mp mdy \pm kdy - ldz \mp mdz \pm kdz \mp kzz + ldd \propto 0$, op de Ell. en Hyp. deze twee van elkander afgetogen

reſt $dy \mp kdy + dz \mp kdz - zz \pm kzz \propto 0$

gedeelt door $1 \mp k$, komt $dy + dz - zz \propto 0$, onze aangenome Æquatie op de Parabole,

of $y \propto -z + \frac{zz}{d}$ hier door de y weg gereduceert uyt een van de bovenstaande Æquatien, of die op het Rond, of die op de Ellipsis en Hyperbole, men vind

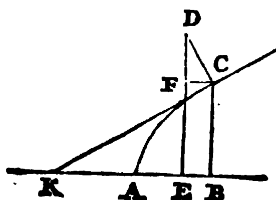
$$-\frac{z^4}{dd} + \frac{2z^3}{d} + lzz - zz \mp mzz - 2ldz + ldd \propto 0, \text{ door } dd \text{ ged.}$$

$$\text{of } -\frac{z^4}{d^4} + \frac{2z^3}{d^3} + \frac{lzz}{dd} - \frac{zz}{dd} \mp \frac{mzz}{dd} - \frac{2lz}{d} + l \propto 0$$

voor $\frac{z}{d}$ gestelt x, om dat d, n, ab ($\propto z$), AB ($\propto x$) evenredig zyn, komt $-x^4 + 2x^3 + lxx - xx \mp mxx - 2lx + l \propto 0$, onze gevonde Æquatie, ergo enz.

BYVOEGSEL.

1. *Het punt* C *te vinden in alle Parabolen.*



Laten deze alle afgebeelt werden door

$$y^t \propto r^{t-s} x^s:$$

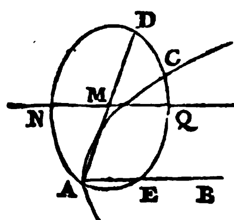
en laat CK de Kromme raken in C,

$$\text{zo is KB} \propto \frac{tx}{s}.$$

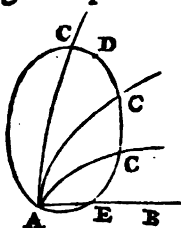
Om dat de Driehoeken KBC en DFC gelykhoekig zyn; daarom zyn de

de R. zyde $\infty\ r$ FC $x-b$ / FD $a-y$ // BC y / KB $\frac{tx}{s}$ evenr.
DE $\infty\ a$ of $yy \infty\ ay + \frac{t}{s}bx - \frac{t}{s}xx$, een *gemeene Ell.*
AE $\infty\ b$ of $y \infty \frac{1}{2}a \pm \sqrt{.\ \frac{1}{4}aa + \frac{t}{s}bx - \frac{t}{s}xx}$
AB $\infty\ x$ en $x \infty \frac{1}{2}b \pm \sqrt{.\ \frac{1}{4}bb + \frac{s}{4t}aa}$, Surd. ∞ o.
BC $\infty\ y$

Uyt de tweede Æquatie ziet men, de $x \infty b$ nemende, dat dan de y is $\infty\ a$ en ook ∞ o: dies zal de Ellipsis moeten lopen door D en ook door E, en nemende $x \infty$ o, zo is ook $y \infty$ o; dies loopt de Kromme mede door A. Wy vinden dan deze

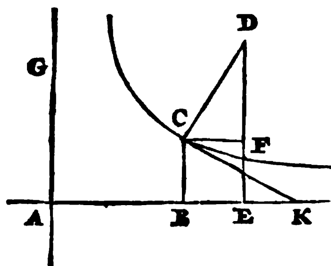


Constructie. Haalt DA, en door zyn midden M een rechte evenwydig aan de As AB; en neemt daar in, aan weerzyden van M, MQ en MN yder $\infty \sqrt{.\ \frac{1}{4}bb + \frac{s}{4t}aa}$, en beschryft een Ellipsis op NQ als As, met $\frac{t}{s}$ maal NQ als Rechtezyde: deze loopt niet alleen door D, door E, en door A, maar snyd ook de gegeve Parabole, van wat geslagt en soort dat hy ook zoude mogen wezen, in alle de begeerde punten C.



Vorders. Dewyl de Rechtezyde van de gegeve Parabole in de Constructie niet gebruykt is, zo wyst dit aan dat een zelfde Ellipsis kan dienen om de punten C te vinden in een oneyndige menigte van Parabolen van een zelfde geslagt en soort die alle op een zelfde As en uyt een zelfde Top getrokken zyn, met Rechtezyden van ongelyke lengte. *Siet hier van* Slusius *pagina* 130.

2. *Het punt* C *te vinden in alle Hyperbolen, wiens Asymptoti elkander rechthoekig snyden.*



Laten deze alle afgebeelt werden door

$$x^s y^t \infty\ k^{s+t}$$

KB is nu wederom $\infty \frac{tx}{s}$. en

$b-x$ / $a-y$ // y / $\frac{tx}{s}$ zyn nu ook evenredig,

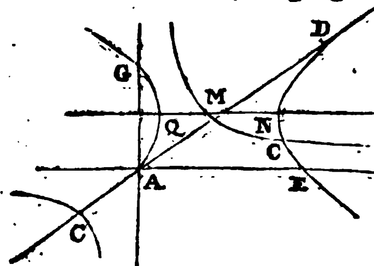
en daarom is

$yy \infty ay - \frac{t}{s} bx + \frac{t}{s} xx$, een *gemeene Hyperbole.*

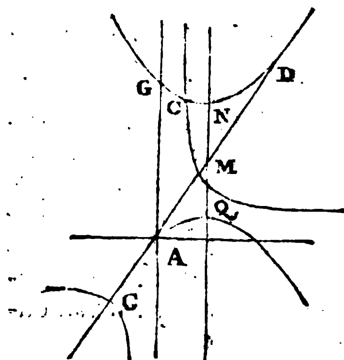
of $y \infty \frac{1}{2} a \pm \sqrt{.\, \frac{1}{4} aa - \frac{t}{s} bx + \frac{t}{s} xx}$

en $x \infty \frac{1}{2} b \pm \sqrt{.\, \frac{1}{4} bb - \frac{s}{4t} aa}$; het Surd. ∞ o

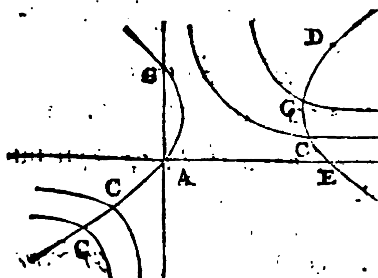
Uyt de tweede Æquatie ziet men wederom, $x \infty b$ nemende, dat dan y is ∞ a en ook ∞ o: dies zal de Hyperbole lopen door D en ook door E, en $x \infty$ o nemende, zo is $y \infty$ o; hy loopt dan mede door A, of zyn tegengestelde. Hier uyt hebben wy deze



Constructie. Haalt DA, en door zyn midden M, een rechte QMN evenwydig aan de lyn daar x in loopt, of aan AE als $\frac{s}{4t} aa$ kleender is als $\frac{1}{4} bb$; maar aan de lyn y, of aan AG als het anders is: dan in deze genomen MN en MQ yder $\infty \sqrt{.\, \frac{1}{4} bb - \frac{s}{4t} aa}$ als QN evenwydig aan AE is; maar $\infty \sqrt{.\, \frac{1}{4} aa - \frac{t}{4s} bb}$ als hy zodanig aan AG is. Dan beschryft Hyperbolen door N en Q als Toppen, op QN als As, met $\frac{t}{s}$ maal QN als Rechtezyde als QN evenwydig aan de lyn x is, maar met $\frac{s}{t}$ maal QN als QN gelykwydig aan de lyn y is: een van deze zal de gegeve Hyperbole, en de ander zyn tegengestelde. snyden in het begeerde punt C.

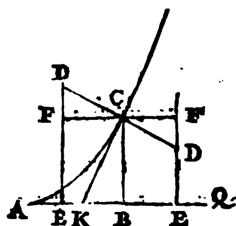


Vorders. Dewyl k in de Constructie niet gebruykt is, zo wyst dit aan dat een zelfde Hyperbole kan dienen tot vinding van de punten C in ontallyke andere die van dat geslagt en die soort zyn waar op hy gemaakt is, en dat AE en AG haar aller Asymptoti zyn.



XXVIII.

XXVIII. WERKSTUK.



Gegeven zynde een Cissoïde AC, *waar van* AQ *de Middellyn van het Rond is waar door hy gemaakt is, en een punt* D: *uyt* D *tot deze Kromme de kortste lyn te trekken, of die hem rechthoekig stoot.*

$AQ \infty q$
$DE \infty a$
$AE \infty b$
$AB \infty x$
$BC \infty y$

Om dat uyt de natuur van de Kromme altyd evenredig zyn

QB / BA // □BA / □BC

zo is $qyy - xyy - x^3 \infty 0$.

Aanmerkt DE en CB voorrechthoekige op AQ, CF voor een zodanige op DE, en CK voor een rakende in C.

men vind BK $\infty \frac{qx - xx}{1\frac{1}{2}q - x}$.

door de gelykhoekigheit van de △en KBC DFC zyn evenredig

FC $b - x$ / FD $y - a$
FC $x - b$ / FD $a - y$ // BC y / BK $\frac{qx - xx}{1\frac{1}{2}q - x}$.

hier door vind men

$$1\tfrac{1}{2}qyy - 1\tfrac{1}{2}aqy - xyy + axy \infty bqx - bxx - qxx + x^3$$

hier af $qyy \quad - xyy \quad \infty \quad x^3$

Rest $\frac{1}{2}qyy - 1\frac{1}{2}aqy + axy \infty bqx - bxx - qxx$

of $yy \infty 3ay - \frac{2a}{q}xy + 2bx - \frac{2b}{q}xx - 2xx$

of $y \infty 1\frac{1}{2}a - \frac{a}{q}x \pm \sqrt{.\, 2\frac{1}{4}aa - \frac{3aa}{q}x + \frac{aa}{qq}xx + 2bx - \frac{2b}{q}xx - 2xx}$

Een Æquatie zynde waar van het Surdische past op een Ellipsis indien $\frac{aa}{qq}$ kleender is als $\frac{2b}{q} + 2$, of $\frac{aa}{q}$ kleender als $2b + 2q$, en op een Hyperbole als het eerste grooter is als het tweede, maar op een Parabole als ze gelyk zyn.

Is $x \infty 0$, zo is $y \infty 3a$ en ook $\infty 0$: dies loopt de Kromme door A.

Is $a \infty 0$, of is D gegeven in AQ, of in zyn verlengde, zo heeft men

yy, of $\frac{x^3}{q-x} \infty 2bx - \frac{2b}{q}xx - 2xx$, of $x \infty q - \sqrt{\frac{q^3}{2b+q}}$.

 Is

Is D in Q, zo heeft men $x \infty q - \surd \frac{1}{3} qq$; en is hy in het midden van AQ zo heeft men $x \infty q - \surd \frac{1}{4} qq$, waar door de Constructien zeer eenvoudig vallen.

XXIX. WERKSTUK.

Een gegeve hoek in drie *gelyke deelen te deelen.*

Dit is een over oud Werkstuk, dat Pappus *ons voordraagt in zyn vierde Boek aan de twee-endertigste en verdere Propositien: 't is van andere alrede gesolveert; in onze Algebra van ons mede voor gestelt, en Æquatien gevonden niet alleen om hen in drie, maar ook in vyf en seven gelyke deelen te deelen. Maar om dat* Slusius *een andere weg inslaat om hen te ontbinden wanneer ze in driën gedeelt werd, en wy op die voet voort gegaan zyn om hen in vyf en ook in seven zodanige deelen te deelen, zo heeft het ons goet gedagt dit Problema, op deze wyze verhandelt, hier by te voegen, meenende dat het Ul. niet onaangenaam zal wezen.*

AB, of AI ∞b
HG, of BD ∞d
AG, of AD ∞n
AR ∞x
RI ∞y

Laat BAC de gegeve Hoek wezen: AI zodanig te trekken waar door IAC het derde deel van BAC is.

Trekt uyt A als middelpunt een Boog, of een Rond, snydende de Beenen van de gegeve Hoek in B en in C: laat CI het derde deel wezen van BC.

Trekt BH evenwydig aan AC, stotende het Rond in H, ook HIQ: zo is BHQ gelyk de helft van BAI; of BHQ, of IAQ is zo wyd als IQA.

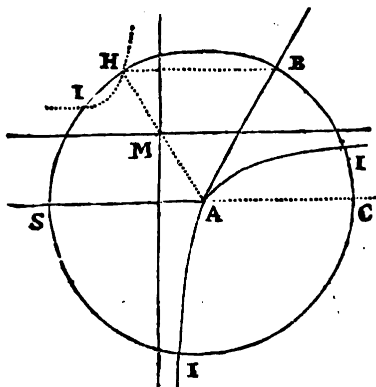
Trekkende de perpendicularen BD HG IR, zo is HG gelyk BD, AG gelyk AD, en RQ ∞ RA ∞x.

Zo zyn dan QR x / RI y // QG $2x + n$ / HG d evenredig, dies is $dx \infty 2xy + ny$, of $xy + \frac{1}{2} ny - \frac{1}{2} dx \infty 0$. een *Hyperbole op de Asymptoti.*

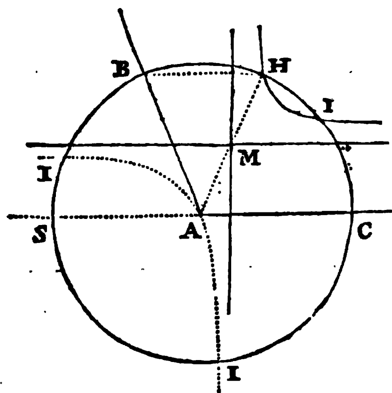
gedeelt door $- x - \frac{1}{2} n$, komt $- y + \frac{1}{2} d$.

$x \infty 0$ nemende, zo is ook $y \infty 0$, dies loopt de Hyperbole door A: en $y \infty d$ zynde, zo is $- x \infty n$, daarom loopt zyn tegengestelde door H: en alzo hebben wy deze

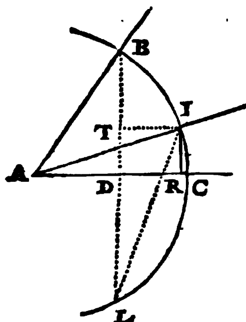
Con-



Constructie. Trekt uyt A een Rond met een straal na believen, snydende de Beenen van de gegeve hoek in B en C: dan haalt BH evenwydig aan AC, stotende de Omtrek in H: dan trekt AH, en door zyn midden M twee lynen die elkander rechthoekig snyden; waar van de eene evenwydig is aan AC. Met deze als Asymptoti beschryft een Hyperbole die door A gaat indien de gegeve Hoek of scherp of meer als Bot is, maar Bot zynde, een die door H gaat: deze de boog over de gegeve Hoek in I snydende, zo haalt AI, deze voldoet het begeerde.



De Boog CI neerwaarts is het derde van CISB, het vervultsel van de Boog BC tot een heel Rond, en SI opwaarts is het derde van SB, het complement van BC tot een halfrond.



Anders. Verlengt BD tot aan de Omtrek in L, en trekt IT rechthoekig op BL, ook IL.

De Driehoeken ITL en IRA zyn gelykhoekig, om dat BLI gelyk is aan IAR, dewyl BI tweemaal grooter is als CI, en daarom zyn

AR x / RI y // TL $d+y$ / TI $x-n$ evenredig.

of $xx - nx \infty dy + yy$

of $y \infty -\frac{1}{2}d \pm \sqrt{\cdot \frac{1}{4}dd - nx + xx}$, een *gel. z. Hyp.*

en $x \infty + \frac{1}{2}n \pm \sqrt{\cdot \frac{1}{4}nn - \frac{1}{4}dd}$, het Surd. ∞ o.

neemt men $y \infty$ o, zo is $x \infty n$ en ook ∞ o: dies loopt de Hyperbole door D en ook door A. Zo dat wy vinden deze

 Con-

Constructie. Getogen hebbende BDL als hier voren, zo trekt uyt V, het midden van AD, een evenwydige aan BL, en uyt W, het midden van DL, een parallel aan AC, ontmoetende elkander in M: dan maakt op de langste VM of WM, als hier op VM, een halfrond, en neemt in de Omtrek VX gelyk VA, en meet af, in MV, MN en MQ yder gelyk MX. Dan maakt een Hyperbole, waar van QV de As, QN de Dwarse en ook de Rechtezyde, en N de Top is indien de gegeve hoek scherp of bot is: maar door Q als Top indien hy meer als Bot is: deze snyd het getogene Rond in het voornoemde punt I.

Anders. Trekt door M twee lynen die met MV een halve rechte hoek bepalen, en elkander rechthoekig snyden; en maakt een Hyperbole, met deze als Asymptoti die door A loopt indien de gegeve hoek scherp of bot is: maar meer als bot zynde die door L loopt: deze snyd het getogene Rond in het zelfde punt I.

$x \infty n$ nemende, zo is $-y \infty d$, het welk aanwyst dat die door Q getrokken door L gaat.

Anders door een Parabole. Indien men de gevonde Æquatie, en $-xx-yy+bb \infty 0$, de Æquatie op het Rond, addeert of substraheert, men vind een vergelyking passende op een Parabole.

Indien men $-2xy-ny+dx \infty 0$, de *eerste* gevonde Æquatie,
en $-xx-yy+bb \infty 0$, die op het Rond,
Addeert, komt $-yy-2xy-ny+dx-xx+bb \infty 0$,
Substr., komt $+yy-2xy-ny+dx+xx-bb \infty 0$:
uyt de eerste is $y \infty -x-\frac{1}{2}n \pm \surd.+nx+dx+\frac{1}{4}nn+bb$
uyt de tweede is $y \infty +x+\frac{1}{2}n \pm \surd.+nx-dx+\frac{1}{4}nn+bb$
beyde een *Parabole* zynde. $x \infty 0$ nemende, zo is

in

in de eerste $y \infty -\frac{1}{2}n \pm \sqrt{.}\frac{1}{4}nn + bb$,
in de tweede $y \infty + \frac{1}{2}n \pm \sqrt{.}\frac{1}{4}nn + bb$.

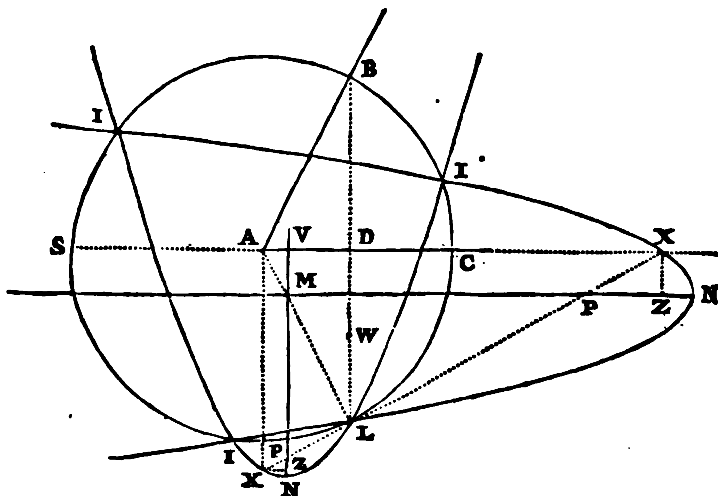
Waar door wy vinden deze

Constructie. Trekt door A een rechthoekige op AC, en zoekt V het midden van AD: dan maakt AF in de verlengde AC aan A, en AM AM in de perpendiculaar door A, yder zo lang als AV; mede, in de zelfde perpendiculaar, MO MO elk als MC, en DX DX, aan weerzyden van D., elk als DB; en trekt door F en M twee rechte, en op deze de rechthoekige AW XZ XZ: dan vind MN MN zodanig dat WZ: MO: MN gedurig evenredig zyn. Dan beschryft Parabolen op MN MN als middellyn, door N N als Top, met WZ WZ als Rechtezyde, en OMN OMN als beweeglyke hoek: deze snyden het getogene Rond in de voornoemde punten I I I, en lopen mede door H en ook door O.

Indien men $+yy + dy + nx - xx \infty o$, de 2^e gevonde Æquatie,
en $+yy + xx - bb \infty o$, die op het Rond,
Addeert, komt $+2yy + dy + nx - bb \infty o$.
Substr., komt $-2xx + nx + dy + bb \infty o$:
uyt de eerste is $y \infty -\frac{1}{4}d \pm \sqrt{:}\frac{1}{16}dd + \frac{1}{2}bb - \frac{1}{2}nx$. een *Parabole*.
uyt de tweede is $x \infty + \frac{1}{4}n \pm \sqrt{.}\frac{1}{16}nn + \frac{1}{2}bb + \frac{1}{2}dy$, een *ditto*.

Waar

Constructie. Getogen hebbende BDL rechthoekig door AC, zo trekt AL, en neemt daar in AM gelyk zyn vierde deel: dan haalt AX evenwydig aan DL, en door L een rechte XLX, rakende het getogene Rond in L, en ontmoetende



AX, rechthoekig op AC, en ook de verlengde AC, in X en X, en snydende de lynen door M getogen evenwydig aan AX en aan AC in P en in P: dan trekt XZ XZ rechthoekig op MP MP, en neemt in deze laatste ZN ZN yder gelyk het vierdedeel van ZP ZP, in de verlengde MZ aan Z. Dan beschryft Parabolen door N en N als Top, op MN MN als As, met $\frac{1}{2}$ AD als Rechtezyde in die geene wiens As evenwydig aan AD is, en met $\frac{1}{2}$ DL in die geene wiens As parallel aan DL is: deze snyden het getogen Rond mede in de gezeyde punten III, en gaan ook door L.

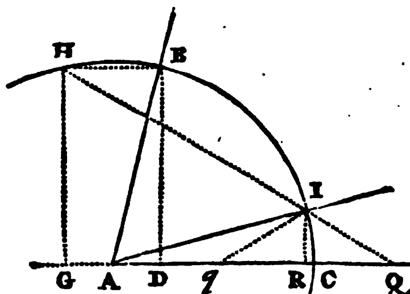
XXX. Werkstuk.

Een gegeve hoek in vyf gelyke deelen te deelen.

Op de eerste manier.

Getogen hebbende lynen als voren, zo is nu de hoek IQR

twee-



tweemaal zo wyd als de hoek IAR: daarom is nu

$$RQ \infty \frac{xx-yy}{2x},$$

want, nemende $Rq \infty RQ$, en trekkende qI, zo is deze zo lang als qA. Stellen $qR \infty z$, zo is qA, of $qI \infty x-z$, of zyn Vierkant $xx-2xz+zz$ is $\infty\, zz+yy$, waar door men z, of qR, of QR vind als boven is aangetekent.

Nu is 't wederom

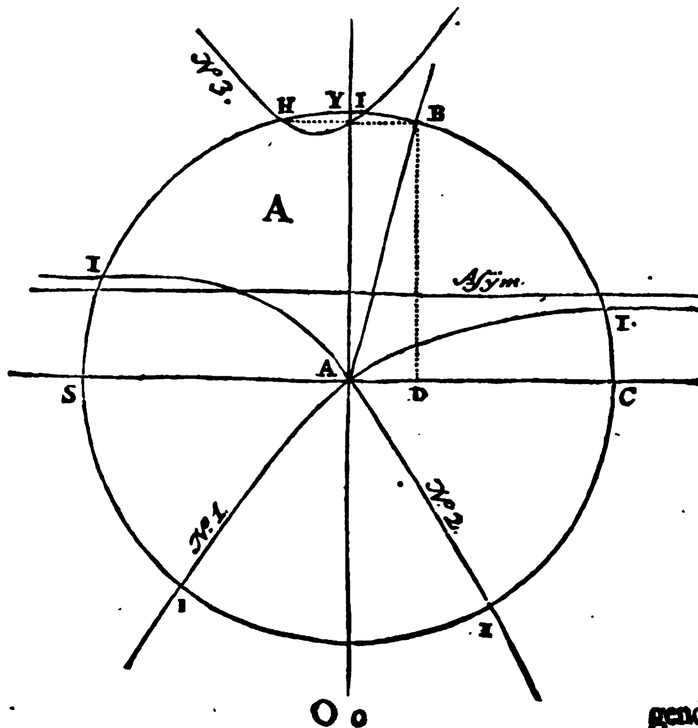
$$RQ\,\frac{xx-yy}{2x}\ /\ RI\,y\ //\ GQ\,\frac{xx-yy}{2x}+x+n\ /\ HG\,d,$$

$$\text{———}\,2x \qquad\qquad \text{————————}\,2x$$

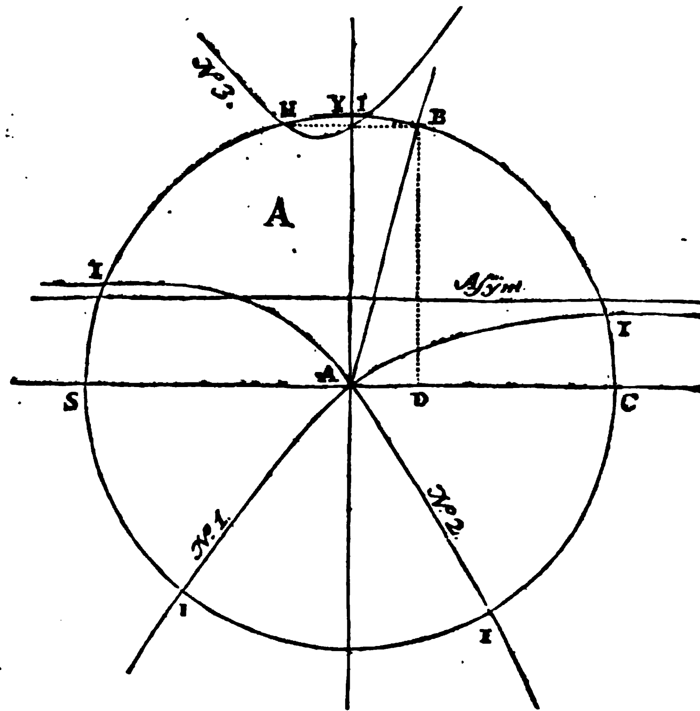
$$\text{of } xx-yy\ /\ \ y\ //\ \ xx-yy+2xx+2nx\ /\ d.$$

of $-y^3+dyy+3xxy-dxx+2nxy \infty 0$, een Kromme van het tweede geslagt.

Door deze Æquatie vind men Kromme lynen van de vol-



een gemeene Asymptotus, snydende DB, van D af te reke-
nen op zyn derde deel. N°. 3 gaat door H.



Deze Kromme snyden het getogene Rond op vyf plaatzen IIIII. CI opwaarts is het vyfde deel van de boog CB over de gegeve hoek; CI neerwaarts is het vyfde van zyn Complement tot een heel Rond: SI opwaarts is het vyfde van SHB; en SI neerwaarts het vyfde van zyn complement tot een heel Rond: en YI is het vyfde van YB, schilboog van BC.

Op

Op de tweede manier.

Getogen hebbende lynen als voren, zo is nu de hoek TLI *tweemaal* zo wyd als de hoek IAR: hierom, IQ zodanig getrokken zynde dat AIQ gelyk is aan IAQ, zo is IQR gelyk tweemaal IAR, of gelyk TLI. Om dat dan wederom

$$RQ \text{ is } \infty \frac{xx - yy}{2x}$$

zo zyn nu evenredig,

$RQ \frac{xx - yy}{2x} / RI\, y // LT\, d + y / TI\, x - n,$

———————— $2x$

of $xx - yy / 2xy // \quad d + y / \quad x - n,$

of $+ x^3 - 3xyy - nxx + nyy - 2dxy \infty 0.$

een Kromme als voren.

Door deze Æquatie de Kromme lynen zoekende welke daar

 op

daante, snydende het getogene Rond op de zelfde plaatzen daar de Kromme van de figuur A hen snee; ook zyn het de zelfde Kromme lynen. in deze is N°. 1 als N°. 1 aldaar, N°. 2 als N°. 2, N°. 3 als N°. 3: maar nu loopt de Asymptotus door het derde van AD, die hier voren liep door het derde van BD: en hy is ze van N°. 2 en 3, daar hy ze in de figuur A is van N°. 1 en 2.

Anders. door Additio en Substractio.

Men kan door middel van de Additio en Substractie nog verscheyde andere Kromme lynen vinden, die het getogene Rond alle in de voornoemde punten II enz. zullen snyden, om dat wy nog hebben een Æquatie op het getrokkene Rond.

want $yy + xx - bb \propto 0$, de Æquatie op het Rond

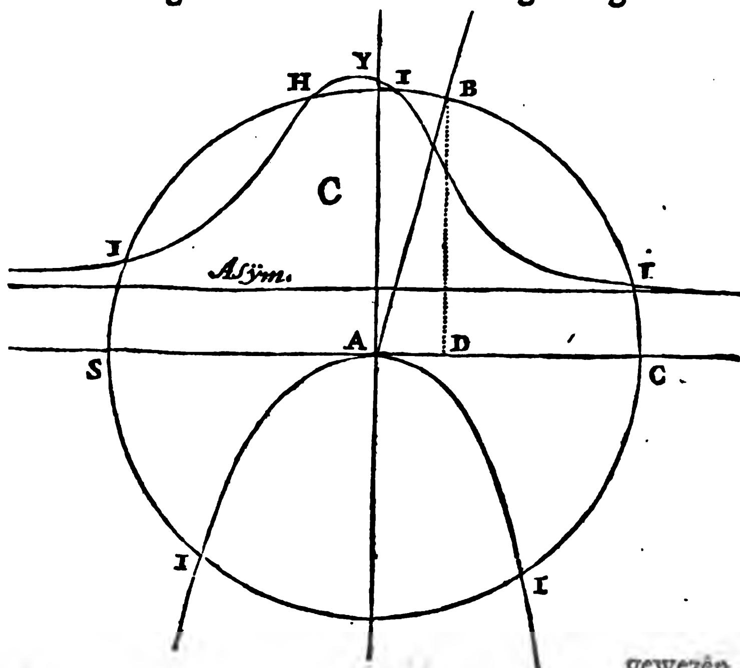
gem. met ———————— y

komt $+ y^3 + xxy - bby \propto 0$, hier by vergaart.

$- y^3 + 3xxy + dyy - dxx + 2nxy \propto 0$, onze 1[e]. Æq.

komt $4xxy + dyy - dxx + 2nxy - byy \propto 0$

De Kromme lynen zoekende die hier toe dienen, men vind ze van gedaante te wezen als in de volgende figuur is aan-



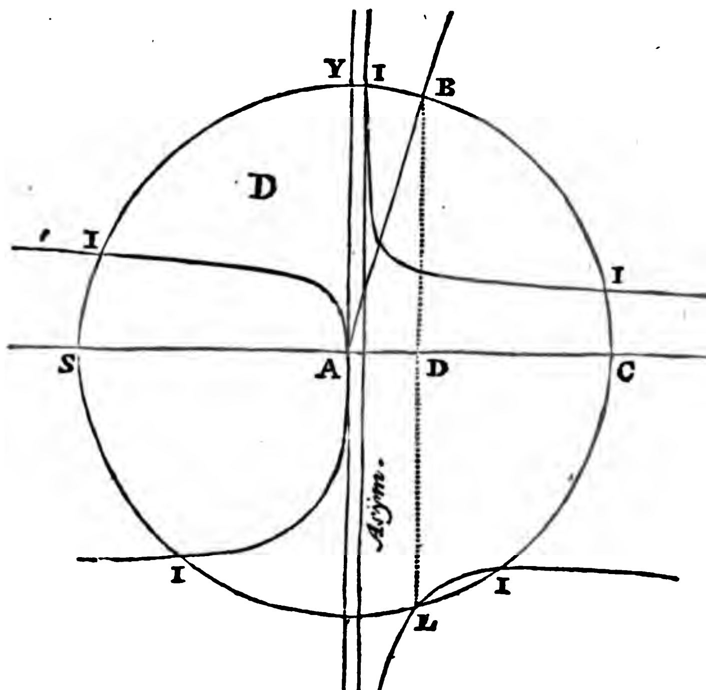
gewezen,

gewezen, hier in zyn wederom drie Kromme lynen, waar van de twee boven AC tusschen H en I met elkander vereenigen, hebbende een gemeene Asymptotus evenwydig aan AC, snydende DB op zyn vierde deel van onderen af te rekenen: deze Kromme snyden het getogene Rond wederom in de voornoemde vyf plaatzen: de eene boven AC, ter linker zyde, gaat mede door H.

Indien men $xx + yy - bb \infty 0$, multipliceert met, x
komt $x^3 + xyy - bbx \infty 0$, en dit aftrekt
van $x^3 - 3xyy - nxx + nyy - 2dxy \infty 0$, onze 2^e^. Æq.

Rest $-4xyy - nxx + nyy - 2dxy + bbx \infty 0$

Hier door vind men Kromme lynen van de volgende Trek:



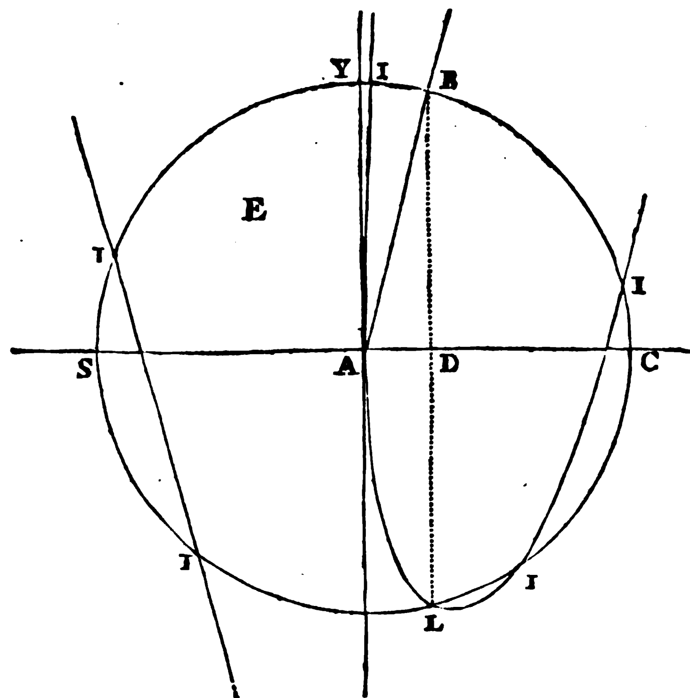
daar in zyn wederom drie bezondere Kromme: de twee die ter rechter zyde van AY vallen, onder en boven AC, zouden hen onder AC vereenigen indienze voor 't getrokken waren: haare gemeene Asymptotus, evenwydig aan BD, snyd AD op zyn vierde deel van A af te rekenen: de onderste gaat door L, en die ter linker zyde door A: deze enz.

 Had

dan vergaart in plaats van afgetrokken, zo zou de term $-3xyy$ hebben verdweenen, en men zoude bekomen hebben

$$4x^3 - nxx + nyy - 2dxy - 3bbx \propto 0$$

waar door men zoude verkregen hebben Kromme lynen van de onderstaande gedaante, daar van de eene, ter rechter zyde,



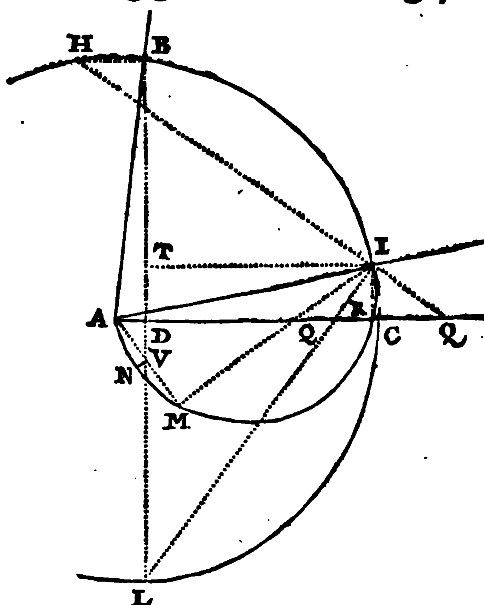
het Rond snyd op vier plaatzen, waar van L de eene is, en raakt AY in A: de andere ter linker zyde, die byna een rechte lyn gelykt, voor zo veel ze hier vertoont werd, snyd hem in twee plaatzen: alle de zelfde zynde van hier voren.

Indien men de Æquatie $xx + yy - bb \propto 0$, multipliceert met n, of met d, of met een andere quantiteyt genomen na believen, en hen dan Addeert of Substraheert als voren, men vind wederom andere en andere Æquatien, en by gevolg mede andere en andere Kromme lynen dienstig zynde tot de ontbinding.

XXXI.

XXXI. WERKSTUK.

Een gegeve hoek in seven gelyke deelen te deelen.



Lynen getogen hebbende als voren, zo is nu de hoek IQR *driemaal* zo wyd als de hoek IAR, en daarom is nu

$RQ \infty \frac{x^3 - 3xyy}{3xx - yy}$,

volgens deze uytrekening.

Gemaakt hebbende op AI een halfrond, en verlengende IQ tot aan zyn Omtrek in M, zo is de Boog ANM tweemaal zo groot als de Boog IR: daarom, N het midden van de Boog ANM zynde, en getogen hebbende AM en AN, en de Perpendiculaar NV, zo is de rechte AN zo lang als de rechte IR, of is ∞y, en de Driehoek ANV is gelykhoekig aan de Driehoek AIR. QR dan wederom ∞z stellende, zo is 't

$AI \sqrt{.xx + yy} \,/\, AR\, x \,/\, AN\, y$? komt $\frac{xy}{\sqrt{.xx+yy}} \infty AV$.

zyn tweevoud is ∞ AM: en dewyl QI is $\infty \sqrt{.yy + zz}$, daarom zyn

$QI \sqrt{.yy + zz} \,/\, IR\, y \,//\, AQ\, x - z \,/\, AM \frac{2xy}{\sqrt{.xx+yy}}$ evenredig; hier door vind men

$$3xxzz - yyzz \infty - 2x^3z - 2xyyz + x^4 - 3xxyy,$$

of $z \infty \frac{x^3 - 3xyy}{3xx - yy}$, als boven gezeyt is.

nu is 't wederom.

Op de eerste manier.

$RQ \frac{x^3 - 3xyy}{3xx - yy} \,/\, RI\, y \,//\, QG \frac{x^3 - 3xyy}{3xx - yy} + x + n \,/\, GH\, d$; hier door vind men

$$4x^3y - 4xy^3 + 3nxxy - ny^3 - dx^3 + 3dxyy \infty 0,$$

een Kromme van het derde geslagt.

Op

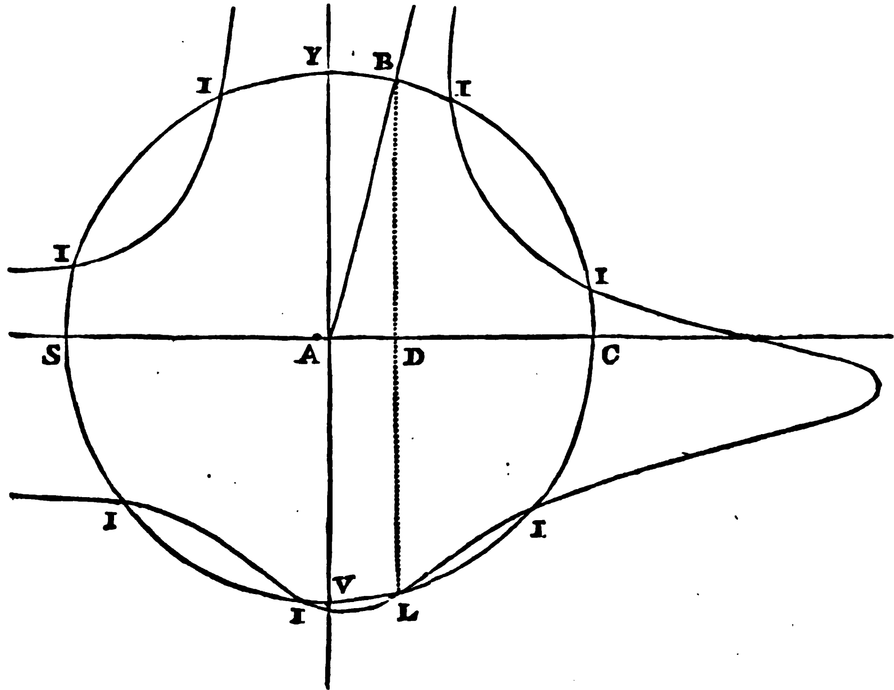
$RQ\frac{x^3 - 3xyy}{3xx - yy}$ / $RI\,y$ // $LT\,d + y$ / $TI\,x - n$.

Hier door vind men

$x^4 - 6xxyy - nx^3 + 3nxyy - 3dxxy + dy^3 + y^4 \infty 0$, hier van $x^4 + 2xxyy - b^4$ $+ y^4 \infty 0$, het Vierkant van $xx + yy \infty bb$

Reſt $-8xxyy - nx^3 + 3nxyy - 3dxxy + dy^3 + b^4 \infty 0$ mede een Kromme van het derde geſlagt.

Op deze laatſte Æquatie hebben wy de Kromme gezogt die daar op paſt, vindende hem te wezen van die gedaante als de volgende figuur aanwyſt, ſnydende het getogene Rond op acht plaatzen, waar van L de eene is.

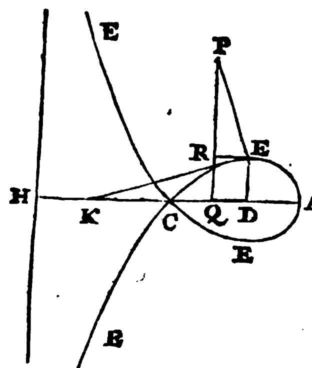


De eerſte boog CI opwaarts is het ſevende van de boog CB: de tweede CI opwaarts is het ſevende van een heel Rond + CB: maar CI neerwaarts is het ſevende van een heel Rond — CB: de eerſte SI opwaarts is het ſevende van SYB; de tweede het ſevende van een heel Rond + SYB:

de

—SYB, of van SVCB ; en de twee
heel Rond + SVCB.

XXXII. Werk



Gegeve ECEA HCA *de* *Applicat* *dat altyd* *is tot het* DH *tot* *uyt* P *lyn* *te trekken* *ontmoeten.*

CH, of CA ∞ a
PQ ∞ d
CQ ∞ e
CD ∞ x
DE ∞ y

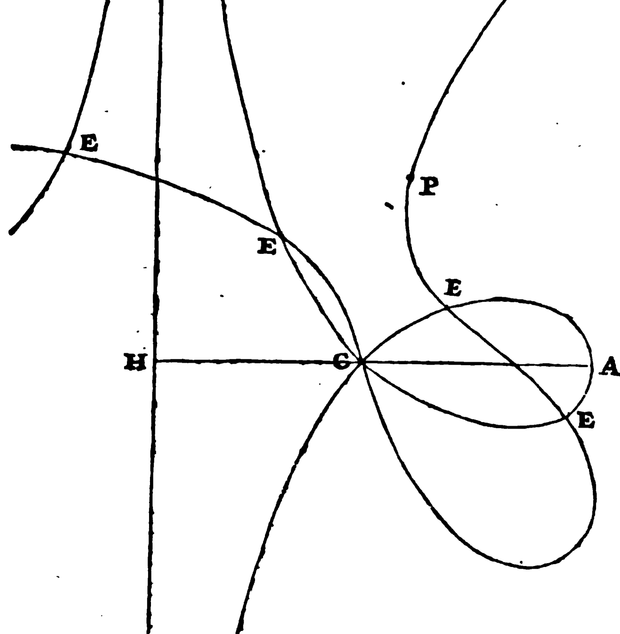
Aanmer deze. EK raakt in E: kig op H op PQ.

Uyt de tie vind men dat $ayy + xyy - axx + x$ men vind

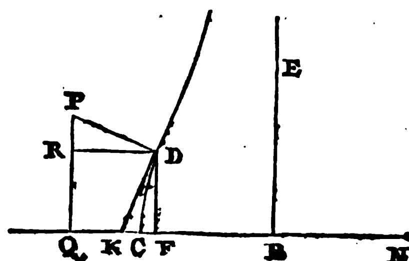
$$KD ∞ \frac{2ayy + 2xyy}{-yy + 2ax - 3xx}$$

en dewyl KD / DE // PR / RE even men

$-dyy + 2adx - 3dxx + y^3 + xxy - 4ax$ een Kromme van het tweede geslagt, vind hen te zyn van de navolgende ge dit geval byna door P; en tot het oneyn zynde, zo is y absurt) snydende de geg het punt oneyndig digt aan C, nog op dr een onder AC en twee daar boven: oc de andere zyde van de Asymptotus door dit geval uyt P drie lynen trekken die gegeve Kromme vallen, en nog een op



XXXIII. WERKSTUK.



CB, of NB ∞ *b*
PQ ∞ *d*
QC ∞ *e*
CF ∞ *x*
FD ∞ *y*
gegeve lyn ∞ *c*

Gegeven zynde de Kromme CD, *wiens As is* CB, *en Applicata* DF, *van deze natuur zynde, dat altyd het Vierkant van* BF *is tot het Vierkant van een gegeve lyn c, als de Rechthoek* CFN *tot het Vierkant van* DF, (B *het midden van de gegeve lyn* CN *wezende*)*: uyt een gegeve punt* P, *op deze Kromme* PD *te trekken, welke rechthoekig daar op ſtaat.*

Dewyl

Dewyl dan $bb - 2bx + xx$ / cc // $2bx - xx$ / yy evenredig zyn, zo vind men

$$y \infty \frac{c\sqrt{.\,2bx - xx}}{b - x}$$

te kennen gevende dat deze de zelfde Kromme is die een Horizontale lyn in het Oog maakt, pagina 145 gevonden.

Aanmerkt PQ rechthoekig op de verlengde BC, en DR zodanig op PQ; DK voor een Rakende.

Om dat men uyt de bovenstaande proportie vind

$$bbyy - 2bxyy + xxyy - 2bccx + ccxx \infty 0$$

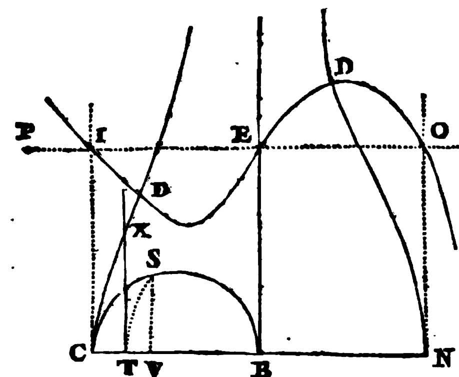
zo vind men de Subtangentum

$$KF \infty \frac{2bbx - 3bxx + x^3}{bb}, \text{ of } \infty \frac{2b - x,\, b - x,\, x}{bb}.$$

En om dat de Δ^{en} KFD en PRD gelykhoekig zyn, daarom zyn KF $\frac{2b - x,\, b - x,\, x}{bb}$ / FD y // PR $d - y$ / RD $e + x$ evenredig, dies is $\frac{2b - x,\, b - x,\, e + x,\, x}{bb}$ (∞f stell.) $\infty\ dy + yy$

of $yy \infty dy - f$, of $y \infty \frac{1}{2}d \pm \sqrt{.\,\frac{1}{4}dd - f}$.

$x \infty 0$ stellende, ook $x \infty b$, ook $x \infty 2b$, zo is $f \infty 0$, en daarom $y \infty d$: dies loopt de Kromme, welke door deze Æquatie afgebeeld werd, en door welkers snyding en de gegeve Kromme de begeerde punten D D bepaalt werden, door de punten I, E, O, aanmerkende PIEO evenwydig aan CB, en CI BE NO voor lootlynen op CN. En, om dat y dan ook is $\infty 0$, zo is 'er nog een andere Kromme die door C, B en N gaat: maar om dat deze de gegeve Kromme nergens anders snyd als in deze punten, zo kanze niet dienen.



Men vind in dit geval maar een punt D in de gegeve Kromme, en ook maar een punt in zyn weergade.

Om in deze het punt te vinden waar in de bogt van de Kromme een keer neemt, zo vergaart FB $\infty\, b - x$, by KF

komt BK $\infty\, \frac{bbx - 3bxx + x^3 + b^3}{bb} \infty\, v$,

of $bbx - 3bxx + x^3 + b^3 \infty\, bbv$, een Æquatie hebbende
$\quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 0 \quad 0$ twee gelyke Wortelen.

---

komt $bbx - 6bxx + 3x^3 \infty\, 0$, of $x \infty\, b \pm \sqrt{\tfrac{2}{3}bb}$.

Daarom, op CB gemaakt een halfrond, en in de Middellyn genomen BV $\infty\, \tfrac{2}{3}$ BC, en getogen de Perpendiculaar VS, snydende de Omtrek in S, en BT genomen gelyk BS, en gehaalt TX rechthoekig op CB, die snyd de Kromme in het keerpunt X.

XXXIV. WERKSTUK.

Gegeven zynde een Rond wiens Middelpunt is A, *en twee punten* D *en* E, *niet in de Omtrek wezende: in deze Omtrek het punt* C *te vinden, zodanig, indien men door dit punt twee lynen trekt gaande door* D *en* E, *dat de lootlynen uyt* A *op deze, of op haare verlengde vallende, als* AG AH, *tot elkander hebben een gegeve reden als* g *tot* h. Des Cartes *in zyn* 44e. *Brief*, 3. *Deel, pag.* 148.

AC $\infty\, a$	AB $\infty\, x$
AF $\infty\, b$	BC $\infty\, y$
FD $\infty\, c$	AG $\infty\, gz$
EM $\infty\, d$	AH $\infty\, hz$
AM $\infty\, e$	

Laat uyt A een rechte getogen werden na believen, als AM, en daar op gehaalt werden rechthoekig CB DF EM: aanmerkt CNI voor een gelykwydige aan AM.

DN $c-y$ / CN $b-x$ / CB y ? komt $\frac{by-xy}{c-y} \infty$ BK;

dies is $\frac{cx-by}{c-y} \infty$ AK.

EI $d+y$ / CI $e-x$ / CB y ? komt $\frac{ey-xy}{d+y} \infty$ BL;

dies is $\frac{ey+dx}{d+y} \infty$ AL,

door BC en BK vind men $\frac{bbyy-2bxyy+xxyy+ccyy-2cy^3+y^4}{cc-2cy+yy} \infty \square$ CK,

door BC en BL vind men $\frac{eeyy-2exyy+xxyy+ddyy+2dy^3+y^4}{dd+2dy+yy} \infty \square$ CL.

Om dat $\square$ CK / $\square$ CB // $\square$ AK / $\square$ AG evenredig zyn, zo vind men

$$\frac{ccxx-2bcxy+bbyy}{bb-2bx+xx+cc-2cy+yy, gg} \infty zz.$$

Om dat $\square$ CL / $\square$ CB // $\square$ AL / $\square$ AH gelykredig zyn, zo vind men

$$\frac{eeyy+2dexy+ddxx}{ee-2ex+xx+dd+2dy+yy, bb} \infty zz.$$

Stellende aa in plaats van $xx+yy$, om dat ze gelyk zyn, en dan $ff \infty aa+bb+cc$, en $nn \infty aa+ee+dd$; zo heeft men

$$\frac{ccxx-2bcxy+bbyy}{ff-2bx-2cy, gg} \infty \frac{eeyy+2dexy+ddxx}{nn-2ex+2dy, bb}$$

vermenigvuldigt in 't kruys, en aan een zyde gebragt, komt

$$\left.\begin{array}{l} +bbnnccxx-2bbnnbcxy+bbnnbbyy-2bbeccx^3 \\ +4bbebcxxy-2bbebbxyy \\ +2bbdccxxy-4bbdbcxyy+2bbdbby^3 \\ -ggffddxx-2ggffdexy-ggffeeyy+2ggbddx^3 \\ +4ggbdexxy+2ggbeexyy \\ +2ggcddxxy+4ggcdexyy+2ggceey^3 \end{array}\right\} \infty 0$$

Een Æquatie zynde passende op een Kromme van het tweede geslagt, dewelke op gemaakt zynde, het gegeve Rond zal snyden in alle de punten C.

Laat men AM lopen door een van de gegeve punten, of door D of door E, genomen door E: zo is EM, of $d \infty 0$, en men heeft

$$\begin{array}{l} +bbnnccxx-2bbnnbcxy+bbnnbbyy-2bbeccx^3+4bbebcxxy-2bbebbxyy \\ \qquad\qquad\qquad\qquad -ggffeeyy \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad +2ggbeexyy+2ggceey^3 \infty 0 \end{array}$$

dat merkelyk korter is: en dan is $nn \infty aa+ee$.

Hier

Hier op een Kromme zoekende (nemende OE en DF yder gelyk AO, F in het midden van OE, en $g \infty 1$ tegens $h \infty \sqrt{2}$) men zal bevinden dat hy de gedaante heeft als in de bovenstaande figuur is afgebeelt, lopende door A met een Krul, snydende het gegeve Rond op vier plaatzen C C enz. Trekkende uyt D en uyt E lynen door yder van deze punten, en uyt A Lootlynen op deze, of op haare verlengde, als AG, en AH: zo zullen deze de gegeve reden hebben als g tot h, dat is nu als 1 tot $\sqrt{2}$.

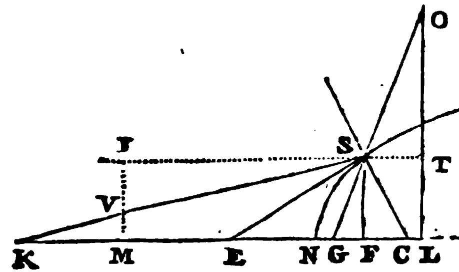
Laat men AM lopen op een andere wyze, men zal misschien nog meer verkorting vinden.

XXXV. WERKSTUK.

Gegeven zynde een bultige of holle Spiegel, hebbende de gedaante van een der Kelgelsneden: het stuytpunt te vinden, wanneer het Oog geplaast is in het plat Vlak dat door de As van de Spiegel gaat, en ook door het Voorwerp.

Wy zullen nu alle het gegeve, en ook het begeerde, alleenlyk op de As, en op zyn verlengde betrekkelyk maken, om dat wy meenen dat men andersints in een zeer moeyelyke

noemenze ook neemt, altyd de As, n
in de Kegelsneden. Men zoude hier t
de rechthoekige door de As; dan dit
x verwisselt in een y, en de y in een



$NM \infty a$ $CF \infty v$
$VM \infty b$ $EF \infty s$
$NL \infty c$ $NF \infty x$
$OL \infty d$ $SF \infty y$

Om de gelykhoekigheit van de Drieh
ook SVI en KSF is 't

OT $n - y$ / ST $c - x$ / SF y? komt

dies is $v +$

VI $y - b$ / SI $a + x$ / SF y? komt

dies is $v +$

Om dat CK / CG // EK / EG evenre
Ronde Spiegels pagina 241 is aangewe
lykredig.

CK $v + \frac{cy + xy}{y - b}$ / CG $v + \frac{cy - xy}{n - y}$ // EK $\frac{cy + xy}{y - b}$
$vy - bv + cy + xy$ / $nv - vy + cy - xy$ // $cy + xy -$
evenredig. Hier door vind men

$$2xxyy + 2axyy - asyy + nsxy + 2$$
$$+ 2vxyy - cvyy - bvxy +$$
$$- 2cxyy - 2vsyy - nvxy + 2$$
$$- 2sxyy - 2acyy + bsxy +$$
$$+ csyy \quad -$$
$$+ avyy \quad -$$

(stellende yy in plaats van vs, dewyl di
les gedeelt door y)

$$
\begin{array}{llllll}
\text{of } 2xxy & +2axy & -\ asy & +nsx & +2nyy & -2bny \infty 0 \\
 & +2vxy & -\ cvy & -bvx & +\ ans & \\
 & -2cxy & -\ 2y^3 & -nvx & +2byy & \\
 & -2sxy & -2acy & +bsx & +\ bcv & \\
 & & +\ csy & & -\ anv & \\
 & & +\ avy & & -\ bcs & \\
\end{array}
$$

(en stellende $ac + bn \infty re$, $an - bc \infty rg$; $a - c \infty b$, $n + b \infty t$, en $v - s \infty z$)

of $2xxy + 2bxy + 2zxy + bzy - 2y^3 - 2rey - tzx + 2tyy - rgz \infty 0$.

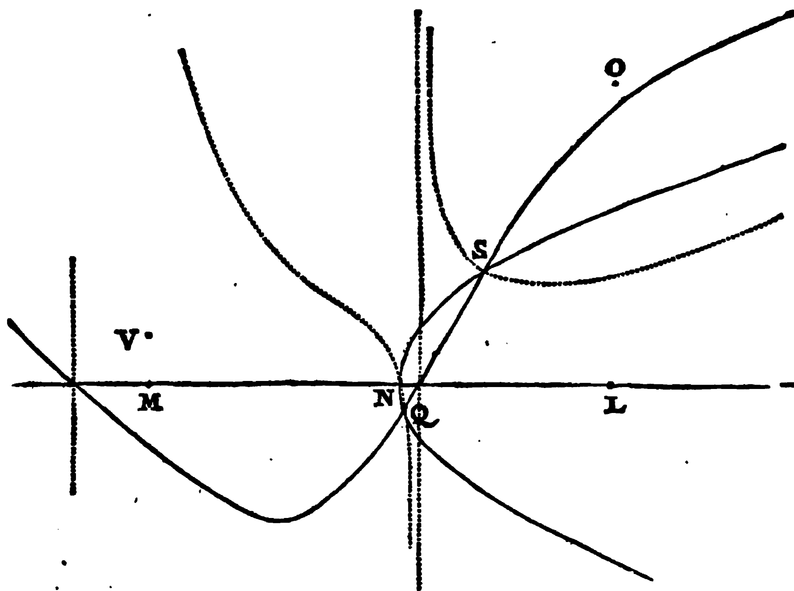
Tot nog toe is de natuur van de Kromme niet gebruykt.

Heeft de Spiegel de gedaante van een Parabole,

wiens Rechtezyde is $\infty\ r$; zo is $rx \infty yy$: en om dat v dan is $\infty \frac{1}{2}r$, en $s \infty 2x$; daarom is dan $z \infty \frac{1}{2}r - 2x$.

rx dan gestelt voor yy, en $\frac{1}{2}r - 2x$ voor z, en gereduceert, men vind $y \infty \frac{2txx + 1\frac{1}{2}rtx + 2rgx - \frac{1}{2}rrg}{2xx + rx - \frac{1}{2}rb + 2re}$.

Hier door vind men een Kromme hebbende een gedaante als in de volgende figuur, door de ongestippelde, werd af-



gebeelt, snydende de Parabole op drie plaatzen, S, Q, Q: de eene Q is onder de As digt by de Top, en de ander boven

ven de As, in de figunr niet aangewezen: de eene, S, kan maar dienen, als stuytende op de rakende; maar de andere Q, Q maken gelyke hoeken met de geene die rechthoekig door de Parabole gaat: multipliceert men de quantiteyt die wy gelyk te wezen aan y gevonden hebben met y, en stelt men dan rx in plaats van yy,

men vind $y \infty \frac{2xx + rx - \frac{1}{2}rb + 2re \cdot rx}{2txx + 1\frac{1}{2}rtx + 2rgx - \frac{1}{2}rrg}$

dat is, hier de Noemer als hier voren de Teller, en hier de Teller als hier voren de Noemer, uytgenomen dat ze met rx gemultipliceert is.

Hier door vind men de gestippelde Kromme lyn, snydende de Spiegel mede in de zelfde punten S, Q, Q: de eene gaat door de Top N. Deze hebben twee Asymptoti, dewelke rechthoekig lopen door de As, op die twee plaatzen daar de eerste Kromme de As snyd.

't Is kenlyk dat men nog een menigte van andere Kromme lynen zal konnen vinden met rx in plaats van yy te stellen, of yy in stee van rx, op een andere wyze als wy nu gedaan hebben, of met $rx - yy \infty 0$, of $yy - rx \infty 0$ daar by te voegen, hen eerst met x, of y, of een andere quantiteyt gemultipliceert hebbende, gelyk bekent is.

Heeft de Spiegel de gedaante van een Ellipsis, *of van een* Hyperbole. wiens Rechtezyde is ∞r, en As ∞q,

zo is $yy \infty \frac{rqx \mp rxx}{q} : v \infty \frac{\frac{1}{2}rq \mp rx}{q} : s \infty \frac{qx \mp xx}{\frac{1}{2}q \mp x}$,

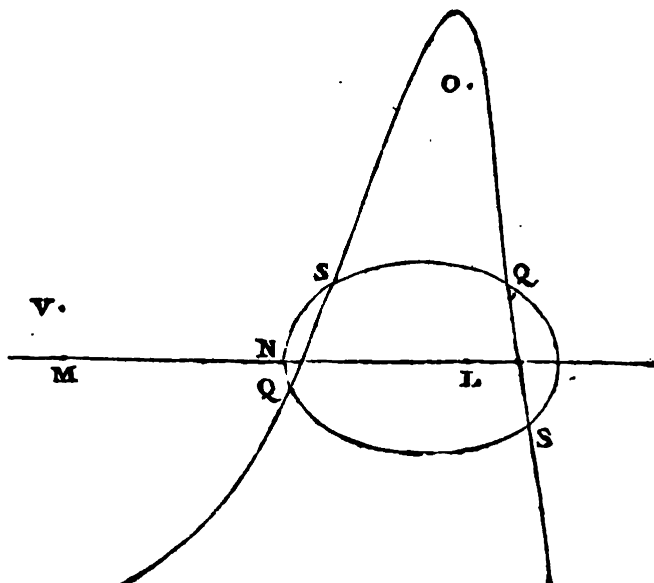
en daarom $v - s$, of $z \infty \frac{\frac{1}{2}rq \mp rx - qx + \frac{r}{q}xx \pm xx}{\frac{1}{2}q \mp x}$.

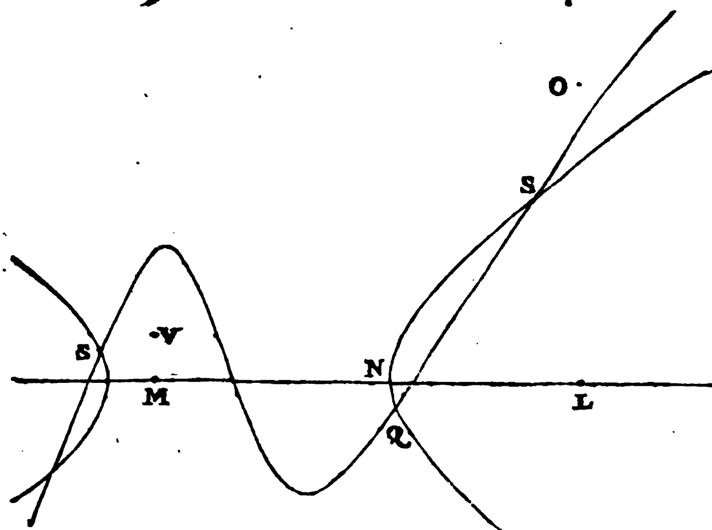
door het geene aan yy en ook aan z gelyk is, de yy en de z weggenomen uyt de gevonde generale Æquatie, en gereduceert, men heeft

$$\begin{array}{llll} \pm xxy + \frac{t}{q}x^3 - \frac{1}{2}qxy \mp 2txx + \frac{1}{4}bqy + \frac{3}{4}tqx - \frac{1}{4}rgq \infty 0 \\ + \frac{h}{q}xxy \mp \frac{t}{r}x^3 \mp bxy + \frac{tq}{r}xx - eqy \pm rgx \\ - \frac{q}{r}xxy \quad \pm 2exy - \frac{rg}{q}xx \quad + gqx \\ \mp \frac{h}{r}xxy \quad \mp gxx \end{array}$$

of $y \infty \frac{+\frac{t}{q}x^3 \mp \frac{t}{r}x^3 \mp 2txx + \frac{tq}{r}xx - \frac{rg}{q}xx \mp gxx + \frac{3}{4}tqx \pm rgx + gqx - \frac{1}{4}rgq}{\mp xx - \frac{h}{q}xx + \frac{q}{r}xx \pm \frac{h}{r}xx + \frac{1}{2}qx \pm bx \mp 2ex - \frac{1}{4}bq + eq}$.

de bovenste tekens pasten op de Ellipsis, de onderste op de Hyperbole, en de enkelde op beyde.





Hier op vinden wy zodanige Kromme lynen als in de bovenstaande figuren is afgebeelt

Die

Die op de Ellipsis snyd de zelve op vier plaatzen, twee daar van zyn Stuytpunten; een op de Bult, en een op de Holte: maar die op de Hyperbole snyd hem maar op twee plaatzen, daar van het eene een Stuytpunt is; dog hy snyd ook de tegengestelde Hyperbole in een Stuytpunt, en nog in een ander.

Wil men de plaats van het Beelt hebben, zo moet men uyt V tot de Spiegel de korste lyn trekken, of een die hem rechthoekig stoot, op de wyze als in het 27 Werkstuk is aangewezen. De plaats van het Beelt is in de ontmoeting van deze en de lyn OS, of in haar verlengde, gelyk in het 25 Werkstuk is gezegt.

XXXVI. WERKSTUK.

Heeft het Voorwerp V *een oneyndige afstand van de Spiegel,*

Volgens de lyn NV, wiens verlengde OL stoot in P.

Stellende LP $\infty\, d$, zo is 't LP d / LN c / SF y? komt $\frac{cy}{d} \infty$ FK, dies is $v + \frac{cy}{d} \infty$ CK

En dewyl het overige is als voren, zo zyn dan evenredig

$$dv + cy \,/\, nv - vy + cy - xy \,//\, cy - ds \,/\, ns - sy - cy + xy.$$

Hier door vind men, stellende yy in plaats van vs, alles deelende door y, en z voor $v - s$ nemende.

$$\begin{array}{l} -2cxy + 2dyy + 2ccy - czy - dzx + cnz \infty 0 \\ \qquad\qquad\quad -2dny \qquad\qquad\qquad\quad + cdz \end{array}$$

(stellende $cl \infty cc - dn$, en $f \infty n + d$)

of $-2cxy + 2dyy + 2cly - czy - dzx + cfz \infty 0$, voor de gener. Æq.

Heeft de Spiegel de gedaante van een Parabole,

zo is $z \infty \frac{1}{2}r - 2x$; hier door de z weg genomen, men vind

$$\begin{array}{l} 2dyy + 2cly - \frac{1}{2}drx + 2dxx + \frac{1}{2}cfr \infty 0 \\ \qquad - \frac{1}{2}cry - 2cfx \end{array}$$

 of

of $y \infty -\frac{ek}{d} \pm \sqrt{\cdot \frac{cckk}{dd} - \frac{\frac{1}{4}cfr}{d} + \frac{1}{4}rx + \frac{cf}{d}x - xx}$, een *Rond.*

Stellende $2k \infty l - \frac{1}{4}r$. Het Surdische ∞ o nemende, zo is

$$x \infty \underbrace{\tfrac{1}{2}r + \frac{\frac{1}{2}cf}{d}}_{p} \pm \sqrt{\cdot pp + \frac{cckk}{dd} - \frac{\frac{1}{4}cfr}{d}}.$$

Hier uyt vinden wy deze

Constructie. Haalt uyt O een rechthoekig door de verlengde NP, ontmoetende de As in K: dan neemt LH gelyk LK, en LG gelyk LP; ook HI, in de verlengde LH aan H, gelyk $\frac{1}{4}r$: dan haalt uyt R, het midden van NI, een rechthoekige door NG, ontmoetende NY, rechthoekig op de As getogen, in M. Ook trekt uyt Z, het midden van OP, een lootlyn op OP, onmoetende de verlengde NP in E. Dan haalt EDB rechthoekig door de As, snydende de zelve in D, en MA, evenwydig aan de As, in B. Dan neemt BA, in de verlengde MB aan B, zo lang als de helft van HI. Dan genomen, in de verlengde As, NT gelyk 2 maal IH, en getrokken uyt V, het midden van TD, een boog gaande door T, snydende NM in Y; en gehaalt op NA als Middellyn een halfrond, en uyt N door Y een boog, snydende dit halfrond in X: dan uyt A door X een kring: deze snyd de Parabolische Spiegel op vier plaatzen, waar van maar een, met S getekent, een Stuytpunt is.

Had

Had men yy weg genomen, ſtellende $2drx$ in plaats van $2dyy$, men zoude gevonden hebben

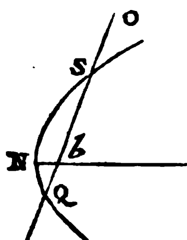
$$xx \propto -\tfrac{3}{4}rx + \frac{cf}{d}x - \frac{cl}{d}y + \frac{\frac{1}{4}cr}{d}y - \frac{\frac{1}{4}cfr}{d}$$, een *Parabole.*

en had men geſtelt yy voor rx in de term $-\tfrac{1}{2}drx$, men zoude vinden

$$yy \propto \frac{\frac{4}{3}cl}{d}y + \frac{\frac{1}{3}cr}{d}y + \frac{\frac{4}{3}cf}{d}x - \tfrac{4}{3}xx - \frac{\frac{1}{3}cfr}{d}$$, een *Ellipſis.*

Is $d \propto 0$, of is het Voorwerp V in de verlengde As van de Spiegel, zo is $l \propto c$, en $f \propto n$; en men heeft $2cy - \tfrac{1}{2}ry - 2nx + \tfrac{1}{2}nr \propto 0$, een *Rechte lyn.*
$y \propto 0$ zynde, zo is $x \propto \tfrac{1}{4}r$: dies loopt deze Rechte lyn door het Brantpunt.

$x \propto 0$ zynde, zo zyn $c - \tfrac{1}{4}r \,/\, n \,//\, \tfrac{1}{4}r \,/\, -y$ evenredig: daarom zal de Rechte die men uyt O door het Brantpunt b haalt, de Spiegel ſnyden in het Stuytpunt S, en ook in een ander Q. Of beyde zynze Stuytpunten als het Oog is binnen de omtrek van de Spiegel, en V mede, maar in de As: maar het Oog zynde buyten de omtrek van de Spiegel, en het Voorwerp daar binnen in de As, zo is Q het Stuytpunt en S het ander.



Is in dit geval, V oneyndig ver van de Spiegel afwezende, de Kromme van de Spiegel een *Ellipſis*, of een *Hyperbole*, (de z uyt de generale Æquatie weg reducerende) zo vinden wy wederom een Æquatie paſſende op een Kromme van het tweede geſlagt, en wy meenen dat men byna de zelfde trek van Kromme lynen zal vinden indien men de eygenſte weg in ſlaat.

XXXVII. WERKSTUK.

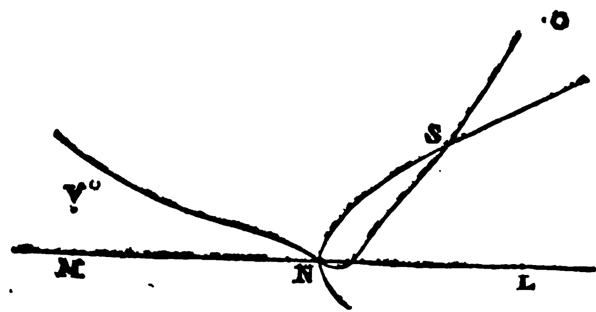
Hebben de Spiegels de gedaante van de Kegelſneden van het tweede geſlagt: in de Parabole waar in y^3 is $\propto rxx$, en in de twee andere waar in y^3 is $\propto \frac{rqxx \mp rx^3}{q}$; — in de Ellipſis en + in de Hyperbole.

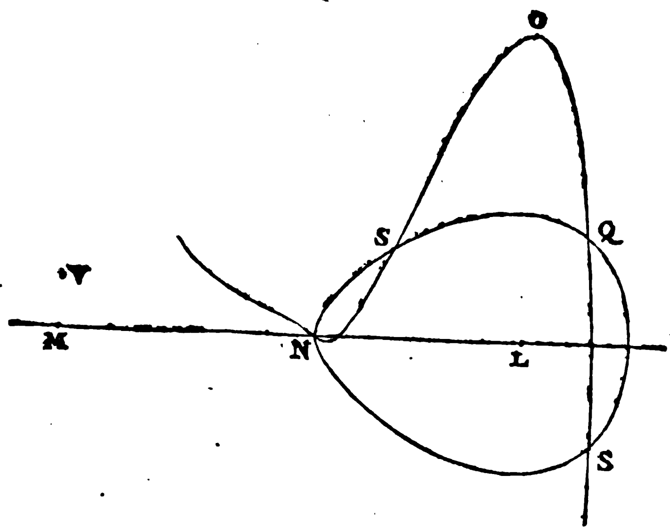
Heeft de Spiegel de gedaante van zodanigen Parabole,

Zo is $s \propto \tfrac{3}{2}x$, en $v \propto \tfrac{2}{3}\sqrt{3.}\,rrx$; of $v \propto \tfrac{2}{3}m$, ſtell. $m \propto \sqrt{3.}\,rrx$. dies is $v - s$, of $z \propto \tfrac{2}{3}m - \tfrac{3}{2}x$. Hier door in de generale

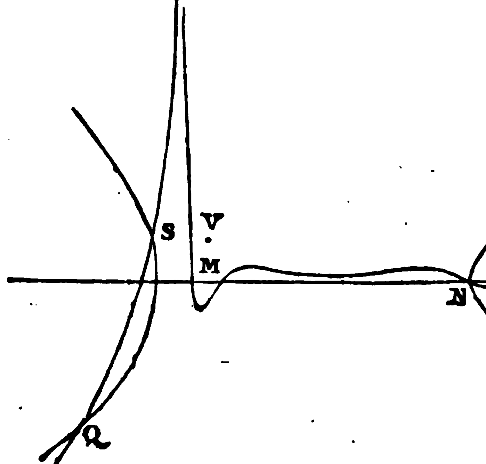
men heeft $y \infty \frac{\frac{3}{2}txx - 2rxx \pm \frac{1}{2}rgx + \frac{4}{3}tmx - \frac{2}{3}rgm}{xx - \frac{1}{2}bx + 2rc - \frac{4}{3}mx - \frac{2}{3}bm}$.

Heeft de Spiegel de gedaante van zodanigen Ellipsis *of* Hyperbole. zo is $s \infty \frac{q \mp x, x}{\frac{2}{3}q \mp x}$, of $s \infty \frac{kx}{l}$ (stellende $k \infty q \mp x$, en $l \infty \frac{2}{3}q \mp x$) en daar door vind men $v \infty l \sqrt{3 \frac{rrx}{qqk}}$: waar door z dan openbaar is.





In



In de generale Æquatie weg genom[e]
of door $\frac{rkxx}{q}$, en yy door $x\sqrt{3.\frac{rrkkx}{qq}}$,

men heeft $y \infty \frac{\frac{rk}{q}xx - ix\sqrt{3.\frac{rrkk}{qq}}x + \frac{1}{2}ixe\ldots}{xx + bx - re + xx + \frac{1}{6}\ldots}$

door deze twee Æquatien vinden wy
gedaante als in de voorgaande figuren
drie lopenze door N de Top, om d
$y \infty o$ is. ze dalen alle na de rechter zy
maar ryſen aanſtonts; ſnyden de Spiege
Stuytpunt: die op Ellipſis keert haaſt
Spiegel op de Holte in nog een ander St
me op de Hyperbole ſnyd de weergade
Stuytpunt.

Wil men deze Spiegels mede toepaſſe
neer het Voorwerp een oneyndige, of
ſtand van de Spiegel af is, men gebru[y]
rale Æquatie, in het laaſt voorgaand[e]
gevonden, nemende v en s zodanig alz

Het IV Boek

Van de

QUADRATURA,

Of de vergelyking van het Kromme met het Rechte.

WY zullen in dit Boek aanwyzen hoe men de overeenkoming kan vinden die sommige Kromme lynen, Kromlinische Vlakken, en ook zodanige Lichamen hebben met Rechte lynen, Rechtlinische Vlakken, en met Rechtlinische Lichamen: of ook met andere Kromlinische. Wy zeggen van sommige, om dat wy het niet zullen konnen vinden van alle. Dit is van outs af een moeylyke zaak geweest. *Archimedes* heeft dit al by der hand gehad, en eenige van hen uytgevonden, dog op een ongemakkelyke wyze; Meetkunstig, zonder de Stelkunst daar toe te gebruyken: volgens welke Methode, in onze Eeuw, verscheyde andere deze dingen hebben uytgebreyt, als *Cavallerius*, enz. Naderhand *Wallisius* door de Algebra met behulp van de Arithmetica Infinitorum; en nu op 't lest nog zeer breet en behending door de H^r^. *B. Nieuwentyd*, gelyk te zien is in zyn Analysis Infinitorum; mede door de Algebra; de Eygenschappen van het Kromlinische afleydende uyt de natuur vande veelhoeken. Wy zullen deze zaak niet zo omstandig verhandelen, meenende dat het niet aangenaam zoude wezen: alleenlyk zullen wy die dingen ter neerstellen waar in iets bepaalt werd voorgedragen, en dat byna op die wyze als de H^r^. *Nieuwentyd* gedaan heeft.

Om dat het onbepaalt kleen de middel is waar door men het Kromme met het Rechte kan vergelyken, zo zal het niet alleen dienstig wezen dat men zig indagtig make die Eygenschappen welke wy in het eerste Deel van het eerste Boek hebben verhandelt, maar ook zal het nootzakelyk wezen dat men nog meerder daar van wete, en dat zodanige die eygentlyk tot de Quadratura behoren, of die daar toe dienstig zyn.

I Deel.

I DEEL.

De vergelyking van het Kromme met het Rechte wanneer het onbepaalt kleen is.

'T ZAl juyst niet alle tot deze Tytel behoren wat wy in dit Deel zullen komen te verhandelen, waar aan ook weynig gelegen is: 't zal evenwel behelzen het geene men voor af behoorde te weten. Wy zullen het onder de benaming van *Propositien* verhandelen, om het af te scheyden van het andere dat wy de naam van *Voorstellen* hebben gegeven. Als wy dan zeggen dat iets volgt uyt het zo veelde Voorstel, zo meenen wy daar mede het verhandelde in het eerste Deel van het eerste Boek, en na de zo veelde Propositio, zo verstaan wy daar by van dit tegenwoordige Deel.

I PROPOSITIO.

Als een Krommelyn in een oneyndige menigte van gelyke of ongelyke deelen gedeelt is, die alle onbepaalt kleen zyn: zo zyn alle de Peesjens van deze deelen, of ook alle de Raaklyntjens te zamen genomen zo lang als de Kromme.

Dit is een gevolg van het 17 Voorstel.

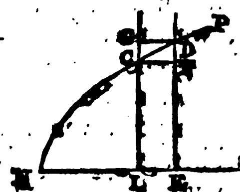
II PROPOSITIO.

Als van een Driehoekig Vlak, of van een Naaldachtig Lichaam, of alle de lynen rechte wezende, of eenige ook krom, van welke geen hoek onbepaalt kleen is, de peesen van de Kromme ook zodanigen hoek niet met elkander, of ook met andere rechte zyden makende: zo dan de eene zyde is onbepaalt kleen; zo is de hoegrootheit van het Vlak als het gemultipliceerde van onbepaalt kleen met onbepaalt kleen, en de hoegrootheit van het Lichaam als drie onbepaalde kleene met elkander.

't Bewys. Na 't 15 Voorstel kan geen Perpendiculaar getrokken werden of hy is onbepaalt kleen, en om dat na het zelve Voorstel alle de andere zyden mede zodanig zyn, zo zal de Inhoud van de figuur, die eene zyde onbepaalt kleen

ceert zo 't een Vlak is: maar van drie zodanige als 't een Lichaam is, 't geen enz.

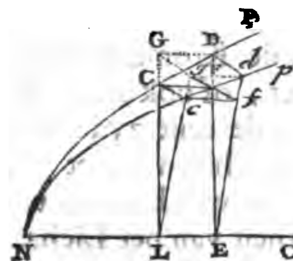
III. Propositio.



Indien LC en ED evenwydige lynen zyn, ook LE CF GD, en zo LE of CD is onbepaalt kleen: zo is de Vierhoek LCDE zo groot als de Raam LF, of als de Raam EG.

't Bewys. Dewyl LE of CD is onbepaalt kleen, een zyde van de Driehoekjens DCF DCG, en geen van haare hoeken onbepaalt kleen zyn, zo is haare groote onbepaalt kleen met onbepaalt kleen gemultipliceert (2 *Prop.*) maar de groote van de Vierhoek LCDE is onbepaalt kleen gemultipliceert met grootheit bepaalt, (om dat de Perpendiculaar van de eene LC of ED op de andere getrokken is onbepaalt kleen, en de zyde LC of ED, daar ze op valt, is grootheit bepaalt) daarom is het Driehoekje DCF, of DCG niets in vergelyking van de Vierhoek LCDE na 't 14 Voorstel: nu, niets elders by gedaan, of daar van afgenomen geeft geen verandering: zo is dan de Raam EG, of de Raam LF zo groot als de Vierhoek LCDE, 't geen enz.

IV. Propositio.

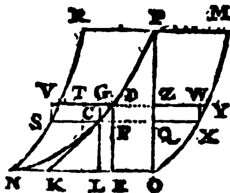


Indien de Vlakken LC*c*L en ED*d*E evenwydig zyn, en snyden of ontmoeten de Vlakken ONP ON*p* PN*p*, en zo dan LE of CD onbepaat kleen is: zo zal het stuk des Rols gemaakt van het Vlak ED*d*E en LE, dat is het Lichaam D*d*ELG*g*LD, of het stuk des Rols gemaakt van het Vlak LC*c*L en de zelfde LE, dat is het Lichaam C*c*LEF*f*EC, yder zo

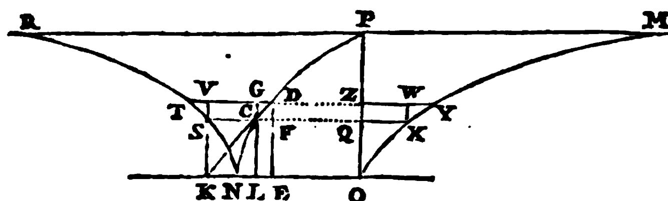
zo groot wezen als het kegelachtig Lichaam LCD*d*EL*c*C: aanmerkende DG CF *dg cf* alle evenwydig te wezen aan LE, en G*g* zodanig aan D*d*, en C*c* aan F*f*.

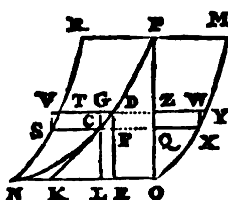
't Bewys. Dewyl van de Driehoekjens DCG, of DCF de eene zyde is onbepaalt kleen, zo is haare groote onbepaalt kleen met onbepaalt kleen gemultipliceert (2 Prop.), dit nog gemultipliceert met grootheit bepaalt, om dat C*c* of D*d* bepaalt is, men heeft de Inhoud van het Lichaamtje *g*GCD*dc*C*g*, of van het Lichaamtje *f*FCD*dc*C*f*, zynde het vermenigvuldigde van twee onbepaalde kleene met een bepaalde. Dewyl de Vlakken LC*c*L, ED*d*L zyn grootheit bepaalt met bepaalt gemultipliceert, en haare onderlinge afstand LE, of een ander die uyt het eene Vlak rechthoekig valt op het ander, is onbepaalt kleen, zo is de Inhoud van het Kegelachtig Lichaam LCD*d*EL*c*C het vermenigvuldigde van eene onbepaalde kleene met twee bepaalde: zo zyn dan de Lichaamtjens *g*GCD*dc*C*g* en *f*FCD*dc*C*f* niets in vergelyking van dit kegelachtig Lichaam (14 V.) en by gevolg is het stuk des Rols D*d*ELG*g*LD, of het stuk des Rols C*c*LEF*f*EC, yder zo groot als het kegelachtig Lichaam LCD*d*EL*c*C, 't geen enz.

V. PROPOSITIO.



Indien NCPO een plat Vlak is, besloten van de Kromme NCP en de rechte NO OP; en zo CK een rechte is rakende de Kromme in C, ontmoetende NO of zyn verlengde in K, en gehaalt werd CL evenwydig aan PO



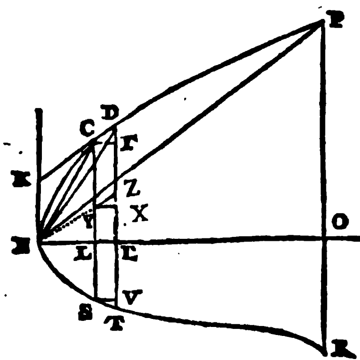


PO, en CQ zodanig aan NO. Indien dan in de verlengde van CQ genomen werd QX of CS yder zo lang als de Onderrakende KL, en zo dit zelfde gedaan werd van alle de punten der Kromme NCP welke oneyndig digt aan een zyn, en zo dan uyt O door alle de punten X, en uyt N door alle de punten S, gehaalt werd een lyn OXM NSR (RPM evenwydig aan NO wezende): zo zal de figuur OPMXO, en ook de figuur NCPRSN yder zo groot wezen als de eerste figuur NCPON.

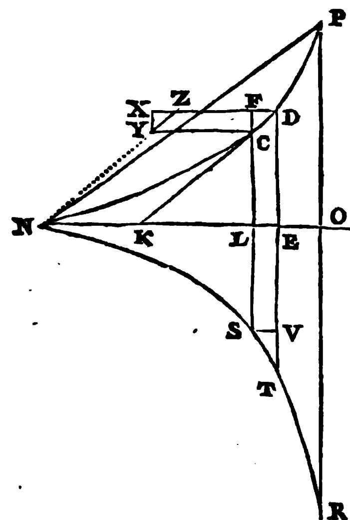
't Bewys. Laat in de Kromme NCP nog een punt D genomen werden oneyndig digt aan C; en daar uyt gehaalt wezen DE evenwydig aan CL, en DZY en ook DT zodanig aan CS: de rest als te zien is.

Stelle KL, of QX, of CS ꝏ *z*; LC ꝏ *y*; LE, of CF ꝏ *f*; en DF, of QZ, of CG, of SV, of XW ꝏ *g*: zo zyn evenredig (om dat KC Raaklyn is van beyde de punten C en D na 't 18 V. 1 gev.) KL *z* / LC *y* // CF *f* / FD *g*; en daarom *gz* ꝏ *fy*: dies is het Raamtje QW, en ook het Raamtje SG, yder zo groot als het Raamtje LF, of, na de 3 Propositio, de Vierhoekjens QXYZ en CSTD yder zo groot als het Vierhoekje LCDE; en, om datter zo veel van de eerste gaan in de figuur OPMXO, en van de tweede in de figuur NCPRSN, als 'er van de derde gaan in de figuur NCPO, zo zyn deze drie figuren alle evengroot, 't geen enz.

VI. PRO-



Ind
plat V
de Kr
de rec
zo Cl
in C,
gehaal
wydig
lang
KN ;
werd



der K
over a
lyn g
NSR
NSR(
groot
deel N

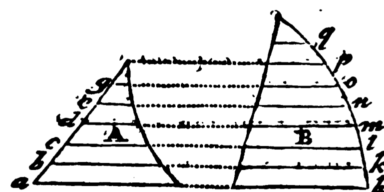
't Be
D in d
nomen
aan C ,
werden
CS, oc
nig aan
maar (
aan Ol

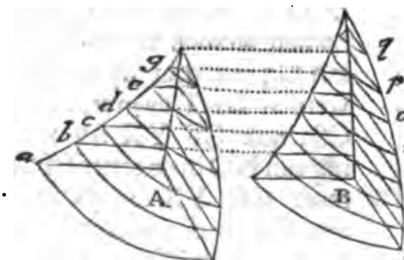
En laat in beyde NZ evenwydig wez
KC is Raaklyn van beyde de punten
Om dat het Driehoekje CND , en
op een zelfde Grond CD ſtaan, en tu
KD en NZ paſſen, daarom is het Ra
Raamtje CX, of het Raamtje LV (o
gelyk NK zyn) of, na de 3 Prop
LSTE twee maal zo groot als het

figuur NSRON als 'er Driehoekjens CND gaan in het Peesdeel NCPN: zo is het Vlak NSRON twee maal zo groot als het Peesdeel NCPN, 't geen enz.

VII. Propositio.

Indien twee Vlakken door lynen gesneden werden in een ontelbare meenigte van Reepjens of Riemtjens, die alle gelyke breete hebben, welke breete onbepaalt kleen is; of twee Lichamen door Vlakken in zodanige Schyfjens gesneden zynde: zo zyn de Vlakken evenredig met de Som der lynen die het in zodanige Riemtjens heeft gesneden, en de Lichamen met de Som der Vlakken die het in Schyfjens heeft verdeelt.





Toepassing. Indien de Vlakken A en B door de lynen *b*, *c*, *d*, *e*, *g* en de lynen *k*, *l*, *m*, *n*, *o*, *p*, *q* in Reepjens gedeelt zyn, alle van een gelyke breete; of de Lichamen A en B door Vlakken in zodanige schyfjens, en zodanig dat een zelfde onbepaalt kleen haar aller breete is: zo is het Vlak A tot het Vlak B, als de som der lynen $b+c+d+e+g$ tot de som der lynen $k+l+m+n+o+p+q$; en het Lichaam A tot het Lichaam B, als de som der Vlakken $b+c+d+e+g$ tot de som der Vlakken $k+l+m+n+o+p+q$.

't Bewys. Op de Vlakken. Dewyl de Reepjens onbepaalt smal zyn, en dit gelyk f stellende, zo zynde Inhouden der Reepjens van de figuur A (3 *Prop.*) *af*, *bf*, *cf*, *df*, *ef*, *gf*, en van de figuur B, *hf*, *kf*, *lf*, *mf*, *nf*, *of*, *pf*, *qf*; en om dat

A, en de tweede als de figuur B: d
$af + bf + cf + df + ef + gf$ tot $bf +$
$+ gf + qf$: deze twee laatste beyde d
tot B, als $a + b + c + d + e + g$ tot h
$+ p + q$, of, aflatende de eerste van
B, als $b + c + d + e + g$ tot $k + l +$
5 Voorstel, om dat de lynen b, c, d
ook de lynen k, l, m, n, o, p, q te z
heit onbepaalt groot, dewyl b, c &c.
in 't bezonder is grootheit bepaalt, en
ontelbaar is; en om dat a en b, d
grootheden zyn. 't geen te bewyzen w

Op de Lichamen blykt het op de
stellende dat a, b, c, d, e, g de Inh
ken van het Lichaam A, en b, k,
Inhouden der Vlakken van het Lichaa

't Is kenlyk, zo deze figuren evenh
evenwydige passen, dat dan in de een
of Vlakken zullen wezen als in de and

VIII. Proposi

Indien 'er een ontelbare menig
x zyn, waar van de eerste is onb
tweede tweemaal zo groot, de d
zo in 't oneyndig, altyd met een
kleen opklimmende, waar door d

lyk een bepaalde grootheit b: zo
ze ontelbare menigte grootheden

zo veel malen $\frac{t}{s+t} b^{\frac{s}{t}}$.

Invoegen, s ∞ 1 en t ook ∞ 1 zynd
bare menigte van grootheden x ∞ de $\frac{1}{2}$
grootste b: of, alle x is gelyk de $\frac{1}{2}$ va

s ∞ 2 en t ∞ 1 wezende: zo zyn
Vierkanten der grootheden x, dat is al
malen $\frac{1}{3}$ bb.

s ∞ 3 en t ∞ 1 wezende: zo zyn alle

zo veel malen $\frac{2}{3}\sqrt{2}.b.$

$s \infty 1$ en $t \infty 3$ wezend

$s \infty 2$ en $t \infty 3$ zynde :

en zo in 't oneyndig: zul

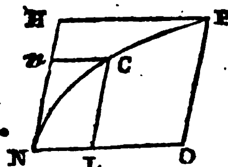
T

	x	xx	x^3
Rationale	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	
$\sqrt{2}.$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{4}$	
$\sqrt{3}.$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{5}$	
$\sqrt{4}.$	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{6}$	
$\sqrt{5}.$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{7}$	
$\sqrt{6}.$	$\frac{6}{7}$	$\frac{6}{8}$	
$\sqrt{7}.$	$\frac{7}{8}$	$\frac{7}{9}$	
$\sqrt{8}.$	$\frac{8}{9}$	[illegible]	
$\sqrt{9}.$	$\frac{9}{10}$	[illegible]	

en zo in 't oneynd
Noemer met de ee
mer alleenlyk; wa
gestelde order ver

't Bewys. Indie
alle y tot zo vee
malen c, tot t to
veel malen $b^{\frac{s}{t}}$,
zen aan zo veel

Maar als alle
zo veel malen
$t+s$. Dat wy

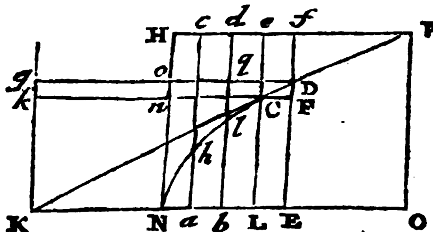


HP, of NO ∞ b
NH, of OP ∞ c
NL ∞ x
LC ∞ y

Indien NOPH *een Raam is, en dat een punt* C *daar in bewogen werd, beginnende van* N *en eyndigende in* P (*ſtellende* CL *evenwydig aan* PO, *en* C*n aan* NO) *zodanig dat altyd*

x^s *is tot* y^t, *als* b^s *tot* c^t

zo zal NCPON *wezen tot* NCPHN *als* t *tot* s; *of, als de Dimenſien van de lyn* CL *tot de Dimenſien van de lyn* C*n*.



Om de waarheit hier van te doen blyken, zo laat in de Kromme NCP (*by is krom om dat de evenredige* x, y, b, c *van ongelyke Dimenſien zyn*) *nog een punt* D *genomen werden oneyndig digt aan* C, *en door* D *en* C *getogen wezen een rechte tot aan de verlengde van* ON, *als* DCK: *haalt dan* Kg *evenwydig aan* LC, *en* Dg *zodanig aan* NO, *en verlengt* Cn *tot in* k, *en ook tot in* F, *ontmoetende* EDf, *gelykwydig aan* LCe, *in* F. *het Raamtje* kq *is zo groot als het Raamtje* LF, *om dat* DK *hoeklyn is.*

Dewyl de Kromme CD *is oneindig kleen, zo is* (18 *V.*) KCD *Raaklyn van beyde de punten* C *en* D. *En, om dat wy uyt de voornoemde proportie hebben* $c^t x^s$ ∞ $b^s y^t$, *zo vinden wy voor de Onderraaklyn*

KL ∞ $\frac{b^s t y^t}{c^t s x^{s-1}}$, of KL ∞ $\frac{c^t t x^s}{c^t s x^{s-1}}$ (*de* y^t *weg genomen, zynde uyt de bovenſtaande Æquatie* ∞ $\frac{c^t x^s}{b^s}$) *of* KL ∞ $\frac{tx}{s}$,

Dewyl dan KL, *of* kC *is* ∞ $\frac{tx}{s}$, *en* nC ∞ x, *zo is het Raamtje* kq, *of het Raamtje* LF, *tot het Raamtje* nq, *of* (3 Prop.) *het vierhoekje* LCDE *tot het vierhoekje* nCDo, *als* $\frac{tx}{s}$ *tot* x; *of als* t *tot* s. *Nu zo is 't kennelyk datter zo veel vierhoekjens* LCDE *zullen gaan in de figuur* NCPO *als 'er Vierhoekjens* nCDo *gaan in de figuur* NCPH: *dies is de figuur* NCPO *tot de figuur* NCPH, *als* t *tot* s: *het gezeg van dit Theoræma.*

Waar uyt volgt dat de figuur NCPO *is tot de Raam* OH *als* t *tot* $t+s$.

 Aan

van gelyke deelen, als Na, ab, bL, LE, en zo voort, en dat uyt yder deel getrokken zyn lynen evenwydig met OP *tot aan* PH, *als ac, bd,* L*e,* E*f, enz. snydende de Kromme in de punten b, l,* C, D *enz. Is* N*a dan* $\infty\ \dot{x}$, *zo is ah* $\infty\ y$; *is* N*b* $\infty\ x$, *zo is bl* $\infty\ y$; *is* NL $\infty\ x$, *zo is* LC $\infty\ y$, *en zo voort, de lyn x altyd toenemende met gelyke trappen, daar van yder trap onbepaalt kleen is, even gelyk het Voorstel vereyst dat ze wezen moeten. En, om dat na de 7 Propositio als dan de figuur* NCPO *is tot de Raam* OH, *of t tot t + s, als alle de lynen ab, bl, enz. dat is als alle de lynen y, tot alle de lynen ac, bd, enz. dat is tot zo veel malen de lyn c, zo ziet men de waarheit van het geene wy aangenomen hadden te onderzoeken.*

Zo dan, alle $x^{\frac{s}{t}}$ zyn gelyk zo veel malen $\frac{t}{t+s}\, b^{\frac{s}{t}}$ (x zodanig geconditioneert zynde als het Voorstel wil dat ze wezen zal) 't geen te bewyzen was.

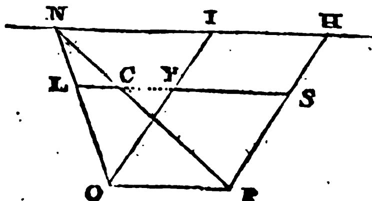
II Deel.

De Quadratura van sommige Vlakken en Lichamen.

I Vertoog.

Een Rechtlinische Driehoek, en een Rechtstrepige Raam, die op een zelfde grond staan, en tusschen evenwydige lynen passen, zyn tot elkander als 1 tot 2.

WY beginnen met een zaak die alrede bekent is, en van wiens waarheit men verzekert is, op dat men zoude zien, dat men door middel van het onbepaalt kleen, dingen kan vinden die waarachtig zyn.



Laat NOP de Driehoek, en PI de Raam wezen, staande de tusschen de evenwydige OP en NH, en op een gemeene grond OP.

Verbeelt uw dat de Driehoek, en ook de Raam door rechtelynen, in een ontelbare me-

OP ∞ b   alle evenbreet zyn
NL ∞ *x*   de wyze als in de fe
LC ∞ *y*   door dan de lyn
in een oneyndige
len die alle onbepaalt kleen zyn.

Gevende yder lyntje, die de voor
len, in de Driehoek LC de naam
YS de naam van *b*; zo zal, na de
Driehoek NOP wezen tot de Raam
tot alle de lynen *b*.

Zo men in de lyn NO, van N a
yder deeltje, waar in NO door de ly
∞ *x*, zo is *x* een hoegrootheit toene
pen, welke trappen alle onbepaalt kl
wyze als *x* bepaalt is in de achtste P
Dewyl dan NL is ∞ *x* als LC is
evenredig, waar door *y* is ∞ $\frac{bx}{a}$.

Om dat alle de lynen *y* zyn tot all
nu ook

alle $\frac{bx}{a}$ tot alle *b*

b ———————— *a*

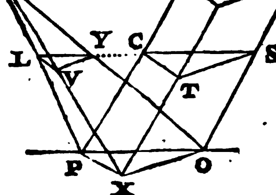
of, alle *x* tot alle *a*, als de △ tot de
met $\frac{1}{2}$ *gemultipliceert, na de aanwy*

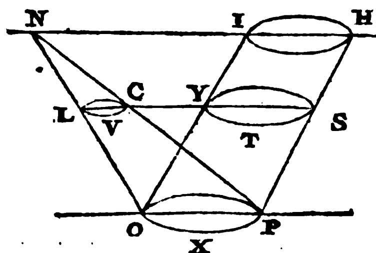
komt $\frac{1}{2}$ *a*   tot   *a*, als de △ tot de
of, als   1   tot   2, 't geen enz.

de plaats van de x, om dat x op zyn g
a, dat is gelyk NO.

II Vertoo

Als een Naalde en een Ba
gel en een Rol op een zelfde
tusschen evenwydige passen
de tot de Balk, en ook de I
als 1 tot 3.





en de Kegel wezen, en PIXH de Balk en de Rol, staande op een zelfde Grond OXPO, en passende tusschen de evenwydige OP en NH. Laat LS gelykwydig wezen aan OP, en de Vlakken, LCVL en XSTX evenwydig aan het Vlak OPXO.

Om dat NL x / NO a // LC y / OP b evenredig zyn, daarom is $y \infty \frac{bx}{a}$, of $yy \infty \frac{bbxx}{aa}$.

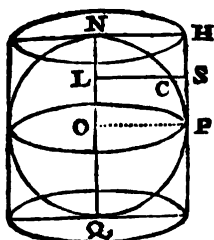
NO ∞ a
OF ∞ b
NL ∞ x
LC ∞ y

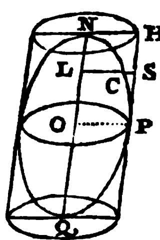
Dewyl de gelykformige figuren evenredig zyn met de Vierkanten van haare gelykstandige zyden, en de Ronden met de Vierkanten van haare middellynen, daarom zyn alle de Driehoeken LCV tot alle de Driehoeken YST
ook alle de Ronden LCV tot alle de Ronden YST,
of de *Naalde* tot de *Balk*,
ook de *Kegel* tot de *Rol*, na de 7 Propositio,
als alle $\frac{bbxx}{aa}$ tot alle bb
met $\frac{1}{3}$ ——— *gemultipliceert na uytwyzing van het* ——— *Tafeltje, om dat wy xx Rationaal hebben, en a gestelt in plaats van*
of, als $\frac{\frac{1}{3}bbaa}{aa}$ tot bb *x, om dat x op zyn grootste zynde*
$\frac{1}{3}bb$ ——— *∞ a is, onderstellende dat x toe-*
of, als 1 tot 3, 't geen &c. *neemt met een Arithmetische progressie, yder deel onbepaalt kleen zynde, op de wyze als in de 7e. Propositio.*

III. Vertoog.

Een Kloot is tot zyn omgeschreve Rol, en ook een Ovaals Lichaam tot zyn omgeschreve Rol als 2 tot 3.

De





De eerste figuur vertoont een Kloot, en de tweede een Ovaals Lichaam, beyde in een Rol beschreven.

O is het middelpunt in beyde de figuren, en LCS is evenwydig aan OP, of aan NH; de rest als te zien is.

NO ∞ *a*
OP ∞ *b*
NL ∞ *x*
LC ∞ *y*

In beyde de figuren zyn evenredig
□LC □OP ▭NLQ ▭NOQ
yy / *bb* // *2ax — xx* / *aa*

Dewyl, na de 7e Propositio, de Kloot, en ook het Ovaals Lichaam, tot yder omgeschreve Rol is, als alle de Ronden daar van LC de Straal is, tot alle de Ronden waar van LS hen is: of, als alle de Vierkanten van LC tot alle de Vierkante van LS; dat is, als alle *yy* tot alle *bb*, of, als alle *2ax — xx* tot alle *aa*

gemultip. met $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ ————————, *en a gestelt in plaats van x, om reden hier even gemelt.*

of, als *aa* — $\frac{1}{3}$*aa* tot *aa*
of, als $\frac{2}{3}$*aa* tot *aa*
of, als 2 tot 3, het geene te vinden was.

BYVOEGSEL. *Den halve Kloot, en ook het halve Ovaal Lichaam is tot zyn ingeschreve Kegel* als 2 tot 1.

Dewyl een Kegel het derde deel is van zyn omgeschreve Rol, (2 *Vertoog*) en een halve Kloot, of het halve Ovaals Lichaam 2 is tegens zyn omgeschreve Rol 3 (3 *Vertoog*), daarom zyn de gezeyde Lichamen, yder in 't bezonder, 2 tegens haare ingeschreve Kegels 1, 't geen enz.

IV VERTOOG.

Een stuk van een Kloot minder als de halve Kloot, ook een stuk van een Ovaals Lichaam minder als zyn helft, is tot yders omgeschreve Rol, als de halve middellyn min het derde deel van de Intercepta, tot de heele middellyn min de heele Intercepta.

 Laat

Laat nu, in de figuren van het derde Vertoog, NO, de Intercepta, minder wezen als de halve Middellyn, en laat de heele Middellyn NQ gestelt werden te wezen ꝏ q, zo is de ▭ NLQ ꝏ $qx - xx$, ende ▭ NOQ ꝏ $qa - aa$, of het Vierkant LC ꝏ $qx - xx$, en het Vierkant LS ꝏ $qa - aa$: daarom nu,

alle $qx - xx$ tot alle $qa - aa$, als enz.

gemultip. met $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ *en a gestelt voor x*

men heeft $\frac{1}{2}qa - \frac{1}{3}aa$ tot $qa - aa$

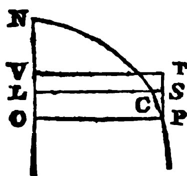
a

of, $\frac{1}{2}q - \frac{1}{3}a$ tot $q - a$, voor de overeenkoming van een Stuk des Kloots minder als zyn helft tot zyn omgeschreve Rol, of van zodanigen stuk van een Ovaals Lichaam tot zyn omgeschreve Rol: aanwyzende de waarheit van het gezeyde.

Hier uyt had men het derde Voorstel, als een gevolg hier van, konnen vinden, nemende in deze a ꝏ $\frac{1}{2}q$: dan heeft men $a - \frac{1}{3}a$ tot $2a - a$, of 2 tot 3.

Men ziet dan de proportie van het gezeyde in Lynen: wil men de overeenkoming in getallen weten, men stelle q en ook a op getallen.

q ꝏ 10 en a ꝏ 3 wezende: zo is dit stuk van de Kloot, en ook dit stuk van de Ovaalze Kegel, tot yder zyn omgeschreve Rol als 4 tot 7.



Wil men het gezeyde in getallen weten van een Schyf des Kloots, of des Ovaals Lichaam, als van VTSPO, gedrayt om VO als Spil.

Stelt VL ꝏ x, en LC ꝏ y.

De Middellyn, ꝏ 10, NV ꝏ 2, en VO ꝏ 1 zynde, zo vind men yy ꝏ $16 + 6x - xx$, en bb ꝏ 21.

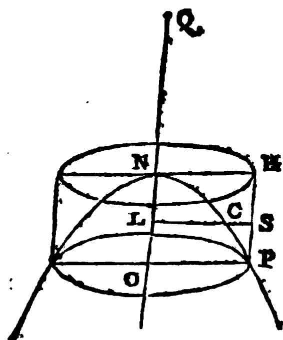
Zo is dan alle $16 + 6x - xx$ tot alle 21, als enz.

gemultip. met $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$, en 1 gestelt voor x

komt als $16 + 3 - \frac{1}{3}$ tot 21; of als 8 tot 9 voor de overeenkoming van deze Schyf des Kloots, of des Ovaals Lichaam tot zyn omgeschreve Rol.

V VERTOOG.

Een Hyperbolische Kegel is tot zyn omgeschreve Rol, als de halve middellyn en het derde deel van de Intercepta, tot de heele middellyn en de heele Intercepta.



NO ∞ a
OP ∞ b
NQ ∞ q
NL ∞ x
LC ∞ y

Laat de figuur van betekenis wezen als in het derde Vertoog.

Nu zyn ook evenredig

□LC □OP ▭NLQ ▭NOQ

$yy \;/\; bb \;//\; qx + xx \;/\; qa + aa$

en daarom ook alle yy tot alle bb, of alle $qx + xx$ tot alle $qa + aa$, als enz.

met $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ *vermenigv.*

kt. $\frac{1}{2} qa + \frac{1}{3} aa$ tot $qa + aa$

a

of, $\frac{1}{2} q + \frac{1}{3} a$ tot $q + a$, als een Conoide; Hyperbole tot zyn omgeschreve Rol: aanwyzende het geene hier boven daar van gezegt is.

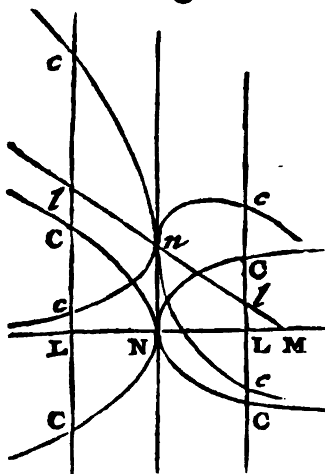
In getallen. q ∞ 10 en a ∞ 3 wezende: zo is de gezeyde Kegel tot zyn omgeschreve Rol als 6 tot 13.

Neemt men a ∞ q, zo is de proportie als 5 tot 12: a ∞ $2q$, zo is ze als 7 tot 18: a ∞ $3q$, als 9 tot 24: het eerste getal opklimmende met 2 en het ander met 6.

VI VERTOOG.

1. Indien twee Peesdelen van Ellipsen, of van twee Hyperbolen, die een gemeen middelpunt hebben, tusschen twee evenwydige lynen passen: zo zynze evenredig met haare Verkeerde. 2. en zo haare Verkeerde gelyk zyn, of zo de Rechtezyden met de Middellynen weer-

weerkerig evenredig zyn: zo zyn deze Peesdelen evengroot.



Laten CNC en *cnc* deze twee Peesdelen wezen, hebbende M tot haar gemeene middelpunt, en latenze passen tusschen N*n* en C*c* die evenwydig zyn.

Zullen de Peesdelen tusschen C*c* en N*n* passen, zo moeten de Krommelynen de rechte N*n* in N en ook in *n* maar aanroeren, en niet snyden, en daarom raken: zo dat N*n* is Raaklyn van beyde de Kromme, en by gevolg zyn N en *n* de Toppen; NM en *n*M de halve Middellynen, en LC en *lc* de halve Peesen, en ook de Applicaten.

stellende van de
Kromme NC // Kromme *nc*
de R. zyde $\infty\ r$ // $\infty\ s$
de halv. Mi. $\infty\ q$ // $\infty\ p$
LN $\infty\ x$ // *nl* $\infty\ v$
LC $\infty\ y$ // *lc* $\infty\ z$

Men vind $y \infty \sqrt{.\frac{rqx \mp rxx}{q}}$,

en $z \infty \sqrt{.\frac{spv \mp svv}{p}}$.

— in de Ellip. en + in de Hyperb.

Om dat ze een gemeen middelpunt hebben, daarom

NL *nl* NM *n*M
zyn x / v // q / p evenredig

dies is $v \infty \frac{px}{q}$: dit hier boven gestelt in plaats van v,

men heeft $z \infty \sqrt{.\frac{spx}{q} \mp \frac{spxx}{qq}}$.

zo is dan y tot z, als $\sqrt{.\frac{rqx}{q} \mp \frac{rqxx}{qq}}$ tot $\sqrt{.\frac{spx}{q} \mp \frac{spxx}{qq}}$

de twee laatste beyde door $\sqrt{.\frac{x}{q} \mp \frac{xx}{qq}}$ gedeelt,

komt y tot z, als $\sqrt{rq}$ tot $\sqrt{sp}$.

Maar $\sqrt{rq}$ is de Verkeerde van de Kromme NC, wiens Applicata is y, en $\sqrt{sp}$ is de Verkeerde van de andere, wiens Toegepaste is z. Zo is dan de Toegepaste van yders Peesdeel, of elke pees van yders Peesdeel is evenredig met yders Verkeerde. Nu, om dat N*n* evenwydig is aan de Peesen CC *cc*, zo zullender zo veel Peesen gaan in het Peesdeel CNC als 'er Peesen zullen gaan in het Peesdeel *cnc* (NL in

gelyke

ſynen) dies is het Peesdeel CNC t
een Pees van de eene tot een Pees v
CC tot *cc*, of als LC tot *lc*, of als
Verkeerde van de eerſte, tot $\sqrt{sp}$
tweede. Het eerſte zynde van het ge

Het tweede is een gevolg van dit
zo is ook *y* ∞ *z*, of CC ∞ *cc*: en da
evengroot.

Dat wy zeggen, of *zo de Rechtez*
zyn met de Middellynen: dit is een g
keerde gelyk zyn: want, dan is
zyn evenredig, dat is de Rechtezyd
met de Middellynen.

1. GEVOLG. *Is* L *in* M,
halve Ellipſen, en daarom zyn de
mede de heele Ellipſen *evenredig*
ze zyn evengroot *indien de Verke*

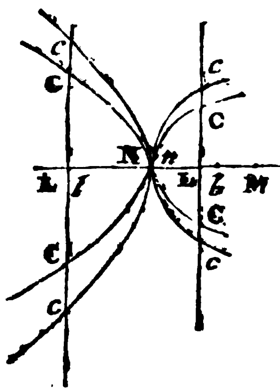
2. GEVOLG. *Is* NLC *rech*
van de Kromme NC *zo groot al*
NC *een Rond (of een gelykzydig*
bole) en men heeft de overeenk
heeft met een ſcheve Ellipſis (
hoekige Hyperbole met een ſcheve)
eene met een ſtuk van de andere
Middellyn van het Rond tot d
Ellipſis; *of, als de Middellyn van*
hoekige Hyperbole tot de Verkeerde

3. GEVOLG. *Is de Verkeerde*
als de Middellyn van het Rond,
∞ *qq*; of *is de Middellyn van het*
redig tuſſchen de Rechtezyde van e
dellyn: zo is het Rond zo groot al
Peesdeel van het Rond als een Pees
Het zelfde heeft mede plaats in

T t

lykzydige Hyperbole en een scheefhoekige ongelykzydige.

4. GEVOLG. *Laat men daar en boven de Top n nederdalen tot in de Top N, zo zyn de halve middellynen evengroot, en daarom ook de heele, en* men heeft de overeenkoming van een Rond met een Ellipsis (*of van een rechthoekige gelykzydige en een ongelykzydige Hyperbole*) die beyde op een zelfde As staan: *of*, van haare gelyke Peesdeelen, *te weten*, als de As tot de Verkeerde; *ja, zo men op de Verkeerde van de Ellipsis ook een Rond beschryft, zo zal men bevinden dat de Ellipsis midden evenredig zal wezen tusschen deze twee Ronden (het eerste Rond is tot de Ellipsis als √rq tot √sq, en zodanigen reden heeft ook de Ellipsis tot het laatste Rond.*



Die begerig is het Bewys van deze dingen Meetkunstig te zien, die kan daar in voldaan werden door *Fr. van Schoten*, in zyn vierde Boek der Mathematische Oeffening, pagina 290, 291, 294, 295, 308, 309, 310.

5. GEVOLG. Men kander byvoegen, *als de Middellyn van een Kloot gelyk is aan de As van een Ovaalse Kloot: dat de Kloot is tot deze Ovaalse, of een stuk van de eerste tot een gelyk affnydsel van de tweede, als het Vierkant van de Middellyn des Kloots tot het Vierkant van de andere As der Ovaalse.*

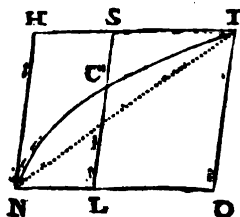
De reden hier van is, om datter zo veel Ronden, wiens Straal LC is, gaan in de Kloot, als 'er Ronden, welkers Straal L*c* is, gaan in de Ovaalse; of in een stuk van de eerste en in een gelyk peesdelig stuk van de tweede; en om dat deze Ronden alle gelykredig zyn met de Ronden van de Verkeerde, of met haare Vierkanten.

En in 't algemeen, *al wat vergeleken is met de Verkeerde, dat kan ook vergeleken werden met de Applicaten,* om dat die altyd een zelfde reden hebben.

VII VERTOOG.

Van alle Parabolen, is de Parabole tot zyn omgeschreve Raam, als de Dimensien van de Applicata, tot de Dimensien van de Intercepta en die van de Applicata te zamen.

Zo dat, werd haar natuur uytgedrukt door $r^{t-s}x^{s} \infty y^{t}$ (r de Rechtezyde, x de Intercepta, en y de Applicata wezende) zo zal de Parabole wezen tot zyn omgeschreve Raam, als t tot $t+s$,



NO $\infty\, a$
OP $\infty\, b$
NL $\infty\, x$
LC $\infty\, y$

Laat NCPO een plat Vlak wezen, begrepen van de Kromme NCP, een trek van een Parabole, en de rechte NO zyn middellyn, en OP zyn Applicata: en laat OH zyn omgeschreve Raam wezen.

Laat getrokken wezen LCS evenwydig aan OP, of aan NH.

Werd haar natuur afgebeeld door
$$r^{t-s}x^{s} \infty y^{t},$$
zo zyn $x^{s} / y^{t} // a^{s} / b^{t}$ evenredig,

en daarom $y^{t} \infty \frac{b^{t}x^{s}}{a^{s}}$, of $y \infty \frac{bx^{\frac{s}{t}}}{a^{\frac{s}{t}}}$.

Dewyl alle lynen y zyn tot alle lynen b, als de Parabole tot de Raam,
daarom ook alle $\frac{bx^{\frac{s}{t}}}{a^{\frac{s}{t}}}$ tot alle b, als enz.

b ——————— $a^{\frac{s}{t}}$

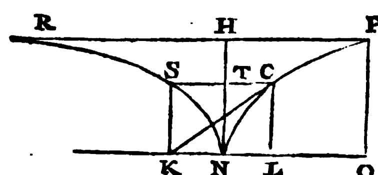
of, alle $x^{\frac{s}{t}}$ tot alle $a^{\frac{s}{t}}$
met $\frac{t}{s+t}$ ——————— verm. na de 8e Propositio

of, als $\frac{t}{s+t}a^{\frac{s}{t}}$ tot $a^{\frac{s}{t}}$
of, als t tot $t+s$, gelyk boven is gezegt.

eerste geslagt, zo is $s \infty 1$. en $t \infty 2$: en dan is de Parabole tot zyn omgeschreve Raam als 2 tot 3. heeft men $rrx \infty y^3$, een van het tweede geslagt, zo is $s \infty 1$. en $t \infty 3$: en dan is de Parabole tot zyn omgeschreve Raam als 3 tot 4. maar heeft men $rxx \infty y^3$, zo is $s \infty 2$ en $t \infty 3$: en de proportie van de voornoemde Vlaktens zyn als 3 tot 5.

GEVOLGEN. 1. *Het blykt dat de Holle Parabole* NCPHN *is tot de Raam* OH *als s tot $t+s$.* 2. *dat de Bultige Parabole* ONCP *is tot de Holle* HPCN *als t tot s.* 3. *dat het Peesdeel* NCPN *is tot deze Bultige Parabole als $t-s$ tot $2t$, en tot de Holle als $t-s$ tot $2s$.* 4. *dat de ingeschreve Driehoek* NPON *is tot de Bultige Parabole als $t+s$ tot $2t$; tot de Holle als $t+s$ tot $2s$; en tot het Peesdeel* NCPN *als $t+s$ tot $t-s$.*

ANDERS, *door middel van de Onderraaklyn, en een verwisseling na de 5e. Propositio.*



Indien de natuur van de Kromme afgebeeld werd door

$$r^{t-s} x^s \infty y^t$$

aanmerkende CK voor een Raaklyn: zo vind men $\frac{tx}{s}$ voor de Onderraaklyn LK of CS: en om dat NL of TC is ∞x, zo is CS tot CT als $\frac{tx}{s}$ tot x, of als t tot s. Dewyl dan yder lyn CS is t tegens dat yder lyn CT is s; en om dat 'er zo veel lynen CS gaan in het Vlak RSNCPR, als 'er lynen CT gaan in het Vlak HNCPH: zo is het Vlak RSNCPR, of na de voornoemde 5e. Propositio, de Parabole NCPO tot het supplement NCPH als t tot s: en daarom de Parabole tot zyn omgeschreve Raam als t tot $t+s$, gelyk wy hier even daar voor gevonden hebben.

ANDERS, *door middel van het stuk der Onderraaklyn begrepen tusschen de rakende en de Top, evenwydig aan de Applicata, en een verwisseling na de 6e Propositio.*

Laat

Laat de Parabole wederom afgebeelt, werden door

$r^{t-s} x^{s}$ ꝏ y^{t}

aanmerkende CK voor een Raaklyn, zo vind men KN, of LS ꝏ $\frac{t-s}{t}y$: en om datter zo veel lynen LS gaan in de figuur NSRO als 'er lynen LC gaan in de Parabole NCPO: zo is NSRO tot de Parabole NCPO als $\frac{t-s}{t}y$ tot y, of als $t-s$ tot t: en om dat het Peesdeel NCPN de helft is van de figuur NSRO na de voornoemde 6^e^. Propositio: zo is dit Peesdeel tot de Parabole als $\frac{1}{2}t - \frac{1}{2}s$ tot t; of de Driehoek NPO tot de Parabole als $\frac{1}{2}t + \frac{1}{2}s$ tot t; en over zulx de Raam OH tot de Parabole als $t+s$ tot t, even als hier voren.

GEVOLG. *Indien twee eenslagtige gelykaardige Parabolen tusschen evenwydige passen, en op ongelyke gronden staan: zo zynze evenredig met haare Gronden, of met haare Applicaten: en op gelyke gronden staande: zo zynze even groot.*

Laten NPON en *npOn* twee halve eenslagtige gelykaardige Parabolen zyn, passende tusschen N*n* en OP*p*, twee evenwydige lynen: wy zeggen enz. als boven.

Om dat ze Passen, zo is N*n* Raaklyn, van beyde de Kromme, en daarom zyn OP en O*p* Applicaten.

Om dat ze beyde van een geslagt, en daar en boven nog gelyk van aart zyn, zo zyn de Dimensien van haar beyder Intercepten, en ook van haar beyder Applicaten even eens. Zyn dan de Dimensien van de Intercepten ꝏ s, en die van de Applicaten ꝏ t, zo is de Parabole NPO tot de Raam OH als t tot $t+s$, ook de Parabole *npO* tot de Raam O*h* als t tot $t+s$, zo is dan de Parabole NPO, tot de Parabole *npO*, als de Raam OH tot de Raam O*h*, of als de grond OP tot de grond O*p*.

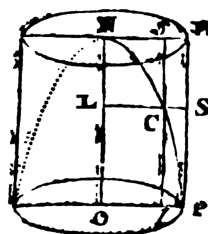
Waar uyt blykt, zyn deze gronden gelyk, dat ook als dan de Parabolen even groot zyn. Dies is &c. als boven gezegt is.

heeft plaats te hebben in twee van 't eerste geslagt, als te zien is in zyn vierde Boek van de Mathematische Oeffening Pagina 341.

VIII VERTOOG.

Een Parabolische Kegel (Conoïde Parabole) is tot zyn omgeschreve Rol, als de Dimensien van de Applicata tot de Dimensien van de Applicata en tweemaal de Dimensien van de Intercepta.

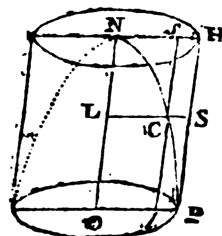
Zo dat, werd de natuur van de Parabole afgebeelt door $r^{t-s} x^s \infty y^t$: zo is de Conoïde Parabole tot zyn omgeschreve Cylinder, als t tot $t+2s$.



Laat NCPON een halve Parabole wezen; NO de Middellyn, OP de Applicata, OH zyn omgeschreve Raam. Bewegende deze om NO als Spil, zo zal de Parabole beschryven een Conoïde, en de Rechthoek OH een Cylinder, die de Parabolische Kegel omgeschreven is.

Laat getrokken werden LCS evenwydig aan OP.

Is de natuur van de Parabole afgebeelt door $r^{t-s} x^s \infty y^t$,



zo zyn x^s / y^t // a^s / b^t evenredig,

en daarom $y^t \infty \frac{b^t x^s}{a^s}$, of $y \infty \frac{b x^{\frac{s}{t}}}{a^{\frac{s}{t}}}$;

of $yy \infty \frac{bb x^{\frac{2s}{t}}}{a^{\frac{2s}{t}}}$,

NO ∞a
OP ∞b
NL ∞x
LC ∞y

Dewyl de Ronden evenredig zyn met de Vierkanten van haare Stralen, zo is het Rond waar van LC de Straal is, tot het Rond waar van LS hen is, als het Vierkant van LC tot het Vierkant van LS:

Kegel gaan, als 'er Ronden LS gaa
Rol, zo volgt (7 Prop.) dat de C
zyn omgeschreve Cylinder, als alle
tot alle de Vierkanten van LS, dat is

$$\text{als alle } \frac{bbx^{\frac{2s}{r}}}{a^{\frac{2s}{r}}} \text{ tot alle } bb.$$

bb ————————

$$\text{of, als alle } x^{\frac{2s}{r}} \text{ tot alle } a^{\frac{2s}{r}}$$

het eerste gemultipliceert met $\frac{r}{r+2s}$, (
plaats van x, en gereduceert, men
gelyk in 't begin gezegt is.

Heeft men $rx \infty yy$, zo is de Paral
omgeschreve Rol als 1 tot 2: heeft m
als 3 tot 5: heeft men $rxx \infty y^3$, zo
heeft men $rrx^3 \infty y^5$, zo is het als 5 t

GEVOLG. Hier uyt volgt,
Complement NCPH *beschryft*,
om NO *geschiet, is tot de voornoemd*
en *de Parabolische Kegel tot deze R*

Nota. Dewyl wy in de uytrekening
hebben op de hoek NOP of hy rech
alleenlyk hem recht nemende om de
ging te bepalen: maar hem scheefhoeki
de, als in de tweede figuur, zo ziet
het gezeg zo wel past op een scheve C
een rechte; mits dat van de scheve
of dat alle sneden, evenwydig aan de
dit zelfde moet mede verstaan werden
voegsels.

BYVOEGSEL

1. Geschiet de beweging van
cata OP: zo zal de Conoïde Par
omgeschreve Rol als $2tt$ tot 2
Dimensien van de Intercepta, en
cata wezende.

Laat lCs evenwydig aan NO wezen.

Nu is 't, alle Vierkanten lC tot alle Vierkanten ls, alzo de Parabolische Kegel tot zyn omgeschreve Rol;

dat is als alle $aa - 2ax + xx$ tot alle aa.

Maar om dat deze ls op OP staat, zo moet Pl, of Ol de lyn wezen die met een Arithmetice Progressie toeneemt, opklimmende met een zelfde onbepaalt kleen, dat is met de breete van de lyn ls, hen altyd een zelfde breete, dog onbepaalt kleen, toeeygenende. Laat ons dan Ol voor een zodanige aanmerken, die ꝏ LC, of ꝏ y is. y is dan een lyn toenemende enz. als boven gezegt is, en niet x gelyk in 't voorgaande.

Uyt de Proportie $x^s / y^t // a^s / b^t /$ blykt dat x is ꝏ $\frac{ay^{\frac{t}{s}}}{b^{\frac{t}{s}}}$.

Dit laatste gestelt in plaats van x, en zyn Vierkant in plaats van xx in de quantiteyt $aa - 2ax + xx$, men heeft

alle $aa - \frac{2aay^{\frac{t}{s}}}{b^{\frac{t}{s}}} + \frac{aay^{\frac{2t}{s}}}{b^{\frac{2t}{s}}}$ tot alle aa, als enz.

met $\frac{s}{s+t}$ $\frac{s}{s+2t}$ gemultipliceert, en b gestelt in plaats van y, om dat y, op zyn grootste gelyk b word, en dan nog door aa gedivideert, men heeft

$$1 - \frac{2s}{s+t} + \frac{s}{s+2t} \text{ tot } 1, \text{ als enz.}$$

of, $2tt$ tot $2tt + 3ts + ss$ als de Conoïde Parabole tot zyn omgeschreve Rol, als boven gezegt is.

Heeft men rx ꝏ yy; zo is de overeenkoming als 8 tot 15: is rrx ꝏ y^3; zo is ze als 9 tot 14: maar is rrx^3 ꝏ y^5; zo is ze als 25 tot 52.

Het blykt dan, dat de Ring van 't Complement NCPHN om OP bewogen, is tot deze Rol, als $3st + ss$ tot $2tt + 3st + ss$; en tot de Parabolische Regel als $3st + ss$ tot $2tt$.

2. Geschiet de beweging van OH om PH: zo zal de Holle Conoïde beschreven door NCPHN wezen tot zyn omgeschreve Rol als $2ss$ tot $2ss + 3st + tt$. s de Dimensien van de Intercepta, en t die van de Applicata wezende.

Dewyl

Dewyl CS is $\infty\, b - y$; zo is alle $bb - 2by + yy$ tot alle bb als deze Conoïde tot de Rol; dat is

$$\text{alle } bb - \frac{2bbx^{\frac{s}{t}}}{a^{\frac{s}{t}}} + \frac{bbx^{\frac{2s}{t}}}{a^{\frac{2s}{t}}} \text{ tot alle } bb\text{, als enz.}$$

$$\text{met } \quad \frac{t}{s+t} \quad \frac{t}{t+2s} \text{ gemultipliceert, en } a \text{ voor } x \text{ gestelt.}$$

$$\text{kt. } bb - \frac{2t}{s+t}bb + \frac{t}{t+2s}bb \text{ tot } bb,$$

of $2ss$ tot $2ss + 3st + tt$ als de Holle Conoïde Parabole tot zyn omgeschreve Rol. Heeft men $rx \infty yy$, zo is de Proportie als 1 tot 6: heeft men $rrx \infty y^3$, zo is ze als 1 tot 10: en is $rrx^3 \infty y^5$, zo is ze als 9 tot 44.

Men ziet hier uyt, dat de Parabolische Ring van NCPON om PH bewogen, is tot de voornoemde Rol als $3st + tt$ tot $2ss + 3st + tt$; en tot deze Holle Conoïde Parabole als $3st + tt$ tot $+ 2ss$.

3. Maar geschiet de beweging van OH om NH: zo zal de Holle Conoïde beschreven door NCPHN om NH als zyn As, wezen tot zyn omgeschreve Rol als s tot $s + 2t$. s de Dimensien van de Intercepta, en t die van de Applicata zynde.

Nu is 't, alle de Vierkanten van sC, dat is alle xx, of

$$\text{alle } \frac{aay^{\frac{2t}{s}}}{b^{\frac{2t}{s}}} \text{ tot alle } aa\text{, als enz.}$$

$$\text{met } \frac{s}{s+2t} \text{ gemultipliceert, en } b \text{ gestelt voor } y$$

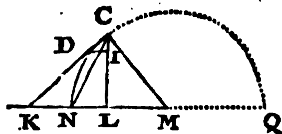
$$\text{komt } \frac{s}{s+2t}aa \text{ tot } aa,$$

of s tot $s + 2t$, als de voornoemde Holle Conoïde Parabole tot zyn omgeschreve Rol.

Is $rx \infty yy$, zo is de overeenkoming als 1 tot 5: is $rrx \infty y^3$, zo is ze als 1 tot 7: en is $rrx^3 \infty y^5$, zo is ze als 3 tot 13.

Hier uyt volgt, dat de Parabolische Ring van NCPON om NH bewogen is tot zyn omgeschreve Rol als $2t$ tot $s + 2t$; en tot de Holle Conoïde Parabole als $2t$ tot s.

1. De Superficie van een Stuk des Kloots is zo groot als het Rond wiens Straal is de Pees van de halve Boog van dit ſtuk: 2. en de Vlakte van de heele Kloot is zo groot als het Rond wiens Straal is de Middellyn van het Rond: of is viermaal groter als zyn grootſte Rond.



de heele Omtrek van 't Rond ∞ d
NM ∞ q
NL ∞ x
LC ∞ y
DI ∞ f
DC ∞ b

Laat NC (een gedeelte van de halve Kring NCQ) bewogen werden, rondom NL, een ſtuk van de Middellyn NQ: zo zal de Boog NC een bultige Vlakte beſchryven, in gedaante van een Kloot; die zo groot zal wezen als de platte vlakte van het Rond daar af de Pees NC de Straal is: en de Superficie van de heele Kloot, die beſchreven werd drayende de NCQ om NQ, zal zo groot wezen als het Rond waar af de Middellyn NQ de Straal is.

't Bewys. Laat in de boog NC genomen werden een punt D, oneyndig digt aan C, en laat door C en D verdagt wezen de rechte CDK, zo raakt deze de Kromme in C en ook in D (18 V.) Laat ook uyt C getogen werden CL rechthoekig op NQ, en DI zodanig op CL; ook de rechte CM, M het middelpunt wezende.

Om de gelykhoekigheit van de Driehoeken CLM KLC DIC, is CL tot CM, als KL tot KC, of als DI tot DC: dies zyn $y / q // f, b$ evenredig, en daarom qf ∞ yb.

De Omtrek van het Rond, waar van dat CL de Straal is, is ∞ $\frac{dy}{q}$; dit gemultipliceert met DC ∞ b, komt $\frac{dyb}{q}$ voor de bultige Vlakte die het boogje DC zal beſchryven hen drayende rondom LN, om dat de Kromme DC zo lang is als de rechte DC (17 V.) Voor yb in de Teller geſtelt qf, om dat ze gelyk zyn, komt df voor deze bultige vlakte: maar alle deze maken uyt de geheele bultige vlakte drayende

NDC

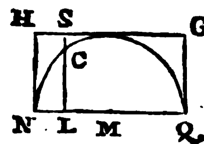
of als x, dies is de geheele Superfic

Laat ons de Straal van het Ronc bultige vlakte is stellen ∞ z, zo is z menigvuldigt met $\frac{1}{2}z$, zo is zyn Inh dit Rond ∞ $\frac{dzz}{2q}$, dat derhalven zo g blykt dat z is ∞ $\sqrt{2qx}$, dat is gelyk dat te bewyzen was.

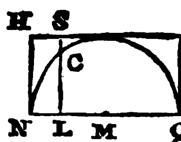
Het tweede volgt uyt het eerste, Pees is van de boog NCQ, de halve l als NC de Pees is van de halve boog en om dat het Rond, waar af NQ groter is als het Rond waar af hy de laatste het grootste Rond is dat uyt e werden; zo blykt dat de superficie v maal groter is als zyn grootste Rond.

X VERTO

1. Indien een Kloot, en ve Rol, beyde door een pla werden, dat rechthoekig d Rol gaat: zo is de Superfici dene stuk des Kloots zo gr vlakte van het affnytsel des R perficie van de heele Kloot bultige vlakte van de heele R



Dit is een gevol toog. Laat de rech zyn om het halfron getogen wezen L Middellyn NQ. L yen rondom NQ, ficie van de Kloot beschryven, HG NC zal de Superficie van een stuk d HS een Stuk van de bultige vlakte d een zelfde plat vlak afgesneden werd



het welke rechthoekig door de As van de Rol gaat, om dat SL hangende op NQ is.

't Bewys. De Superficie die HS beschryft is zo groot als het gemultipliceerde van deze HS, of van NL, die ∞ *x* is, met de Kring die het punt S maakt, dat is met *d*, om dat deze kring zo groot is als de heele waar van dat NC een stuk is, dewyl SL ∞ NM is: maar deze *dx* is zo groot als de Superficie van het stuk des Kloots dat NC beschryft; gelyk in het laatste Vertoog is aangewezen: dies blykt de waarheit van het eerste gezeg. Het tweede blykt: S nader aan G komende, zo komt C ook nader aan Q; S in G komende, zo is C ook in Q: HS is dan zo groot als HG, en NC als NCQ: dies is de Superficie van de heele Kloot zo groot als de bultige Superficie van de heele Rol.

XI VERTOOG.

1. Van een Rond is een Peesdeel, kleender als het halfrond, tot zyn omgeschreve Rechthoek, als $\frac{1}{2}+\frac{q}{2c}-\frac{qq}{3cc}+\frac{qqa}{5c^3}-\frac{qqaa}{7c^4}+\frac{qqa^3}{9c^5}-\frac{qqa^4}{11c^6}$, en zo in 't oneyndig, tot 1. aanmerkende *q* voor de Straal, *a* voor de Pyl, en $c \infty 2q-a$. 2. het heele Rond is tot zyn omgeschreve Vierkant als $\frac{1}{1}-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}$, en zo in 't oneyndig, tot 1.

XII VERTOOG.

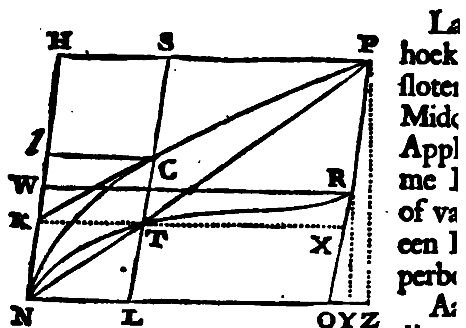
Van een Ellipsis is een Peesdeel, kleender als zyn helft, tot zyn omgeschreve Raam, als $\frac{1}{2}+\frac{q}{2c}-\frac{qq}{3cc}+\frac{qqa}{5c^3}-\frac{qqaa}{7c^4}+\frac{qqa^3}{9c^5}-\frac{qqa^4}{11c^6}$, en zo in 't oneyndig, tot 1. aanmerkende *q* voor de halve Middellyn, *a* voor de Intercepta, en $c \infty 2q-a$. 2. en de heele Ellipsis is tot zyn omgeschreve Raam als $\frac{1}{1}-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}$, en zo in 't oneyndig, tot 1.

XIII VER-

Van een Hyperbole is een
omgeschreve Raam, als $\frac{1}{2}$ +
$- \frac{qqa^3}{9c^5} - \frac{qqa^4}{11c^6}$, en zo in 't oneyı
merkende q voor de halve M
de Intercepta, en $c \infty 2q + a$.

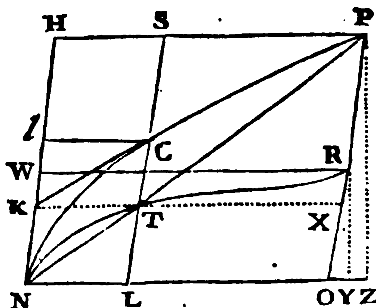
Nota. Als wy zeggen *en zo in 't on*
daar mede te kennen geven het geen
kende alrede kan bemerken, te wete
het stuk, de Tellers altyd moeten to
de Noemers met een c; dat de getal
voegt moeten toenemen met 2; en d
nomen de twee eerste die + zyn, n
overhants in het Rond en in de Ellip
de Hyperbole. En, ten opzigte van
dat de Tellers der breuken altyd m
Noemers opklimmen met 2, en de
en —.

't Bewys op deze drie V



de Rechte zyde ∞ $2r$
de Middellyn ∞ $2q$
NO ∞ a
OP ∞ b
NL ∞ x
LC ∞ y
de Perp. PZ ∞ d
NK of LT ∞ v

La
hoek
flote
Midc
Appl
me]
of va
een]
perbo
A
dig
aan
omg
NC
Kro
over
omg
bove
V v



't Bewys. Om dat men heeft $2rx \mp \frac{r}{q}xx - yy \infty 0$ (— in het Rond en in de Ellipsis, en + in de Hyperbole) zo heeft men $y \infty \sqrt{.\, 2rx \mp \frac{r}{q}xx}$

Dewyl alle de lynen LC zyn tot alle de lynen LS, als het ingeschrevene tot het omgeschrevene; en om dat wy zien dat LC, of y is een Surdische quantiteyt van *twee* Termen, en de 8ᵉ. Propositio, die wy zouden hebben te gebruyken om aan te wyzen de hoegrootheit die aan alle $\sqrt{.\, 2rx \mp \frac{r}{q}xx}$ gelyk is, niet anders past als op Surdische quantiteyten die uyt *een* Term bestaan: zo laat ons zien of wy de Quadratura van het Peesdeel NCPN konnen vinden, zynde het irreguliere van het Kromlinische NCPON, waar door de rest openbaar zal wezen.

Aanmerkt CK voor een rakende in C; NK doet zulx in N. Getogen hebbende Cl evenwydig aan LN, zo is deze ∞x, en N$l \infty y$: en om dat wy hebben $2rx \mp \frac{r}{q}xx - yy \infty 0$, zo vind men NK $\infty \frac{rx}{y}$: deze NK stellende in de lyn CL, van L na C toe, als hier LT, en dit overal doende, C nemende overal in de Kromme NCP, men heeft de figuur NTRON, welke tweemaal grooter is als het Peesdeel NCPN, volgens het geene in de 6ᵉ. Propositio is aangewezen.

Om dat NL ∞x is, zo zou men de hoegrootheit van deze NTRON konnen bepalen, indien in LT, die $\infty \frac{rx}{y}$ is, geen onbepaalde y in de Noemer was; en wil men $\frac{rx}{\sqrt{.\, 2rx \mp \frac{r}{q}xx}}$, die hier aan gelyk is, daar toe gebruyken, men heeft het zelfde, en daar en boven nog dat de Noemer een Surdische is van twee termen: wy konnen ons dan hier van niet bedienen.

Laat ons aanmerken RW evenwydig te wezen aan NO. Kon men de Inhoud van NTRWN vinden, zo had men ook zyn Complement NTRON, en by gevolg het

Pees-

NO is, zo is 't, alle KT tot alle K
als NTRWN tot OW. Stelt men
is $v \infty \frac{rx}{y} \infty \frac{rx}{\sqrt{.\,2rx \mp \frac{r}{q}xx}}$, of $vv \infty \frac{r}{2rx}$

hier door vind men $x \infty \frac{2qvv}{qr \pm vv}$: men
lynen KT, of alle $\frac{2qvv}{qr \pm vv}$, zyn tot al
deze $\frac{2qvv}{qr \pm vv}$ is in de Noemer zo wel d
de Teller, en daarom al weer niet di
konnen te boven komen, indien me
met de Quadratura door een aflopend
bepalen, deelende de Teller door de
oneyndig, om datter altyd een quant
blyft, die altyd kleender werd.

$2qvv$ door $qr \pm vv$ deelende
men vind $\frac{2vv}{r} \mp \frac{2v^4}{qrr} + \frac{2v^6}{qqr^3} \mp \frac{2v^8}{q^3r^4}$, en

Altyd een + en een — overhandts
Ellipsis, maar altyd een + in de Hyp
nemende met vv, en de Noemers m
om dat v van nul begint, met een zel
neemt, en eyndelyk niet groter werd als
stellende in $vv \infty \frac{qrx}{2q \mp x}$ een a in plaats
LT op zyn grootste werdende, dat is
L in O valt, of dat dan $x \infty a$ word;
van de Breuken, gelyk $\frac{a}{2q \mp a}$, dat 1
heit is. Een breuk met minder als de e
werd altyd kleender.

Zo zyn dan alle KT tot alle KX,
of alle $\frac{2vv}{r} \mp \frac{2v^4}{qrr} + \frac{2v^6}{qqr^3} \mp \frac{2v^8}{q^3r^4}$ enz. tot al

met $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{9}$ *gem. en* $\frac{q}{2q}$
gestel

komt $\frac{2qa}{3c} \mp \frac{2qaa}{5cc} + \frac{2qa^3}{7c^3} \mp \frac{2qa^4}{9c^4}$ enz. tot
tot de Raam OW.

de twee eerste beyde met $\frac{d}{b} \sqrt{\frac{qra}{c}}$, de Per

komt $\frac{2qa}{3c} \mp \frac{2qaa}{5ca} + \frac{2qa^3}{7c^3} \mp \frac{2qa^4}{9c^4}$ enz. met

als NTRWN tot de Raam OW.
maar het tweede is gelyk het vierde, daarom ook het eerste gelyk het derde, dat is

$$\frac{2qa}{3c} \mp \frac{2qaa}{5cc} + \frac{2qa^3}{7c^3} \mp \frac{2qa^4}{9c^4} \text{ enz. met } \frac{d}{b}\sqrt{\frac{qra}{c}} \infty \text{ NTRWN}$$

dit afgetogen van $\frac{ad}{b}\sqrt{\frac{qra}{c}} \infty$ OW, rest

$$\frac{a}{1} - \frac{2qa}{3c} \pm \frac{2qaa}{5cc} - \frac{2qa^3}{7c^3} \pm \frac{2qa^4}{9c^4} \text{ enz. met } \frac{d}{b}\sqrt{\frac{qra}{c}} \infty \text{ NTRON.}$$

zyn helft is

$$\frac{a}{2} - \frac{qa}{3c} \pm \frac{qaa}{5cc} - \frac{qa^3}{7c^3} \pm \frac{qa^4}{9c^4} \text{ enz. met } \frac{d}{b}\sqrt{\frac{qra}{c}} \infty \text{ NCPN.}$$

hier by $\frac{1}{2}ad \infty de \triangle$ NPON, komt

$$\frac{ad}{2} + \overline{\frac{a}{2} - \frac{qa}{3c} \pm \frac{qaa}{5cc} - \frac{qa^3}{7c^3} \pm \frac{qa^4}{9c^4}} \text{ enz. met } \frac{d}{b}\sqrt{\frac{qra}{c}} \infty \text{ NCPON.}$$

wy hebben dan, het ingeschrevene NCPON tot het omgeschrevene OH, als

$$\frac{ad}{2} + \overline{\frac{a}{2} - \frac{qa}{3c} \pm \frac{qaa}{5cc} - \frac{qa^3}{7c^3} \pm \frac{qa^4}{9c^4}} \text{ enz. met } \frac{d}{b}\sqrt{\frac{qra}{c}} \text{ tot } ad;$$

of, alles door *ad* gedeelt, als

$$\frac{1}{2} + \overline{\frac{1}{2} - \frac{q}{3c} \pm \frac{qa}{5cc} - \frac{qaa}{7c^3} \pm \frac{qa^3}{9c^4}} \text{ enz. met } \sqrt{\frac{qra}{bbc}} \text{ tot } 1.$$

Maar uyt $2rx \mp \frac{r}{q}xx - yy \infty 0$, stellende a in plaats van x, en b in plaats van y, blykt dat bb is $\infty 2ra \mp \frac{r}{q}aa$, of $\infty \frac{rac}{q}$: dit in plaats van bb gestelt in $\sqrt{\frac{qra}{bbc}}$, men heeft $\sqrt{\frac{qqra}{racc}}$, of $\frac{q}{c}$: daarom $\frac{1}{2} - \frac{q}{3c} \pm \frac{qa}{5cc} - \frac{qaa}{7c^3} \pm \frac{qa^3}{9c^4}$ enz. met $\frac{q}{c}$ gemultipliceert, men heeft voor de proportie van het ingeschrevene tot het omgeschrevene,

Als $\frac{1}{2} + \frac{q}{2c} - \frac{qq}{3cc} \pm \frac{qqa}{5c^3} - \frac{qqaa}{7c^4} \pm \frac{qqa^3}{9c^5}$ enz. tot 1.
zynde het geene de Vertoogen zeggen ten opzigte van een stuk.

Men ziet, dewyl d verdweenen is, die de hoek NOP bepaalt, dat deze uytrekening zo wel past op de gestelde Kromme als NOP scheef is of recht. Men kan dan de uytrekening op de Ellipsis mede toepassen aan het Rond, aanmerkende r, die weg gegaan is, zo lang als q.

Om de aangetekende overeenkoming te vinden tusschen een heel Rond en zyn omgeschreve Vierkant, of tusschen een heele Ellipsis en zyn omgeschreve Raam, zo staat aan te merken, zal NCPON het vierde van een Rond, of van een Ellipsis wezen, dat dan O moet vallen in het Middelpunt,

of

dan in het laatst gevondene waarnemen
mer tegens een a, en ook tegens een q
men zal hebben voor de Proportie va
de, of van het heele tot het heele, als
tot 1, gelyk wy in 't begin gezegt

Stelt men in de Hyperbole $a \infty$
zo kan men zyne Series mede in g
nemende; om dat $c \infty 2q + a$ is, zo
heeft $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$, of $\frac{2}{3} - \frac{1}{27} - \frac{1}{135} - \frac{1}{567} - \frac{}{2}$
$a \infty 2q$, men heeft een andere Series

De getallen $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{}$
de de overeenkoming van het Rond
Vierkant, is de zelfde die de Hr. G.
heeft uytgevonden, als te zien is in
Lypzig, van den Jare 1682; welker
gedragen werd van de Hr. *Ozanam*,
tique, op genoegsaam de zelve wyze
aangewezen, onze leyding alleenlyk
lende.

Wil men liever alle de Tekens +
tweede breuk van de eerste, de vierd
voort: of men stelle een ontelbare m
kers Tellers alle 2 zyn, en welkers
is 3, en van de andere in 't oneyndig
1 maal 32, 2 maal 32, 3 maal 32, en
hebben voor de Inhoud van een Ron
schreve Vierkant doet 1,

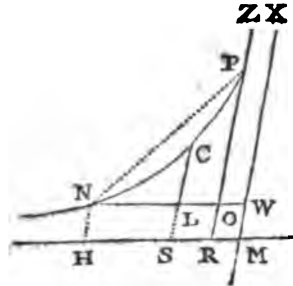
$$\frac{2}{3} + \frac{2}{35} + \frac{2}{99} + \frac{2}{195} + \frac{2}{323} + \frac{2}{483} + \frac{2}{675}$$

En wil men alle de Termen behalv
men trekke de derde van de tweede, d
en zo voort, men heeft,

$$1 - \frac{2}{15} - \frac{2}{63} - \frac{2}{143} - \frac{2}{255} - \frac{2}{399}$$

de Tellers mede alle 2 zynde, en de
de met 3 maal 16, met 5 maal 16, met 7
de getallen 3, 5, 7 met 2 toenemend

Een gevolg. Om dat de Inhoud van
door de $\frac{1}{4}$ van de Middellyn, geeft z
$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11}$ enz. gedeelt d
de Middellyn, komt $\frac{4}{1} - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{7} +$
lengte van de Kring wiens Middellyn



NO $\infty\, a$
OR $\infty\, b$
NW $\infty\, c$
NL $\infty\, x$
LC $\infty\, y$

Indien de Kromme NCPZ een gemeene Hyperbole is, MH en MX zyn Asymptoti: en zo dan uyt twee punten van deze Kromme als uyt N en P, twee lynen NW en PR getogen werden evenwydig aan de Asymptoti, elkander snydende in O: zo zal de Driehoek NCPON wezen tot de Raam van NO en OR, als $\frac{a}{2c}+\frac{aa}{3cc}+\frac{a^3}{4c^3}+\frac{a^4}{5c^4}$, en zo in 't oneyndig, tot 1. en de heele ruymte ZPCNWX, oneyndig uytgestrekt na Z en X, zal tot de Raam van NW en WM wezen, als $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$, en zo in 't oneyndig, tot 1.

't Bewys. Laat CLS, en ook NH evenwydig wezen aan POR, of aan MX.

Uyt de natuur van de Hyperbole is het vermenigvuldigde van CS met SM, dat is van $y+b$ met $c-x$, gelyk aan het gemultipliceerde van NH met HM, dat is van b met c: dies is $cy+bc-xy-bx \infty bc$, of $y \infty \frac{bx}{c-x}$.

Dewyl de Driehoek NCPON is tot de Raam NR, als alle de lynen CL tot alle de lynen LS, dat is als alle y, of (delende de Teller door de Noemer, om dat in beyde de onbepaalde x is)

als alle $\frac{bx}{c}+\frac{bxx}{cc}+\frac{bx^3}{c^3}+\frac{bx^4}{c^4}$, en zo in 't oneyndig, tot alle b.
met $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ *gemultipliceert en a gestelt voor x,*
b ————————

k^t. als $\frac{a}{2c}+\frac{aa}{3cc}+\frac{a^3}{4c^3}+\frac{a^4}{5c^4}$ enz. tot 1.

men, waar van de Tellers toenemen
e: de getallen by de Noemers gevoegt
men op met 1. en alzo blykt het geze

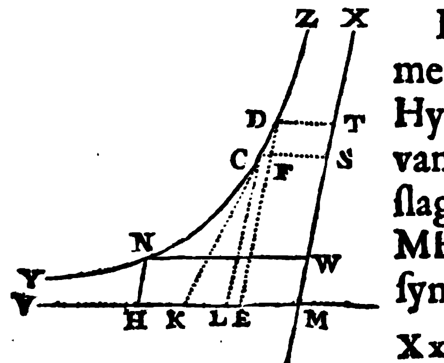
Het onbepaalde bekent men uyt l
naderende, zo gaat C gedurig ve
ſtellende te komen, zo is C oneync
Driehoek NCLN zal dan wezen Z
bepaalt na Z en X: nu, om dat *x*
Raam NS dan word gelyk de Raam
in M komt, zo hebben wy voor
ZPCNWX, onbepaalt na Z en X,
en WM, als $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$, en zo
ſtellende *c* in plaats van *x*, daar w
geſtelt hebben.

Nota. Uyt het gevondene zal blyk
zal konnen bepalen de overeenko
NCPN zal hebben tegens zyn
NPON: PO en NO gelykwydig a

Want, OP ∞ *d* ſtellende.

NCPON is tot de ▱ NR, als $\frac{a}{ac}$ +
de ▱ NR is tot de △ NPON, als —
de Raam NR in beyde de proportie
derſtaande met elkander gemultiplice
NCPON tot de △ NPON, als $\frac{ba}{ac}$ +
de eerſte afgetogen van de tweede, e
de, zo blykt dat het Peesdeel
NCPN is tot de △ NPON, als $\frac{1}{2}d-\frac{ba}{ac}$

XV VERTO



I
me
Hy
van
ſlag
Mi
ſyn
Xx

punt N genomen werd na believen, en daar uyt getrokken word NH evenwydig aan MX, en NW zodanig aan MH: zo zal de Raam HW zyn tot de ruymte ZCNWX, oneyndig uytgeſtrekt na Z of X, als $t - s$ tot s. t de Dimenſie zynde van de lynen CL evenwydig aan NH, en s die van de lynen CS evenwydig aan NW.

ML, of CS ∞ x
LC ∞ y
CF ∞ f
FD ∞ g

't Bewys. Neemt, behalven C, nog een punt D in de Kromme, oneyndig digt aan C; en laat daar uyt getogen wezen DE en DT gelykwydig aan CL en CS. De verlengde Pees van DC, als CK raakt de Kromme in C en ook in D na 't 18 Voorſtel.

hebbende $x^t y^s$ ∞ r^{t+s}

een Æquatie paſſende op alle Hyperbolen, zo vind men KL ∞ $\frac{tx}{s}$.

en KL $\frac{tx}{s}$ / LC y // CF f / FD g zyn evenredig;

en daarom is txg ∞ yfs, of yf / xg // t / s zyn gelykredig, dat is, de Raam FL tot de Raam FT, of (3 Prop.) de Vierhoek CDELC tot de Vierhoek CDTSC als t tot s: maar daar gaan zo veel Vierhoekjens CDELC in de figuur ZCNHMX als'er Vierhoekjens CDTSC gaan in de figuur ZCNWX; daarom, alle yf, of Vierhoekjens CDELC, tot alle xg, of Vierhoekjens CDTSC; of de figuur ZCNHMX tot de figuur ZCNWX, als t tot s: afgetogen de tweede van de eerſte, en de vierde van de derde, komt de Raam HW, tot de figuur ZCNWX, als $t - s$ tot s, 't geen te bewyzen was.

Heeft men xyy ∞ r^3, zo is s ∞ 1 en t ∞ 2; en dan is HW tot

ZCNWX, oneyndig uyt gestrekt n
∞ r^5, zo is de Raam HW half zo groo
onbepaalt na Z: maar heeft men xxy ∞
wezen als YNHV, oneyndig uytges
x^3yy ∞ r^5, zo is de Raam half zo groo

XVI Vert

Een Cissoïde is tot het ha hy gemaakt werd als 3 tot 1.

NQ ∞ $2q$
NL ∞ x
LC ∞ y
Lc ∞ z
CF ∞ f

Indien de Cissoïde beschr NcQN, en da op QN, zo zal eindig uytgestr tot het halfrond

't Bewys. La de Kromme C aan elkander, g d rechthoekig d daar aan evenw weerzyden ver CK en Ck de K

Uyt de natu ∞ yz, en uyt is zz ∞ $2qx$ — — x^3 + $2qyy$ - KL ∞ $\frac{2q-x,x}{3q-x}$

dan, KL$\frac{2q-x,x}{3q-x}$ / LCy / CS $2q$ —
vermenigvuldigt xx ∞ yz
met zz ∞ $2q$ — x, x

komt $xxzz$ ∞ $2q$ — x,
xz

of xz ∞ $2q$ — x,
of x ∞ $\frac{2qy}{z+y}$, di
plaats van x, en gereduceert, men
Maar CF / FD // CS / Sk zyn ev

de ▭ CF, Sk ∞ de ▭ FD, CS: maar alle de laatste maken uyt de Inhoud van de Cissoïde; daarom ook alle de ▭en. CF, Sk; of alle $\frac{1}{2}zf + \frac{1}{2}yf$ zyn gelyk de Cissoïde; of alle $3zf + yf$ gelyk 2 maal de Cissoïde: nu, alle zf zyn zo groot als het halfrond, en alle yf zo groot als de Cissoïde: zo is dan 3 maal het halfrond, + 1 maal de Cissoïde, gelyk 2 maal de Cissoïde: of, 3 maal het halfrond gelyk 1 maal de Cissoïde. 't geen enz. Dit is de Methode gebruykt by de H^r, *Nieuwentyt*.

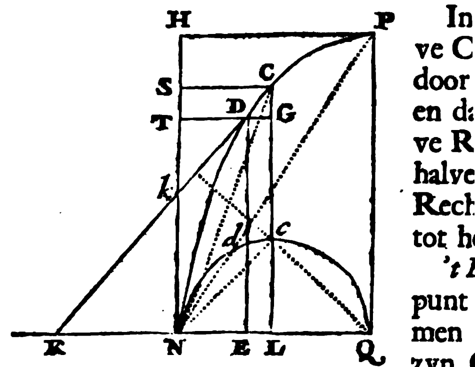
Anders. Hebbende gehaalt CL*c* rechthoekig door NQ, en hier aan evenwydig NT, ontmoetende de verlengde Q*c* in T; zo is TN zo lang als C*c*, om dat de hoek CN*c* zo wel recht is (gelyk blykt uyt $xx \infty yz$) als de hoek N*c*Q, of als de hoek N*c*T; en daarom is NC evenwydig aan *c*T; of NT is gelyk C*c*.

Haalt men *c*V rechthoekig op *c*M, of die het halfrond in *c* raakt (M het Middelpunt zynde) zo is NV gelyk VT: want, de Driehoeken VM*c* en VMN zyn dan in alles gelyk, en daarom is VM*c* gelyk VMN, of MV gaat rechthoekig door N*c*, even gelyk Q*c* doet, of MV is evenwydig aan QT, en daarom is V het midden van NT, om dat M het midden van NQ is.

Nu: alle lynen NV, begrepen tusschen N en L, zyn 2 maal zo groot als het Peesdeel N*nc*N na de 6 Propositio, en daarom ook zo veel malen de lynen NT, of de lynen C*c* gelyk 4 maal dit Peesdeel: maar ook zo veel lynen C*c* maken uyt de figuur N*nc*C*o*N; zo is dan 4 maal het Peesdeel N*nc*N gelyk 1 maal het zelfde Peesdeel + de △N*c*LN + het stuk van de Cissoïde N*o*CLN; of 3 maal het Peesdeel N*nc*N is gelyk de △N*c*LN + het stuk van de Cissoïde N*o*CLN.

Laat men L of *c* in Q komen, zo word het Peesdeel N*nc*N gelyk het halfrond N*c*QN, de △N*c*LN gelyk nul, en het stuk N*o*CLN gelyk de heele Cissoïde: zo is dan 3 maal het halfrond zo groot als de heele Cissoïde, 't geen enz.

Een Cycloïde is tot z
Rechthoek als 3 tot 4, en t
door hy beschreven werd als



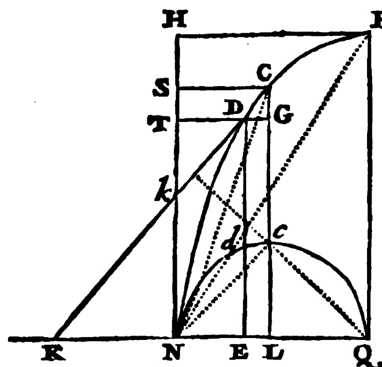
de Kromme N c Q, of
de rechte QP ∞ b
NQ ∞ $2q$

In
ve C
door
en d
ve R
halve
Rech
tot h
't l
punt
men
zyn (
NQ,
en la
nog e

werden oneyndig digt aan C, en daa
DE en DT gelykwydig aan CL en CS
voor een rechte, zo raakt die de Kron

Volgens het geene in de Vinding va
hier voren Pagina 35. is aangewezen,
rechthoekig door de verlengde Qc,
aan cN: dies zyn NL / Lc // DG /
▭ NL, GC is gelyk de ▭ Lc, DG
of de Vierhoek SCDT zo groot als
(3 *Prop.*) en om datter zo veel van d
guur NDCSN als 'er van de tweede gaar
zo is het stuk NDCSN niet alleen zo g
halfrond N dc LN, maar ook de heele
het heele halfrond; C onderstellende
door L komt in Q.

Vorders. De ▭ QH is ∞ $2qb$, en h
zo is dan de ▭ QH 4 maal groter als
Complement van de Cycloïde NCPH
4 tegens het Complement 1, of tegens

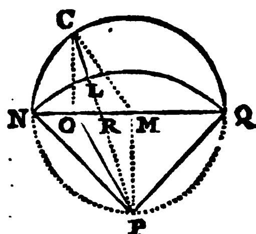


gens het halfrond 1. 't geen te bewyzen was.

Anders. Dewyl N*k* zo lang is als C*c*, zo volgt uyt de 6 Propositio niet alleen dat het stuk tusschen de twee Kromme N*dc*CDN twee maal groter is als het Peesdeel NDCN, maar ook dat de heele ruymte tusschen de twee Kromme N*c*QPCDN twee maal zo groot is als het heele Peesdeel NCPN. Voorts. Stelt men het Complement NDCSN ∞ *a*, het Peesdeel NDCN ∞ *b*, zo is de ▭LS ∞ 2*a* + 2*b*, hier van 2*b*, het stuk tusschen de twee Kromme C*dc*CDN, rest 2*a* voor het Complement + het stuk N*dc*LN; hier van *a* het Complement, blyft *a* voor dit stuk: zo is dan het stuk van het heele Complement NDCSN zo groot als het stuk van het halfrond N*dc*LN, waar uyt volgt dat het heele Complement is als het heele halfrond. QH is gelyk 4 maal het halfrond, als boven is aangewezen, daarom de Cycloïde gelyk 3 maal.

Het blykt dat de spatie tusschen de twee Kromme zo groot is als het heele Rond.

XVIII VERTOOG.



Indien NCQLN de Maan is van *Hippocrates* (of zo NQ de Middellyn is van het Rond NCQPN, NP gelyk QP, en P het Centrum van de Boog NLQ) en gehaalt werd PLC na believen, CO rechthoekig op NQ, en ook OP: zo zal het stuk van de Maan NCLN zo groot wezen als de Driehoek NPON, en de heele Maan NCQLN zo groot als de Driehoek NQPN.

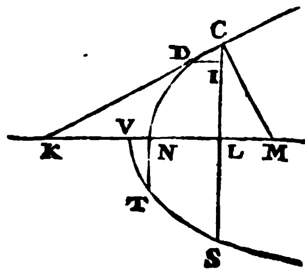
't Bewys.

NCQPN: haalt CM en ook PM.
QP, zo ſtaat PM rechthoekig op
dig aan CO, en daarom is CPMC ge
is gelyk OPRO. Voorts. Dewyl
twee maal grooter als het Vierkant
waar van NP de Straal is ook twee
waar van NM de halve Middellyn
drant NLQPN zo groot als het hal
de afgenomen het gemeene NLQN
zo groot is als de gezeyde Driehoek
te bewyzen was.) en om dat de hoek
is als de hoek NPL, zo is NMC
van het Rond daar af NM de St
is van het Rond waar van NP de
volgt, om reden als voren, dat N
NPLN; van de eerſte afgetrokke
tweede ORPO, die gelyk zyn, blyf
+ △ OPNO; van elk nog afgenomen
zo groot als de Driehoek NOPN,
zen was.

Komt C in Q, zo vallen L en C
by gevolg is de heele Maan zo groot
dat boven alrede is aangewezen.

XIX Vert

Een Rond te vinden da Superficie van een gemeene gel, rechthoekig door de



Laat de
meene Pa
is NM,
mende in
punt D,
is de verle
lyn van b
(18 V.)
aan KL,

Y y

KC, zo zyn de Driehoeken KLC DIC CLM gelykhoekig, en daarom is KL tot KC, of CL tot CM, als DI tot DC

$y \;/\; z \;//\; f \;/\; b$

en daarom $zf \infty yb$

Laat van een Rond de Straal tot de Omtrek wezen als q tot d, zo is de Omtrek van het Rond waar van CL de Straal is $\infty \frac{dy}{q}$; vermenigvuldigt met DC ∞b, komt $\frac{dyb}{q}$, gelyk aan de Superficie drayende DC om NL, daarom alle $\frac{dyb}{q}$ gelyk aan de Superficie drayende NDC om NL, of gelyk de geheele vlakte van de Conoïde Parabole, zynde gelyk alle $\frac{dzf}{q}$, of gelyk alle $\frac{df}{q} \sqrt{\cdot \frac{1}{4}rr + rx}$, om dat CM $\infty \sqrt{\cdot \frac{1}{4}rr + rx}$ is.

de R. zyde ∞r
NL ∞x
LC ∞y
CM ∞z
DI ∞f
DC ∞b

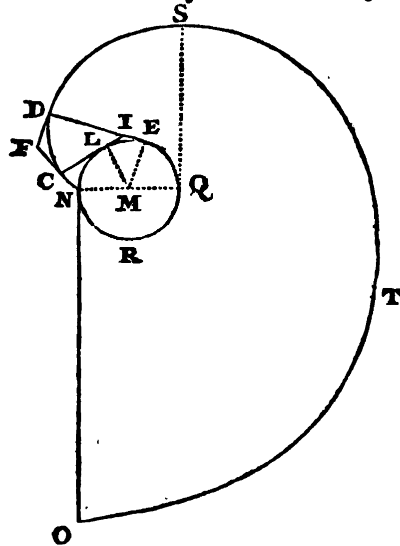
Deze CM gestelt in de verlengde CL aan L, en zulx overal doende, nemende C overal in de Kromme NC, en halende dan t'elkens CM in de verlengde Applicata: zo zal de Kromlinische Vlakte NLSTN zo groot wezen als alle $f\sqrt{\cdot \frac{1}{4}rr + rx}$, en de Kromme ST zal wezen een gemeene Parabole, wiens Rechtezyde mede is ∞r, en wiens Intercepta VL is $\infty \frac{1}{4}r + x$, zulx dat VN is $\infty \frac{1}{4}r$, of N is zyn Brantpunt.

Dewyl dan de Kromme TS een Parabole is, en by gevolg dat'er een rechtlinisch Vlak kan gevonden werden zo groot als het Kromlinisch NLSTN, zo laat ons dit, als gevonden, ab noemen, zo is $\frac{dab}{q}$ zo groot als de superficie van de Conoïde Parabole: zo wy nu de straal van het Rond, dat zo groot zal wezen als deze Superficie, stellen ∞z, zo is $\frac{dzz}{2q} \infty \frac{dab}{q}$, of $z \infty \sqrt{2ab}$: waar uyt blykt hoe men het begeerde meetkunstig zal konnen vinden.

XX VERTOOG.

2. Een Spirale die beschreven werd door de Ontwinding van een Rond, is tot dit Rond, als een derde deel van 't Vierkant van de Omtrek

2. en de Omtrek van de Sp
trek van het Rond, als de
Rond tot zyn Middellyn.



I
(
S
v
e
v
r
N
ſp
C
er
ov
m
al
V
to
St
de
w
he
de

de Straal NM ∞ q
de Omt. NLQRN ∞ p
de Boog NL ∞ x
de Boog LE ∞ f

Middellyn NQ.

't Bewys. Laat L genomen werde Rond na believen, en E oneyndig di ontwondene wezen van de boog N boog NLE: zo raken CL en DE het ſtaan beyde rechthoekig op de Spirale v tweede Hooftſtuk van het volgende daarom, trekkende CF rechthoekig o op DE, zo raken deze de Spirale.

Hebbende CL verlengt tot aan DI hoeken ILMEI en FCIDF gelykforn zyn gelyk twee rechte hoeken, zo veel om dat de hoeken in L en in E beyde

om dat de hoeken in C en in D mede recht zyn, daarom is CFD gelyk LIE.

Om dat de boog LE is onbepaalt kleen, daarom ook de boog CD (12 V.) om dat ze tot elkander zyn als bepaalt tot bepaalt, als LM tot CI: de Driehoekjens LIEL CFDC zyn dan onbepaalt kleen met onbepaalt kleen gemultipliceert, en dewyl de Vierhoeken ILMEI FCIDF zyn onbepaalt kleen met grootheit bepaalt gemultipliceert, zo zyn de gezeyde Driehoekjens niets in vergelyking van deze Vierhoeken (14 V.) dies is de Driehoek LMEL zo groot als de Vierhoek ILMEI, en de Driehoek CIDC als de Vierhoek FCIDF, ja als de Vierhoek FCIDF + △ ILEI.

Halende IM, zo zullen de △en IML IME twee zyden gelyk hebben, en een rechtehoek over de gemeene IM; dies is LI gelyk IE, en om dat ze te zamen zo lang zyn als de boog LE (17 V.) daarom is LI of IE yder ∞ $\frac{1}{2}f$, dies CI ∞ $x + \frac{1}{2}f$.

Dewyl 'er zo veel Driehoekjens CIDC (of △jens CIDC + △jens LEIL) gaan in het stuk NLEDCN als 'er Driehoekjens LMEL gaan in de Sector NMELN: en om dat CIDC gelykformig is aan LMEL, gelyk boven is aangewezen, daarom is NLEDCN tot NMELN, als alle Driehoekjens CIDC tot alle Driehoekjens LMEL, of als alle Vierkanten CI tot alle Vierkanten LM, dat is

als alle $xx + fx + \frac{1}{4}ff$ tot alle qq,

of, als alle xx tot alle qq, om dat fx niets is in vergelyking van xx, veel meer $\frac{1}{4}ff$.

met $\frac{1}{3}$ verm. om dat x kan aangemerkt werden op te klimmen met een zelfde oneyndig kleen, en ap gestelt

komt, als $\frac{1}{3}aapp$ tot qq

in

groter als 1, op dat het mede zoud
Quadratura van een ſtuk.

Is dan a ∞ 1, zo is de Inhoud var
RQLN tot het Rond NLQRN, a
het derde van 't Vierkant van de O
Vierkant van zyn Straal; het eerſte c

Om de lengte van de Spirale te be
ſidereren, dat CF + FD is tot LI +
tot de boog LE, als CI tot LM: er
jens CD gaan in het ſtuk van de Spi
jens LE gaan in het ſtuk van de Krin
CI tot alle LM, of

alle $x + \frac{1}{2}f$ tot alle q, als enz.
of, alle x tot alle q, de $\frac{1}{2}f$ verwer
opzigte van
met $\frac{1}{2}$ verm. en ap geſtelt in plaa
boven

komt, als $\frac{1}{2}ap$ tot q, als de Spirale
a ∞ 1, zo is $\frac{1}{2}p$ tot q, of p tot $2q$,
Kring, als p tot $2q$, dat is als de Krin
tweede dat te bewyzen was.

Stelt men de Middellyn van een F
wezen als 14 tot 44, (of als 7 tot
van de heele Spirale tot het heele R
als $645\frac{1}{7}$ tot 49, of als $13\frac{25}{147}$ tot 1:
en de Omtrek van de Spirale beſloten
Rond, als $14\frac{25}{147}$ tot 1. De lengt
NCSTO, is dan tot de lengte van de
als 22 tot 7, of als $3\frac{1}{7}$ tot 1.

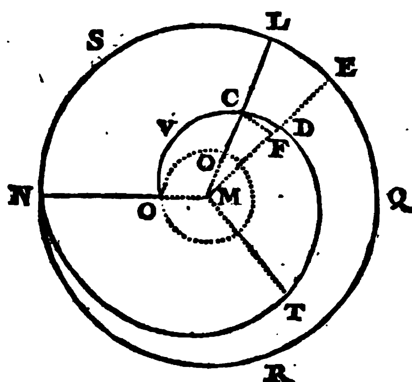
Is NL gelyk het vierde deel van
zo is NLCN tot NLMN als $40\frac{1}{3}$ to
als $5\frac{1}{2}$ tot 7. Is NLQ de halve Kring, of
tot NLQN als $161\frac{1}{3}$ tot 49; en NC

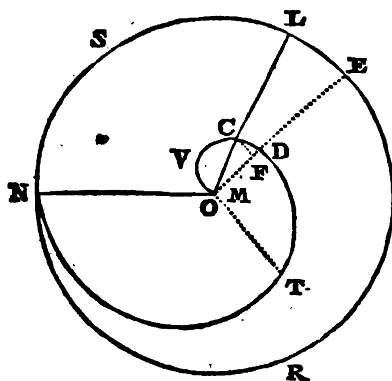
XXI VERTO

Vindende de overeenkom
en zyn omgeſchreve Rond
ſtuk tot een ſtuk.

Yy 3

Definitie. *Indien in de Straal van een Rond een punt bewogen werd, van het Centrum tot aan de Omtrek, of van de Omtrek na het Centrum, terwyl deze Straal een keer doet om het Middelpunt: zo zal dit punt een Kromme beschryven die men Spirale, of Slangtrek noemt.*





C dit punt in de Straal ML zynde, in O wezende als L in N is, en hen bewegende van O na L, terwyl dat ML gedrayt werd om M van N door L, en zodanig dat C in in L komt wanneer L weer in N is. Of, C in L wezende als L in N is, en C in de Straal bewegende na O toe, ondertusschen dat ML gedrayt werd van N na R, en zodanig, C in O komende dat dan L wederom in N is: zo zal C de Slangtrek OVCTN beschryven.

Gehaalt hebbende ON, zo bepaalt de Spirale met deze een beslote Vlak OVCTNO, welkers overeenkoming met NSQRN, zyn omgeschreve Rond, wy hebben te vinden.

De beweging van het punt C, en de draying van de Straal ML, konnen zyn, of onderling *gelyk*, en dan is de Krullyn een van de gemeene soort, of *ongelyk* na veelderley bepalinge: en, om een uytzondering te maken, zo laat ons met *Slusius* stellende dat altyd is

de Kring NLRN ∞ p
NO ∞ q
MO ∞ v
de Boog NSL, of NRL ∞ x
OC, of LC ∞ y

y^t tot

y^{t} tot q^{t}, als x^{s} tot p^{s}: of

Aanmerkt, in de Omtrek van het l
eyndig digt aan L, en haalt EM,
in D, waar door CD mede is onb
hebbende uyt M door C een boog C
groot als MCDM na de 3e. Proposit
Driehoekjens MCDM gaan in het
MOVCM, als 'er Driehoekjens LM
van het Rond MNLM, beyde door
gesneden: of, om datter zo veel van
vlakte van de Spirale OVCTNO, al
in het heele omgeschreve Rond NLRl
of CMFC tot LMEL is, als het Vi
Vierkant van ML, dewylze gelykfo
besluyten dat een *Stuk* van de Spirale
gelykdelig *Stuk* van het Rond MNS
tot het *heele* Rond,

(1. *Word* C *bewogen van* O *na* L, *a*
S *en* L.

zo is NSL $\infty\, x$, en

op dat y groter word als x in le

$$\overline{v+y \infty \text{MC}}\,\surd$$

als alle $vv+2vy+yy$ tot zo veelmale

of, als alle $vv+\frac{2vqx^{\frac{s}{t}}}{p^{\frac{s}{t}}}+\frac{qqx^{\frac{2s}{t}}}{p^{\frac{2s}{t}}}$ tot all

verm. met $\frac{t}{t+s}$ $\frac{t}{t+2s}$, en *ap*

by

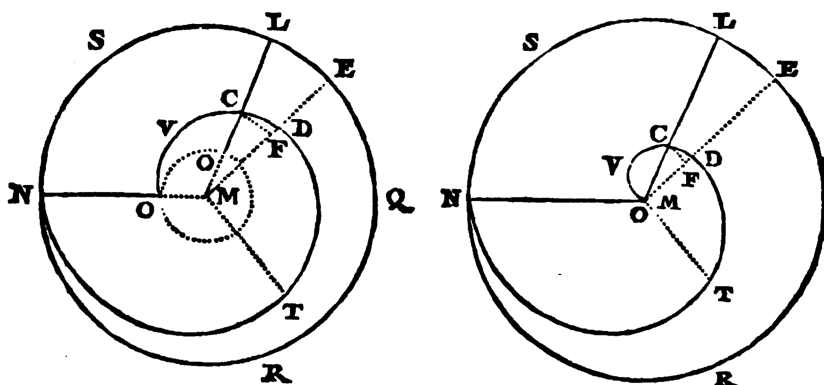
min

dat

dien

van

komt, als $vv+\frac{2t}{t+s}vqa^{\frac{s}{t}}+\frac{t}{t+2s}qqa$
stellende $bq \infty v$, op dat het zoude l
getallige overeenkoming tusschen q en
qq, komt



als $bb + \frac{2t}{t+s} ba^{\frac{t}{s}} + \frac{t}{t+2s} a^{\frac{2t}{s}}$ tot $bb + 2b + 1$.

passende op alle gevallen: op een stuk tot een stuk, nemende a gelyk een breuk minder als 1, en op een heel a ∞ 1 nemende; in welk geval a met zyn bygevoegde Dimensien daar van afgenomen kan werden, om dat als dan yder van deze ∞ 1 is: zulx dat men heeft

als $bb + \frac{2t}{t+s} b + \frac{t}{t+2s}$ tot $bb + 2b + 1$, op de heele Spirale, O buyten M.

b ∞ $\frac{1}{2}$ nemende, zo is $\frac{1}{2} q$ ∞ v, of OM half zo groot als ON: b ∞ 1 wezende, zo is OM ∞ ON; en b ∞ 2 zynde, zo is OM 2 maal zo lang als ON: maar b ∞ o nemende, zo is o q, of o ∞ v; of O is in M; en dan verdwynen alle de Termen met b gemultipliceert:

men heeft dan, als $\frac{t}{t+2s} a^{\frac{2t}{s}}$ tot 1: op een stuk, O in M.

en, als $\frac{t}{t+2s}$ tot 1: op een heel, O in M.

dit laatste wyst aan de proportie die *Slusius* vind.

Is dan t ∞ 2 en s ∞ 3 (of is het Vierkant van OC tot het Vierkant van OL, als de Cubicq van de Boog NL tot de Cubicq van de Kring NLRN, nemende L over al waar men wil) zo is de Inhoud van de heele Spirale (O in M zynde) tot de Inhoud van zyn ongeschreve Rond, als $\frac{2}{8}$, of $\frac{1}{4}$ tot 1, of als 1 tot 4.

t ∞ 3 en s ∞ 2 zynde, of is y^3 tot q^3 als xx tot pp, zo is

maar is t ꝏ s, of is de Kromme OV
lyn, de beweging van C en van
voortgaande; zo is de Spirale tot z
1 tot 3, gelyk ook *Wallisius* vind i
nitorum Prop. XXIV, zynde ook d
van de Spirale.

Maar is O buyten M. t ꝏ 2 en s
nemende, of OM gelyk ON; zo i
omgeschreve Rond als $1 + \frac{4}{7} + \frac{1}{4}$ t
Is b ꝏ 2, of OM ꝏ 2 maal ON, z
maar is in deze a ꝏ $\frac{1}{3}$, zo is het stuk
tot het stuk des Ronds MNSLM
kring zynde) als $4 + \frac{2}{7}\sqrt{\frac{1}{27}} + \frac{1}{108}$ to

Is de Spirale een gemeene, of is
ꝏ 2, ꝏ 3; of OM ꝏ 1 maal ON,
ON; zo is de heele Spirale tot het h
als 7 tot 12; als 19 tot 27; en als
adderende 12, 18, 24 enz, en by
en zo voort, beyde op klimmende
't oneyndig.

Maar is dan NSL ꝏ $\frac{1}{3}$ van de hee
en is dan b ꝏ 0, ꝏ 1, ꝏ 2, ꝏ 3
MNLM als 1 tot 27, als 37 tot 1
als 271 tot 432.

2. *Word* C *bewogen van* L *na* O,
N *na* R *en* L,

Zo is NRL ꝏ x, en LC ꝏ y, o

En dan is een stuk van de Spirale,
van zyn Omgeschreve Rond; of de
heele Omgeschreve Rond

$$v + q - y \text{ ꝏ MC}$$

als alle $vv + 2vq + qq - 2vy - 2qy +$

of, als alle $vv + 2vq + qq - \frac{2vqx^{\frac{s}{t}}}{p^{\frac{s}{t}}} - \frac{2qqx^{\frac{s}{t}}}{p^{\frac{s}{t}}} +$

verm. met $\frac{t}{t+s}$ $\frac{t}{t+s}$

k^t. als $vv + 2vq + qq - \frac{2t}{t+s} vqa^{\frac{s}{t}} -$
tot $vv + 2vq + qq$.

Zz

of, als $bb + 2b + 1 - \frac{2t}{t+s} ba^{\frac{s}{t}} - \frac{2t}{t+s} a^{\frac{s}{t}} + \frac{t}{t+2s} a^{\frac{2s}{t}}$
tot $bb + 2b + 1$.

Zynde een proportie op alle, een ftuk of een geheel, O buyten M zynde.

$a \infty 1$ ftellende, men heeft

Als $bb + 2b + 1 - \frac{2t}{t+s} b - \frac{2t}{t+s} + \frac{t}{t+2s}$ tot $bb + 2b + 1$.

Op een heel tot een heel, O buyten M zynde.

maar, als $1 - \frac{2t}{t+s} a^{\frac{s}{t}} + \frac{t}{t+2s} a^{\frac{2s}{t}}$ tot 1: op een ftuk, en O in M.

en $1 - \frac{2t}{t+s} + \frac{t}{t+2s}$ tot 1: op een heel, en O in M.

Dit laatfte wyft aan de proportie van *Slufius*, zynde als $2ss$ tot $tt + 3ts + 2ss$.

Is dan $t \infty 2$ en $s \infty 3$, en O in M; zo is de heele Spirale tot zyn Omgefchreve Rond als 9 tot 20 (die hier voren was als 1 tot 4, of als 5 tot 20) en het derde deel MNTM tot het derde deel MNRM, als $1 - \frac{4}{5}\sqrt{\frac{1}{27}} + \frac{1}{108}$ tot 1, ftellende de boog NR te wezen $\frac{1}{3}$ van de heele Kring: maar is dan $b \infty 1$, of OM ∞ ON, zo is de heele tot de heele als 53 tot 80.

Dog is de Spirale een gemeene, of is $t \infty s$; en is dan $b \infty 0$, of O in M; zo is de heele Spirale wederom tot het heele Omgefchreve Rond als 1 tot 3: maar is dan $b \infty 1$, $\infty 2$, $\infty 3$, of OM ∞ ON, ∞ 2ON, ∞ 3ON; zo is ook wederom haare proportie als 7 tot 12, als 19 tot 27, en als 37 tot 48. zo dat het een zelfde Spirale geeft, of de beweging begint van het Centrum na de Omtrek, of van de Omtrek na het Centrum, te weten als $y / q // x / p$ fimpelyk evenredig zyn.

III DEEL.

De Vinding van een Rechte lyn zo lang als een Kromme.

IN het voorgaande Deel hebben wy aangewezen hoe men een Rechtlinifche grootheit kan vinden zo groot als een Kromlinifche, dog zeer onvolmaakt: nu zullen wy tonen hoe men een Rechte lyn zal vinden zo lang als een Kromme, maar dit zal niet beter uytvallen: en gelyk wy aldaar weynig hebben voortgebragt dat alrêe van andere niet was uytgevonden, zo zullen wy in deze ook by na niets voort-

brengen

en dat nog op de zelfde manier, alle
schikt.

I. Hoofts

Volgens de manier van

De manier die Heuraat gebruy
platte figuur besloten van rechte lynen
Inhoud zo groot is als het gemultip
me, wiens lengte hy begeert te vinde
rechte lyn a: zo hy dan bevind da
van die natuur is dat men een Rech
groot als deze figuur, zo deelt hy
aangenomene lyn a, en alzo bekom
een Rechte lyn zo lang als de gege

Theorem

Indien N
Kromme lyn
tusschen NT
rechthoekig
deze natuur
een punt C n
halende CLS
door NO,
rakende in C
tot KC als e
LS: zo zal de
zo groot we
hoek van de
Kromme NC

LS ∞ z
DI ∞ f
DC ∞ b

't Bewys. Laat in de Kromme NCP
men werden oneyndig digt aan C, e
DI evenwydig aan NO: en, om dat
lyn CK,



daarom is KL tot KC, als DI f tot DC b;
na 't gegeve is KL tot KC, als a tot z:
dies zyn f / b // a / z evenredig, of $fz \infty ba$.

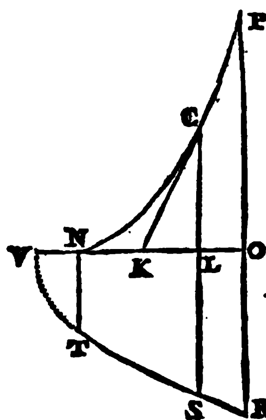
Dewyl'er zo veel lyntjens DI, of f gaan in rechte NO, als 'er peesjens CD, of boogjens CD (17 V.) of b gaan in de Kromme NCP; daarom zyn alle fz gelyk alle ba: maar alle fz maken uyt de figuur NORTN, en alle ba de Rechthoek van de Kromme NCP met a: zo is de figuur NORTN zo groot als de Rechthoek van de Kromme NCP met de gegeve lyn a, 't geen te bewyzen was.

Hier uyt volgt.

Is NCP *een Kromme wiens natuur door een gegeve Æquatie bepaald werd, zo zal konnen gevonden werden* KL *en* KC, *en daarom ook z; en alzo zal de Kromme* TSR *mede bepaalt wezen door een Æquatie. Indien dan deze laatste Æquatie aanwyst dat de figuur* NORTN *quadrabel, of Vierkantelyk is, of datter een Rechthoek zal konnen gevonden werden zo groot als deze figuur, zo heeft men alleenlyk deze Rechthoek te deelen door de gegeve lyn a, om voor het quotient te hebben een Rechte lyn zo lang als die gegeve Kromme* NCP.

Vinding van een Rechte lyn zo lang als een Kromme.

I. VOORBEELT.



NL ∞ x
LC ∞ y
LS ∞ z

Laat de Kromme NCP van zodanigen natuur wezen, dat altyd het Vierkant van CL gelyk is aan de Cubicq van NL gedeelt door de gegeve lyn a,

dat is $yy \infty \frac{x^3}{a}$, of $ayy \infty x^3$.

hier door vind men KL $\infty \frac{2}{3}x$: welkers Vierkant $\frac{4}{9}xx$, vergaart by het Vierkant van CL $\infty \frac{x^3}{a}$, men heeft $\frac{4}{9}xx + \frac{x^3}{a}$ voor het Vierkant van KC: dies zyn, volgens het Theorema, evenredig

$\frac{4}{9}xx$ / $\frac{4}{9}xx + \frac{x^3}{a}$ // aa / zz.

waar door men vind

$zz \infty \frac{9}{4}ax + aa$.

Aan-

bole, en *om dat deze zyne Quadrat*
mogelyk een Rechte lyn te vinden zo
die een Parabole is van het tweede

Zoeke dan de Inhoud van de Parab
dus.

Laat de Kromme RST, en de r
men in V; zo is V de Top. Om
stelle zz, of $\frac{9}{4}ax + aa \infty o$, men he
Van $\frac{9}{4}ax + aa$ de $x \infty o$ nemende,
voor NT. Deelt men dit door NV
de Rechtezyde van de Parabole VT

NT ∞a, vermenigvuldigt met N
de ▭VNT, dit met $\frac{2}{3}$, komt
VNTV.

Stellende VO ∞v; dit met $\frac{9}{4}a$,
nigvuldigt, komt $\frac{9}{4}av$; dies is OR ∞
gemultipliceert, komt $\sqrt{\frac{9}{4}av^3}$ voo
dit met $\frac{2}{3}$, komt $\sqrt{av^3}$ voor de Inh

Zo is dan de Inhoud van de Parab
$\infty -\frac{8}{27}aa + \sqrt{av^3}$: dit gedeelt door
$-\frac{8}{27}a + \sqrt{\frac{v^3}{a}}$ voor de lengte van d

De lengte NO bepaalt zynde, z
eenheit stellende, zo heeft men $-\frac{8}{27}$
lichtelyk Meetkunstig vind een recht
me NCP, 't geen te vinden was.

In *getallen*. Stelt men $a \infty 27$, v
en $\frac{8}{27}a \infty 8$: dies is de lengte van d
een weynig langer wezende als de
de welke is $\infty \sqrt{3024}$, of ten naa

II. VOORBEELT.

Indien de Kromme NCP is een gemeene Parabole, waar van CL evenwydig aan de As is, en NL aan de Applicata, en wiens Rechtezyde is de gegeve lyn a.

NL $\infty\ x$
LC $\infty\ y$
LS $\infty\ z$

Om dat men heeft $ay \infty xx$, zo vind men de Onderrakende KL $\infty \frac{1}{2}x$: dit Vierkant vergaart by het Vierkant van CL, men heeft $\frac{x^4}{aa} + \frac{1}{4}xx$ voor het Vierkant van KC; en daarom zyn evenredig

$$\tfrac{1}{4}xx \,/\, \tfrac{x^4}{aa} + \tfrac{1}{4}xx \,//\, aa \,/\, zz$$

hier door vind men $zz \infty aa + 4xx$, dat een gemeene Hyperbole is, wiens Middelpunt is N, wiens Top is T, of wiens halve dwarſe is NT, en welkers Rechtezyde is $\frac{1}{2}$NT; en om dat men deze zyne Inhoud kan afbeelden door een Series, zo zal men de lengte van een gemeene Parabole mede konnen afbeelden door een Series.

In de bovenſtaande figuur aanmerkende TSR voor deze Hyperbole; TW en RY beyde evenwydig aan NO, zo is NTRON de figuur die zo groot is als de Kromme NCP gemultipliceert met de gegeve lyn a; en TRYT is het ſtuk van de Hyperbole wiens Inhoud door een Series werd aangewezen in vergelyking van de Rechthoek YW, in het 13e. Vertoog van het voorgaande Deel.

Stelt men TY zo lang te wezen als TN, zo is OR, of $z \infty 2a$, of $zz \infty 4aa \infty aa + 4xx$, of $x \infty a\sqrt{\frac{3}{4}}$ voor NO; dies is de ▭NW, of de ▭YW $\infty\ aa\sqrt{\frac{3}{4}}$.

Om dat als dan TY is gelyk de halve Dwarſe, zo is, volgens aanwyzing van het voornoemde Vertoog, de Ruymte TRYT tot de ▭YW, als $\frac{2}{3} - \frac{1}{27} - \frac{1}{135} - \frac{1}{567} - \frac{1}{2187}$ enz. tot 1; of het Complement TRWT tot de ▭YW, als $\frac{1}{3} + \frac{1}{27} + \frac{1}{135} + \frac{1}{567} + \frac{1}{2187}$ enz. tot 1. Om dat dan evenredig zyn $\frac{1}{3} + \frac{1}{27} + \frac{1}{135} + \frac{1}{567} + \frac{1}{2187}$ enz / 1 // Compl. TRWT / ▭YW $aa\sqrt{\frac{3}{4}}$,

hier by ▭ NW ∞ $aa\sqrt{\frac{3}{4}}$

komt NTRON ∞ $1\frac{1}{3}aa\sqrt{\frac{3}{4}}$
gedeelt door de aangenomene lyn *a*
van het ſtuk der gemeene Parabole N
$1\frac{1}{3} + \frac{1}{27} + \frac{1}{135} + \frac{1}{567} + \frac{1}{2187}$ enz. gen
met NO.

III. Voorbe

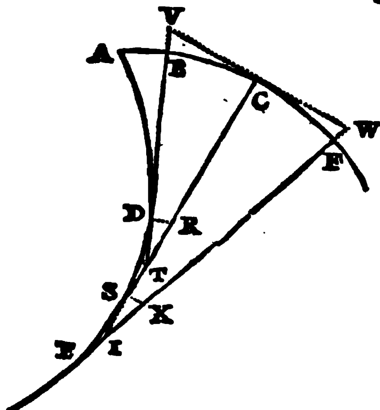
Is de Krom
de beſchrever
NGO.

Zo is CK, de
dig aan NG, or
de verlengde OG
hier voren in de
is aangewezen.
Stellende NL
aangenomene rec
Om dat KL is
tot NG ∞ $\sqrt{ax}$,
$x \,/\, \sqrt{ax} \,//\, a \,/$
aanwyzende dat het punt S loopt in
tweede geſlagt; en om dat zyn Qu
zynde (na 't 15e. Vertoog van 't voorga
onbeſlotene Vlakte NXZSLN twe
Rechthoek NS (NX, evenwydig
de Aſymptoti aanmerkende) om dat
Dewyl dan de ▭NS, gelyk *xz*
venſtaande is ∞ $a\sqrt{ax}$, zo is
NXZSLN ∞ $2a\sqrt{ax}$, zynde gelyk
van de Kromme van N af tot aan C
NC met *a*, de aangenomene rechte
gedeelt door *a*, *komt* $2\sqrt{ax}$ *voor de l*
dat is twee maal zo lang als de rechte
de heele NCP, *of een halve Cycloide,*
NO, *de Middellyn van het Rond wa*
of de heele Cycloide is zo lang als vier

II HOOFTSTUK.

Volgens de manier van C. Huygens.

Huygens *zoekt eerst een Kromme lyn door wiens ontwinding een gegeve Kromme kan beschreven werden; en dan is de Vinding van een Rechte lyn, zo lang als de Kromme die ontwonden werd, een gevolg daar van.*



Indien men aanmerkt langs de bult van de Kromme ADSE een draat te leggen, die niet uytgerekt kan werden, vast na E toe, en dat men het eynde in A leggende van de bult afdrayt; zo zal het punt dat in A gelegen heeft, beschryven de Kromme ABCF: deze laatste zegt men beschreven te zyn door de Ontwinding van de eerste. De Kromme ABCF gegeven zynde, zo zoekt Huygens de Kromme ADSE.

Hier uyt volgen deze Eygenschappen

1. *De ontwondene Draat, een rechte lyn zynde, is altyd zo lang als het deel van de Kromme dat ontwonden is.*

DB is zo lang als de Kromme DA; SC als SDA, en EF als de Kromme ESDA. dit is een gevolg van de uytspanning.

2. *De ontwondene Draat, of lyn, raakt de ontwondene Kromme in dat punt alwaar hy nog met de Kromme vereenigt is.*

BD raakt de Ontwondene Kromme in D, CS in S, en FE in E. Ik zegge raaken de Kromme, om dat ze verlengt zynde, de Kromme niet zullen konnen snyden. dit is mede een gevolg van de uytspanning.

3. *De ontwondene Draat, of lyn, staat altyd rechthoekig op de Kromme die door de ontwinding beschreven is.*

DB SC EF staan alle rechthoekig op de Kromme ABCF. Of, door eenig punt van de Kromme, als door C, een recht-

in C.

't Bewys. Kon eenig ander punt va
C, in deze rechthoekige op CS door
V en W. Verlengt BD tot aan CS
EF in I; en trekt DR en SX beyd
RS is korter als de Kromme —
RC is korter als DV, of als de Krc

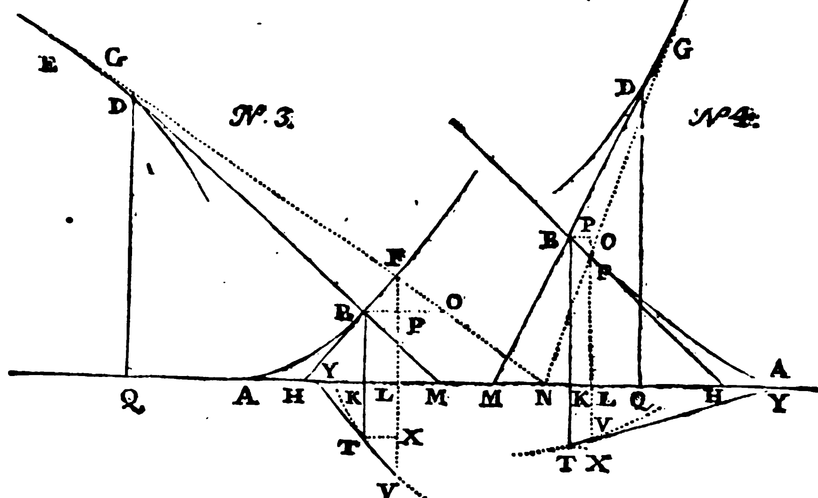
komt SC korter als de Kromme ——
tegens de eerste Eygenschap, om da
is als de Kromme SDA, ergo enz.
IX is langer als IS
IE is gelyk aan IE, vergaart

komt EX langer als IS+IE, of als
EW is zo lang als de Kromme -

komt XW korter als de Kromme -
en daarom SC nog korter als de Krom
de eerste Eygenschap. ergo enz. Ge
kan dan vallen in de rechthoekige op
C: zo staat dan SC rechthoekig op A
wyzen was.

THEOREM

Indien B en D twee punten zyn



gegeve Kromme AB, en de tweede D van de ontwondene Kromme DE, beyde in de ontwondene rechte BD. Zo dan BK en DQ beyde rechthoekig ſtaan op een zelfde AK; en zo HK Onderrakende is van de Raaklyn HB, en KY Onderrakende van de Raaklyn YT (die zekere Kromme raakt in T, welke Kromme gemaakt werd nemende altyd KT gelyk KM, in de verlengde BK aan K, verkiezende B over al in de Kromme AB) zo zal HY tot HM wezen, als KY tot KQ.

't Bewys. Neemt in AB nog een punt F, wiens ontwondene lyn is FE, ontmoetende de verlengde BD in G, ſnydende, of ſtotende, verlengt zynde, AK in N: aanmerkt FLV rechthoekig te gaan door AK, daar van dat LV zo lang is als LN; zo is V in de zelfde Kromme waar in T is: voorts BPO, en ook TX evenwydig aan AK.

KN is ∞ TX + LV, in de 1, 2, 3 figuur.
KM is ∞ LX

afg. reſt MN ∞ TX ± XV, + in de 1 en 3, en — in de 2 fig.

KN is ∞ TX — LV, in de 4 figuur.
KM ∞ LX

verg. kt. MN ∞ TX + XV.

MN

als LN, of als H en Y aan een z
maar MN is ∞ TX — XV als H
zyden van K zyn.

$KH \infty m$
$KY \infty n$
$KM \infty l$
$BD \infty p$
$MD \infty q$
$KL \infty e$
$DG \infty f$
$BO \infty g$
$MN \infty b$

Onderstelt nu d
by een zyn, zo z
wezen: of KL BC
kleen: HB of zyn
F, en YT of zyn
en men heeft de v

KY n / KT l /

zo is dan MN $\infty\, e$
boven.

HL $m \pm e$ / BP e

daarom is $gm \pm ge \infty em$
$\pm ge$ en $\pm eb$ weg genomen, om d
lyking van de andere,

blyft $gm \infty em + el$, of $g \infty$
voor 't laatst. BG MG BO

$p + f$ / $q + f$ // $e +$

dies is $pe \pm \frac{pel}{n} + fe \pm \frac{fel}{n} \infty q$

e ———————————————

of, $pmn \pm plm + fmn \pm flm \infty qn$
alles wat met f vermenigvuldigt is
nemende, waar door G komt in D
in D; ook F in B, en V in T: of
gen op de lynen BD en BT.

blyft $pmn \pm plm \infty qmn + qln$
dies is p tot q,

of BD tot MD, als $mn + ln$ tot mn

Is BD *groter* als MI
afgetogen het *tweede* van 't *eerste*, e
komt BM tot BD, als $ln \mp lm$ tot mn

$n \mp m$ ———————————

of, als (l, of) KM tot $\frac{m+}{n\mp}$
— als H en Y aan een *zelfde*, maa
derscheydene zyden van K vallen: o
— als men vind $+ n$, en $+$ als me

Aaa 2

Is BD *kleender* als MD.

afgetogen het *eerste* van het *tweede*, en het *derde* van het *vierde*; aanmerkende dat men in dit geval heeft $+ lm$.

komt BM tot BD, als $\frac{lm - ln}{m - n}$ tot $mn + ln$

of, als (l, of) KM tot $\frac{m + l, n}{m - n} \infty$ KQ

zo is dan $n \mp m$ of, $m - n$ } tot $m + l$ als n tot KQ;

dat is HY tot HM/als KY tot KQ. 't geen te bewyzen was.

Is dan B gegeven, zo is ook m gegeven, en ook l: door l vind men n. Hier uyt trekken wy deze

GENERALE CONSTRUCTIE.

Om D, *een punt van de ontwondene, te vinden.*

Neemt in AK, KH gelyk m, na de linker zyde van K af te rekenen als men heeft $+ m$, en na de rech-

en daar op rechthoekig MB.
KY gelyk n, na de linker zyd
$+n$; en na de rechter zyde als
haalt Yf evenwydig aan KB,
de BM in f: dan door B een
en tot deze getrokken Ye en
HB: dan gehaalt fe, en aan
ontmoetende de verlengde MI
punt van de ontwondene Krom
het gegeve punt B in de gegev

't Bewys. Laat DQ een rechthoe

Be is tot Bd // als Bf tot I

dat is $n-m$ / of $n+m$ } tot $m+l$ // ———

zo is dan BQ $\infty \frac{m+l, n}{n-m, \text{ of, } n+m}$, na d

T O E P A S S I

1. Is de gegeve Kromme AB

AK $\infty\, x$, KB $\infty\, y$, en de Recht

Daar door vind men $+m \infty\, 2x$.
tyd $\infty\, \frac{1}{2} r$: dies is TY evenwydig a
oneyndige lengte) of XV is gelyk
onbepaalt kleen (9 V.)

Om dat BM is tot BD, als $ln \pm l$
n ———

of, als $l \pm \frac{l}{n}$

en om dat (13 V.) $\frac{lm}{n}$ niets is in v
termen: daarom is in deze BM tot

Hierom, genomen KQ zo lang als KM + 2 maal AK, of MQ gelyk 2 maal KA, en getrokken QD rechthoekig op AK, ontmoetende de verlengde BM in D: zo is D een punt van de ontwondene Kromme.

2. Is de gegeve Kromme AB een *gemeene Ellipsis* of *Hyperbole*.

wiens Middelpunt (in de overstaande figuur) is I: stellende de Dwarse AE $\infty\ a$, en de Rechtezyde $\infty\ r$. zo is $ayy \infty rax \mp rxx$. — in de Ellipsis en + in de Hyperbole.

na de 1 Regel der Raaklynen vind men $m \infty \frac{a \mp x,\, x}{\frac{1}{2}a \mp x}$

en na de 3 Regel ——————————— $l \infty \frac{1}{2}a \mp x, \frac{r}{a}$.

of, $al - \frac{1}{2}ar \pm rx \infty 0$, waar door men na de 1 Regel, aanmerkende l alhier als y aldaar, vind

KY, of $n \infty \frac{al}{\mp r}$, of l weg reducerende, $\mp n \infty \frac{1}{2}a \mp x$.

zo is dan $-n \infty \frac{1}{2}a - x$ in de Ellipsis, en $+n \infty \frac{1}{2}a + x$ in de Hyperbole: dies valt, in deze twee Kromme, Y in het Middelpunt I.

Om dan in deze het punt D te vinden in de Kromme door wiens ontwinding de Ellipsis en ook de Hyperbole kan beschreven werden, BH en BM getrokken hebbende (makende dat KI / KE // KA / KH evenredig zyn, en BM rechthoekig op HB) zo haalt uyt I, het Middelpunt, een evenwydige aan BK, ontmoetende de verlengde BM in f: dan Ie en Md beyde gelykwydig aan HB, stotende de rechte door B getogen evenwydig aan AK in e en in d: dan getrokken ef, en daar aan gelykwydig dD, ontmoetende de verlengde BM in D: zo is D een punt van de ontwondene Kromme. Op deze wyze een menigte van punten D zoekende, en over hen halende een Kromme, *men heeft een stuk van de ontwondene Kromme lyn.*

Vin-

Vinding van een Rechte lyn zo l

In 't *algemeen* geschiet dit zoekend
de ontwondene , op de wyze als n
want dan zal het *verschil van de twee*
lyn wezen die zo lang zal zyn als he
Kromme begrepen tusschen de twee punt

In 't *bezonder* werd zulx verricht
hebbende als voren) zoekende waar
geve lyn ontmoet, als hier AK in I
zo veel als of men nog een punt D
de gevonden: maar hier toe is van n
de natuur van de gegeve Kromme A

BM is in alle Kromme lynen $\infty \sqrt{.yy+ll}$. Komt B in A, zo is $y \infty 0$; dies is als dan BM, of AM $\infty\, l$. Nu; l is $\infty \frac{1}{2}r$ in de Parabole, gelyk bekent is: in de twee andere is gevonden $l \infty \frac{1}{2}a \mp x, \frac{r}{a}$, of $l \infty \frac{1}{2}r \mp \frac{rx}{a}$. Komt B in A, zo is ook $x \infty 0$; dies is in deze twee mede $l \infty \frac{1}{2}r$. Nu, dewyl M in AK en ook in BD is, zo zal D in AK komende vallen in M; dit punt dan R noemende, zo is R een punt van de Ontwondene Kromme, en AR is in deze drie Kegelsneden $\infty \frac{1}{2}r$, of gelyk de helft van de Rechtezyde.

Zo is dan BD $- \frac{1}{2}r$, of de Ontwondene rechte BD min de helft van de Rechtezyde is, in de drie Kegelsneden, zo lang als de Ontwondene Kromme van R af tot aan D toe.

Vinding van de Natuur der ontwondene Kromme door afbeelding van een Æquatie.

Als de Kromme AB een Parabole is van het eerste geslagt, zo is de Kromme RD mede een Parabole, maar van het tweede geslagt,

want KM / KB // MQ / QD zyn evenredig,

dat is $\frac{1}{2}r \;/\; \sqrt{rx} \;//\; 2x \;/\; z$. QD $\infty\, z$ stellende.

daar door vind men $\frac{1}{4}rzz \infty 4x^3$.

stellende RQ $\infty\, q$, zo is $q \infty 3x$

of $\frac{4}{27}q^3 \infty 4x^3 \infty \frac{1}{4}rzz$

of $q^3 \infty \frac{27}{16}rzz$, een Parabole van het tweede geslagt, wiens Vierkanten van de Intercepten evenredig zyn met de Teerlingen van de Applicaten.

In de Ellipsis is 't

$$\overset{\text{IH}}{\frac{a-x,x}{\frac{1}{2}a-x}+\frac{1}{2}a-x} \;/\; \overset{\text{IM}}{\frac{1}{2}a-x-\frac{\frac{1}{2}a-x,r}{a}} \;/\; \overset{\text{HK}}{\frac{a-x,x}{\frac{1}{2}a-x}}\;?$$

komt $\frac{\frac{1}{2}a-x,\,a-r,\,a-x,\,x}{\frac{1}{4}a^3} \infty$ MQ: dan,

$$\overset{\text{KM}}{\frac{\frac{1}{2}a-x,r}{a}} \;/\; \overset{\text{KB}}{\sqrt{.\frac{a-x,rx}{a}}} \;//\; \overset{\text{MQ}}{\frac{\frac{1}{2}a-x,\,a-r,\,a-x,\,x}{\frac{1}{4}a^3}} \;/\; \overset{\text{QD}}{z}.$$

dies is $\frac{\frac{1}{16}ar,}{a-r,\,a-r}zz \infty a^3-3aax+3axx-x^3,x^3$, dat is ∞ de Cubicq van $a-x,x$. Voorts.

RK

RK KM MQ

$RQ \infty q \infty -\frac{1}{2}r + x + \frac{\frac{1}{2}\overline{a-x}, r}{a} + \frac{\frac{1}{2}\overline{a-x}, \overline{a-r}, \overline{a-x}, x}{\frac{1}{4}a^3}$.

of, $q \infty \frac{\overline{a-r}, x}{a} + \frac{\frac{1}{2}\overline{a-x}, \overline{a-r}, \overline{a-x}, x}{\frac{1}{4}a^3}$

$a-r$ ——————————————— $\frac{1}{4}a^3$

of $\frac{\frac{1}{4}a^3 q}{a-r} \infty \frac{3}{4}aax - 1\frac{1}{2}axx + x^3$

door beyde de gevondene Æquatien de x weg genomen, men vind'er een waar in alleenlyk z, q, r en a zyn.

In de Hyperbole vind men hetzelfde, uytgenomen dat de tekens alle + zyn.

ANDERE VOORBEELDEN.

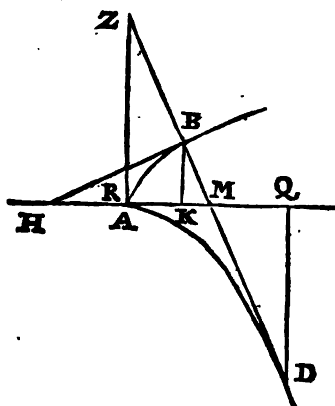
Is AB die Parabole van het tweede geslagt door wiens ontwinding de gemeene Parabole beschreven werd.

dat is, is $rxx \infty y^3$,

zo is $+m \infty 1\frac{1}{2}x$; en $+n \infty 3x$, om dat KM, of $l \infty \frac{2}{3}\sqrt{^3}\, rrx$ is.

dies is $KQ \infty \frac{m+l, n}{n-m} \infty 3x + 2l$.

daarom vind men D, een punt van de Ontwondene, makende KH gelyk $1\frac{1}{2}$ maal KA, trekkende HB, en daar op rechthoekig BM; en nemende dan MQ zo lang als KM + 3 maal KA, en halende QD, evenwydig aan BK, tot dat hy de verlengde BM snyd in D.



Anders. Gehaalt hebbende AZ gelykwydig aan KB, snydende de verlengde BM in Z; zo neemt BD zo lang als 3 maal BZ en 2 maal BM, om dat KQ gelyk 3KA + 2KM is.

BD is zo lang als de Kromme AD, om dat R in A valt: want; uyt $l \infty \frac{2}{3}\sqrt{^3}\, rrx$ blykt, KA of $x \infty 0$ nemende, dat l, of KM dan mede $\infty 0$ word: B dan in A zynde, zo valt K mede in A, en daarom nu ook M: en by gevolg is R mede in A.

zo is $+m \infty 3x$, en $-n \infty 3x$, om dat $l \infty \frac{1}{3}\sqrt{3}\,\frac{r^4}{x}$ is.
zo is nu KQ $\infty \frac{m+l,n}{n+m} \infty 1\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}l$.
zo moet dan MQ zo lang wezen als $\frac{1}{2}$ KH $-\frac{1}{2}$ KM: of BD zo lang als $1\frac{1}{2}$ maal BZ $+\frac{1}{2}$ maal BM.

Om in deze het punt R te vinden, zo laat ons MQ, die $\infty 1\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}l$ is, ∞ o nemen (want dan komt D in M, en M is dan het punt R) zo is $l \infty 3x$, of KM ∞ KH, en daarom BK ∞ KM, dat is $y \infty 3x$, of $y^3 \infty 27x^3 \infty rrx$; dies is x of AK $\infty \sqrt{\frac{1}{27}rr}$, en $4x$ of AM $\infty \sqrt{\frac{16}{27}rr}$. Als dan AK $\infty \sqrt{\frac{1}{27}rr}$ is, zo valt D in M, en AR is dan $\infty \sqrt{\frac{16}{27}rr}$. Maar om dat B nu niet in A komt als BD de Kromme DR raakt in R; of om dat BM dan niet langs AK leyt, of niet is ∞ AR, zo moet men nu BM, die dan is $\infty \sqrt{\frac{2}{3}rr}$, van BD aftrekken, om een rechte lyn te hebben die zo lang is als de Kromme RD.

Is de natuur van de Parabole zodanig dat rx^3 is ∞y^4.

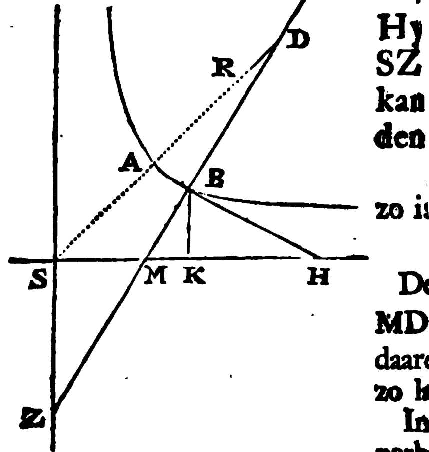
zo is $+m \infty \frac{4}{3}x$, en $+n \infty 2x$, om dat $l \infty \sqrt{\frac{3}{16}rx}$ is.
RQ is dan $\infty 4x + 3l$, of BD zo lang als 4 BZ $+$ 3 BM.
R valt dan in A, om dat $x \infty$ o zynde, ook $l \infty$ o word: dies is de rechte BD zo lang als de Kromme RD, of AD.

Maar is de natuur van de Parabole dat $r^3x \infty y^4$ is.

zo is $+m \infty 4x$, en $-n \infty 2x$, om dat $l \infty \sqrt{\frac{\frac{1}{16}r^3}{x}}$ is.
dies is KQ $\infty 1\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}l$, of BD $\infty 1\frac{1}{3}$ BZ $+\frac{1}{3}$ BM.

Om dat $1\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}l \infty$ o moet wezen zal D in M, of in AK komen, of $l \infty 2x$ voor KM; dit vermenigvuldigt met KH $\infty 4x$, komt $yy \infty 8xx$, of $y^4 \infty 64x^4 \infty r^3x$, of $x \infty \frac{1}{4}r$: dies is $yy \infty \frac{1}{2}rr$: en om dat KM is $\infty \frac{1}{2}r$, zo is BM $\infty \sqrt{\frac{3}{4}rr}$ wanneer M in R komt: zo is dan de Kromme DR $\infty 1\frac{1}{3}$ BZ $+\frac{1}{3}$ BM $-\sqrt{\frac{3}{4}rr}$.

Is



Hy
SZ
kan
den

zo is

De
MD,
daarc
zo la
Inc
perbo

zo is AR ∞ AS ; om dat B in A
beyde komen in S : BD — AZ, of $\frac{1}{2}$
zo lang als de Kromme RD.

Is $xxy \infty r^3$

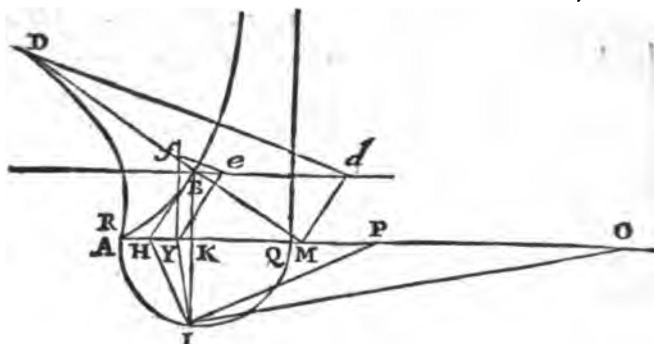
zo is $-m \infty \frac{1}{2}x$, en $-n \infty \frac{1}{3}x$,
daar door vind men KQ $\infty \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$
BM. en daarom is $\frac{1}{3}$ BZ $+ \frac{2}{3}$ BM —
me RD, om reden als boven.

Is de gegeve Kromme AB

of is $2qyy - xyy - x^3 \infty 0$

zo is $+m \infty \frac{2q-x, x}{3q-x}$, en daarom $\frac{2q}{3q}$
of $4qql - 4qxl + xxl - 3q$
hier door vind men $+n \infty \frac{2q-x, l}{3x+2l}$,

Constructie. B in de Kromme ge
ven, zo haalt BK rechthoekig op
het halfrond ontmoet in I : dan ne
QP gelyk de helft van AQ : haalt
kig IH : dan HB, die raakt de C
ken BM rechthoekig op HB : dan
+ 3 maal KA : gehaalt IO, en da
getogen Y*f* evenwydig aan KB,

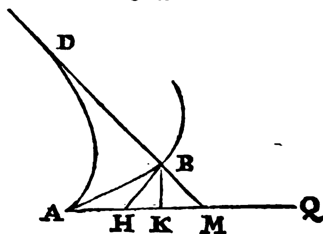


$AQ \infty 2q \quad AK \infty x \quad BK \infty y$

MB in f: ook door B een gelykwydige aan AK: dan Md en Ye, beyde Parallel aan BH, ontmoetende die door B in d en e: dan gehaalt ef, en daar aan evenwydig dD, ſtotende de verlengde MB in D: zo is D een punt van de Kromme betrekkelyk tot B, door wiens Ontwinding de Ciſſoide kan beſchreven werden.

De rechte BD is zo lang als de Kromme AD, om dat R in A valt: want, B in A zynde, of K in A, of $x \infty o$ wezende, zo is KM, of l mede ∞ o, om dat uyt het bovenſtaande blykt dat $l \infty \frac{xx}{2q - x}$ is: zo valt dan M mede in A, en daarom ook D, of R.

Is de gegeve Kromme AB die van *Carteſius*,



waar in $y^3 + x^3 - nxy \infty o$ is, zo is $m \infty \frac{yy - \frac{1}{3}nx, y}{\frac{1}{3}ny - xx}$, en daarom is $\frac{yy - \frac{1}{2}nx, yl}{\frac{1}{3}ny - xx} \infty yy$, of $yyl - \frac{1}{3}nxl - \frac{1}{3}nyy + xxy \infty o$ daar door vind men

$$n \infty \frac{yy - \frac{1}{3}nx, l}{\frac{1}{3}nl - 2xy}$$

hier door vind men de punten H en Y, en daar door het punt D.

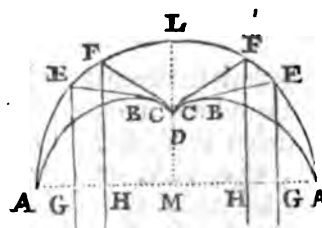
BD is zo lang als de Ontwondene Kromme AD, om dat D in A is als B daar in komt.

Men ziet dat de Methode van Huygens *toepaſſelyk is op alle Kromme lynen wiens natuur door een Æquatie afgebeelt werd:* het

werden door haare Eygenschap, of doo
ons weynig Kromme voorgekomen zyn.
tie zoude konnen brengen, zo oordele
tot een groote menigte van Kromme
van datze niet en vind de lengte van e
die van Heuraat *doet, maar van een*
ding evenwel de gegeve Kromme kan
doet ook geen andere aanwyzing van
lengte de gevonde rechte gelyk is, als
eenige van zyne punten, dat niet alleen
ook veel moeyten in heeft: dog dit zyn
onderworpen, dat men ze niet kan besch
van veele punten waar door ze moeten l

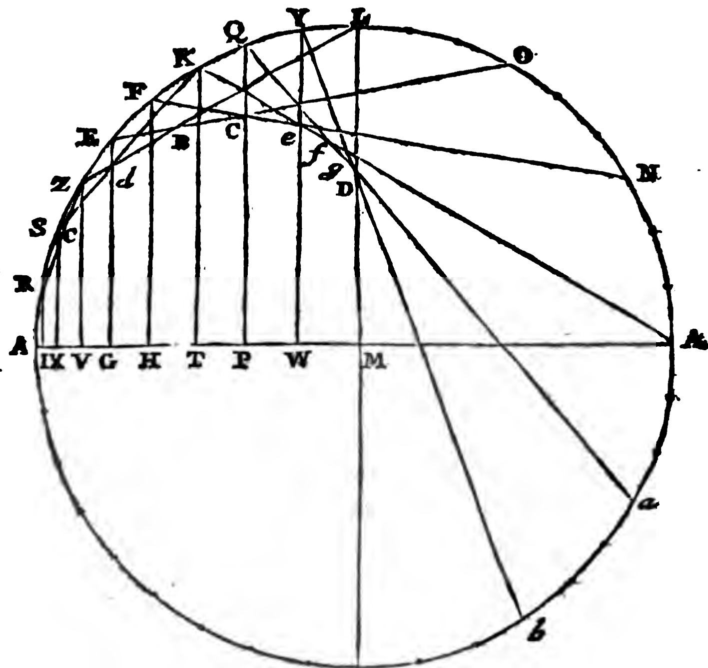
Wy zullen hier by voegen de Kr
Hr. *Thernhaus*, daar in wy zyne len
len aanwyzen op een andere manier,
de twee voorgaande, op dat men zi
dere wegen zyn om de lengte van
Rechte te bepalen.

Deze Brandlini werd gemaa
ming der Stuytstralen, waar
onderling evenwydig zynde,
Spiegel, wiens gedaante Circu
de door een plat vlak dat door
de Spiegel gaat.



Indien
Circular
de Midd
en MDI
is: zo z
linge ev
die, ge
Ruymt
daar van hier GE en HF twee zo
gel ontmoetende, en weerom stuyt
de ruymte van het halfrond, zoda
komst zou uytmaken een Kromm
ben deze eygenschap, *dat over al d*

keuen, als AB *zo lang zal wezen als* BE + EG (*de Stuytſtraal en de Raakſtraal te zamen*) ABC *zo lang als* CF + FH, *en de heele* ABCD *zo lang als* DL + LM (D *in het midden van* ML *zynde*) *of* 1$\frac{1}{2}$ *maal de ſtraal van de Spiegel: ook zal over al de Stuytſtraal half zo lang wezen als zyn Raakſtraal;* EB *gelyk* $\frac{1}{2}$EG, *en* FC *gelyk* $\frac{1}{2}$FH.



Aanmerkt het bovenſtaande Rond gedeelt te wezen in eenige gelyke deelen, als hier in 36, of het quadrant in 9, en laat getogen zyn tot yder deel de Raakſtralen WY, PQ, TR, enz. en ook haare Stuytſtralen Y*b*, Q*a*, KA, enz. twee van deze laatſte, wiens Raakſtralen het naaſte aan elkander zyn, ſnyden elkander in de punten *g*, *f*, *e*, C, B, *d*, *c*, dat by gevolg punten van de Brandlini zouden wezen indien de deelen van de boog oneyndig kleen waren, en de rechte lyntjens D*g*, *gf*, *fe*, *e*C, CB, B*d*, *dc*, *c*R, RA zouden dan Kromme wezen, en gezamentlyk de Brandlini uytmaken.

Om

WY ∞ p beelt C, te bep

PQ ∞ q zo ftelle CE

TK ∞ r FC

HF ∞ s zo is OC

GE ∞ t en NC

VZ ∞ v Om dat de Bo

XS ∞ w is als de Boog F

IR ∞ x AE ∞ k, en EF ∞

∞ $2k$, en FLN

∞ $2k+3l$; hier van ELO ∞ $2k$, bly of gelyk 3 maal de boog EF) daaro mende, zo is de Pees NO ∞ $3z - \frac{z^3}{nn}$

En om dat de Driehoeken ECF zyn, zo zyn evenredig

$$NO\ 3z - \frac{z^3}{nn} \ / \ EF\ z \ // \ NC\ 2s$$

ook $NO\ 3x - \frac{z^3}{nn} \ / \ EF\ z \ // \ OC\ 2t$

dies is $2s - y$ ∞ $3x - \frac{zzx}{nn}$, en $2t - x$

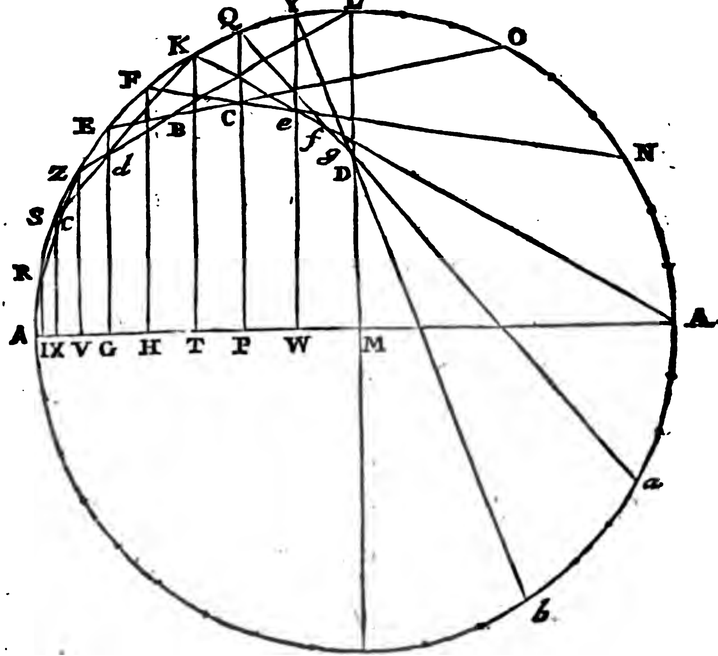
Dewyl de Raakftralen GE en HF kander zyn, of om dat GH onbepaal de Pees EF, of z mede zodanig is, en $\frac{zzy}{nn}$ niets zyn in vergelyking van dies hebben wy

$2s - y$ ∞ $3x$, en $2t - x$

of x ∞ $\frac{3}{4}s - \frac{1}{4}t$, en y ∞ $\frac{3}{4}t$-

Voorts. Dewyl de Driehoeken OBI hoekig zyn, en om dat haare Peefen als de vorige NO en EF, en by gev de wyze zal vinden dat EB is ∞ $\frac{3}{4}v$ - van EC ∞ $\frac{3}{4}s - \frac{1}{4}t$, reft BC ∞ $\frac{3}{4}s - \frac{3}{4}v$; dat is, BC, *een gedeelte van de Stuytft ftraal* EG *is, is zo lang als het* $\frac{3}{4}$ *van h Raakftralen aan weerzyden van hem.* $\frac{3}{4}r - \frac{3}{4}t$; B$d$ als $\frac{3}{4}t - \frac{3}{4}w$, en zo ove

Na deze wyze is Rc ∞ $\frac{3}{4}w - \frac{3}{4}$ van AR ook ∞ $\frac{3}{4}x$, dat gefchieden mag o ook IR is onbepaalt kleen) zo hebbe



$$AR \infty \tfrac{3}{4} x$$
$$Rc \infty \tfrac{3}{4} w$$
$$cd \infty \tfrac{3}{4} v - \tfrac{3}{4} x$$
$$dB \infty \tfrac{3}{4} t - \tfrac{3}{4} w$$
$$BC \infty \tfrac{3}{4} s - \tfrac{3}{4} v,$$ welkers ſom

$AR + Rc + cd + dB + BC$ is $\infty \tfrac{3}{4} t + \tfrac{3}{4} s$; of $\infty 1\tfrac{1}{2} t$; of $\infty 1\tfrac{1}{2} s$ aanmerkende de boog FE oneyndig kleen te wezen, waar door het verſchil dat s groter is als t mede is oneyndig kleen, en daarom $s \infty t$. Zo is dan de Kromme Brandlini, van A beginnende tot aan C toe, zo lang is als $1\tfrac{1}{2} t$; indien men C neemt te wezen alwaar de Stuytſtraal, komende van E, hem ontmoet, of aanroert: maar als $1\tfrac{1}{2} s$ zo hy van F komt.

Vervolgt men deze vergaring, by het voorgaande adderende $Ce \infty \tfrac{3}{4} r - \tfrac{3}{4} t$, zo zal de lengte van de Kromme, van A af tot aan e toe, zo lang wezen als $\tfrac{3}{4} s + \tfrac{3}{4} r$; of als $1\tfrac{1}{2} s$ zo e komt van F, of als $1\tfrac{1}{2} r$ zo e komt van K.

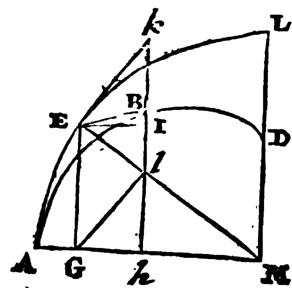
De

$fg \infty \frac{3}{4}p - \frac{1}{4}r$
$gd \infty \frac{3}{4}n - \frac{1}{4}q$,
zo zal de heele Kromme van A to
zen als $\frac{3}{4}p + \frac{3}{4}n$; of als $1\frac{1}{2}n$, aann
komen : en alzo blykt de waarhe
zegt is.

Het tweede zien wy uyt het ge
gevonden is. Daar is gevonden x
$y \infty \frac{3}{4}t - \frac{1}{4}s$, dies is $x + y \infty \frac{1}{2}s +$
ten F en C in elkander vallen, zo
ten C en B, ook de lynen s en t
$s \infty t$; en by gevolg is $x \infty \frac{1}{2}t$, o
straal half zo lang als de Raakstraal

Hier uyt is openbaar hoe men de
beschryven. want, een punt E in
lieven, halende EM, en de Raakst
hoekig door gaat: dan MEB zo
en genomen EB half zo lang als EC
Brandlini.

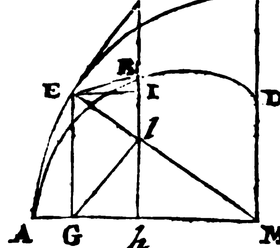
Wil men deze Kromme door een Æ
er een vinden



AM ∞ n
EG ∞ t
Bh ∞ y

Laat de
Kromme,
wydige aa
l, en de F
gehaalt we
Om dat
of gelyk M
is Bl zo la
of $\infty \frac{1}{2}t$.

Voorts.
klE te zan
hoeken BE
dat lEK re
klE is als de andere BEl, zo is de
overige BEk: dies is Bk gelyk BE
om kl gelyk EG: overzulx is lG g
kE. lE is dan $\infty \frac{tt}{n}$, en daarom lI ∞
MA zynde) hier by $lh \infty y - \frac{1}{2}t$, kor
∞ EG,

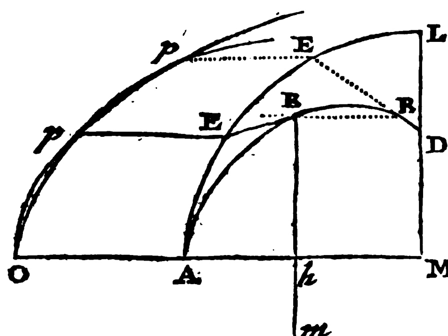


zende de betrekking van yder punt der Brandlini door een Æquatie ten opzigte van *y*, *t*, en *n*, of ten aanzien van yder punt der halve middellyn AM, en van elk punt des vierendeel ronts AEL.

$t^3 + nny - 1\frac{1}{2} tnn \infty 0$
3 0 1

$3t^3 \infty 1\frac{1}{2} tnn$
of $t \infty \sqrt{\frac{1}{2} nn}$

Indien men deze Æquatie multipliceert met een Arithmetice progressie, overeenkomende met de Dimensien van *t*, zo vind men $t \infty \sqrt{\frac{1}{2} nn}$: te kennen gevende dat B op het wydste van MA af zal wezen wanneer EG is $\infty \sqrt{\frac{1}{2} nn}$, of wanneer de boog AE is van 45 graden. Dat men ook lichtelyk kan zien waarachtig te wezen zonder deze uytrekening.



Wil men uyt B, *een punt van de Brandlini, een rechte* BE *trekken die hem in* B *raakt*, zo werd het punt E gevonden zoekende uyt $t^3 \infty 1\frac{1}{2} nnt - nny$ de hoegrootheit van *t*, die men vind als men *h*AO zo lang neemt, als $1\frac{1}{4}$ maal MA, $hm \infty \frac{1}{2} hB$; en dat men een Parabole beschryft door O als Top, op OA als As, met MA als Rechtezyde, snydende het Rond uyt *m* door O getogen in *p*, en dat men door *p* haalt een evenwydige aan AM: want deze zal het vierendeel ronds AL snyden in E; dan getogen EB, die raakt de Brandlini in B.

Wil men zyn Quadratura weten in vergelyking van het Quadrant: zo haalt, in de volgende Figuur, B*q* evenwydig aan *k*E; en neemt in AEL nog een punt F, oneyndig digt aan E; haalt daar uyt de Raakyn FC, ontmoetende de verlengde EB in *a* stellende B*a* ∞ *b* zo is E*a* $\infty \frac{1}{2} t + a$
C*a* ∞ *c* en F*a* $\infty \frac{1}{2} s - c$

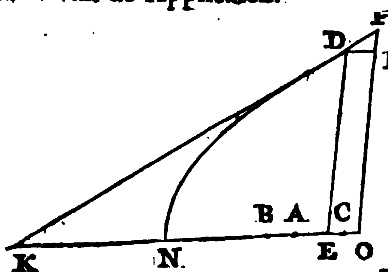
Om

Perpendiculaar uyt F op E*a* is c
Driehoek EFBE is onbepaalt kleen
heit bepaalt; om dat EB bepaalt g
niets in vergelyking van EFBE :
EBCFE : maar EBFE is half zo gı
of als het vierendeel van het Raan
het midden van EG valt, dewyl l
die zo lang is als EG, gelyk hier
merkende het Vierhoekje *q*GH*dq*
Raamtje E*d*, om dat het verschil ı
bepaalt kleen) voorts. Dewyl 'er zo
gaan in de Ruymte FBAEF, als 'e
gaan in de Ruymte FHAEF; zo
deelte van EGAE. E komende in
G in M : zo is dan ook de heele
vierde deel van het Quadrant; of
het Quadrant, het geene dat wy z
Indien men om de Brandlini een
dat men het eynde in A leggende
komt in de verlengde ML aan L
sloten door deze daar door gemaak
ni, en de verlengde ML , driem
Ruymte begrepen tusschen de Bı
MD.

TOEGIFT.

Vinding van het Centrum Gravitatis, of het swaarheits middelpunt in alle soorten van Parabolische Vlakken en Lichamen, zo wel van degeene welkers bogt inwaarts loopt, als van die geene welkers buyging uytwaarts geschiet.

Uytwaarts valt de bogt wanneer de Intercepten van *minder*, en *inwaarts* alsze van *meerder* Dimensien zyn als de Dimensien van de Applicaten.



Laat NDPON een halve Parabolische figuur wezen, waar van NO is de middellyn, PO en DE applicaten; en EO onbepaalt kleen.

Het is kennelyk dat de swaarheits middelpunten zullen wezen in de middellyn NO.

Laat dan A het swaarheits middelpunt wezen van de Parabole NPO, B dat van de Parabole NDE, en C het zelve van de Vierhoek EDPO.

Laat PDK een rechte wezen ontmoetende de midlyn, of zyn verlengde in K, en DF evenwydig aan NO: zo is PDK Raaklyn van beyde de punten P en D (18 V.)

NO ∞ *a*
PO ∞ *b*
EO ∞ *f*
PF ∞ *g*
NA ∞ *x*
AC ∞ *y*

Wy zullen onderstellen dat de Middellynen van de Parabolen NPO en NDE, als NO en NE, door haare swaarheits middelpunten A en B evenredig gesneden werden, dewyl de ingeschreve Driehoeken zulx doen, die met de omgeschreve Parabolen een bepaalde overeenkoming hebben, en te meer om dat *S. Stevin* zulx bewezen heeft in die van het eerste geslagt: daarom

NO *a*,

NA $\infty\ x$, rest $\frac{fx}{a} \infty$ AB.

Op de Parabolische pla

Dewyl de rechtlinische Driehoel
in O en in E een gelyke hoek hebl
redig met het vermenigvuldigde va
ken; ook de Parabolen NPO en N
voornoemde Driehoeken evenredig
't voorgaande Deel: daarom

NO ∞
PO ∞

de Par. NOP tot de Par. NDE, als
of, de Par. NOP tot EDPO , als a

Trekkende de tweede van de eer
derde, en fg verwerpende, om dat
van bf en ag na 't 14 Voorstel van
men fg daar in houd, en in de lest
duceert, en dan alles door f dividee
waar door E en C beyde vallen in
men het zelfde bekomen dat wy nu
pende.)

Om dat de swaarheden weerkeri
Ermen, daarom is AC tot AB, al
de Vierhoek EDPO: aanmerkende I
gende aan A, waar van AC en AB
kers eynden B en C hangen NDE

Dies is AC y. tot AB $\frac{fx}{a}$, als ab to

Voorts. Om dat in alle Parabolen K
t voor de Dimensien van de Applica
de Intercepten.

Zo zyn KO $\frac{ta}{s}$ / PO b // DF f /]

Dies is $g \infty \frac{sbf}{ta}$: dit gestelt voor g
zo is AC y tot AB $\frac{fx}{a}$, als ab tot bf

en daarom $bfx \infty bfy + \frac{sbfy}{t}$

bf ——————— t

of $tx \infty ty + sy$

of x tot y, of NA tot AC, of NA tot AO (om dat EO onbepaalt kleen is, en daarom ook CO, en by gevolg AO gelyk AC) als $t + s$ tot t: dat is, *als de Dimensien van de Applicata en de Dimensien van de Intercepta te zamen, tot de Dimensien van de Applicata*, 't geen enz.

Is de Parabole een gemeene, of is $yy \infty rx$ (y de Applicata, x de Intercepta, en r de Rechte zyde wezende) zo is $t \infty 2$, en $s \infty 1$: en daarom is NA tot AO als 3 tot 2, gelyk *S. Stevin* heeft aangewezen in zyn 12 Voorstel van het tweede Boek der Weegkunst.

Werd hy afgebeeld door $y^3 \infty rrx$; zo is $t \infty 3$ en $s \infty 1$; en dan is NA tot AO als 4 tot 3: door $y^3 \infty rxx$, zo is het als 5 tot 3: door $y^5 \infty rrx^3$, zo is het als 8 tot 5.

Werd de Kromme vertoont door $xx \infty ry$, een gemeene Holle, zo is $t \infty 1$, en $s \infty 2$; en daarom NA tot AO als 3 tot 1: door $x^3 \infty rry$, als 4 tot 1: door $x^3 \infty ryy$, als 5 tot 2: door $x^4 \infty ry^3$, als 7 tot 3.

Zyn t en s beyde $\infty 1$ (of van evengroote getallen) zo is de Kromme NDP een rechte lyn, en dan is NA tot AO als 2 tot 1, voor de proportie in een rechtlinische Driehoek, gelyk *Stevin* aanwyst in zyn 6 Voorstel van het 2 Boek der Weegkunst.

Op de Parabolische Lichamen.

Nu zyn OP en ED de halve Middellynen van Ronden. NOP recht zynde, en drayende NDPO om NO als Spil, zo beschryven OP en ED deze Ronden, en NDPON maakt een Conoïde Parabole.

Nu moet men NO ∞a met bb, en NE $\infty a - f$ met $bb - 2bg + gg$, of met $bb - 2bg$ (gg verwerpende om reden als voren) multipliceren, om quantiteyten te hebben die evenredig zullen zyn met de Kegels door de rechtstrepige Driehoeken

Kegels beschreven door de Parabole
Dies is de Conoïde Parabole van
Parabole van NDE, als abb tot abb
pende $2bgf$.

Of de Conoïde Parabole van NP(
EDPO beschreven, of de Erm AC

$$AC\,y \text{ tot } AB\ \frac{fx}{a}, \text{ als } abb \text{ tot } 2abg$$

$$\text{of, } ay \text{ tot } fx, \text{ als } abb \text{ tot } \frac{2sbb}{t}$$

$$bb \text{ ———}$$

$$\text{of, } ay \text{ tot } fx, \text{ als } ta \text{ tot } 2sf$$

$$\text{of } tfx \infty 2sfy + tfy$$

$$\text{of } tx \infty 2sy + ty$$

of x tot y, of NA tot AC,
of NA tot AO, als $2s +$
Dimensien van de Applicata en 2 maal a
cepta, tot de Dimensien van de Applicat

Is dan de Parabolische Kegel gefo
van het eerste geslagt, afgebeelt we
$yy \infty rx$, en de holle door $xx \infty ry$
NA tot AO als 4 tot 2, of als 2 tot
wyst in het 23 Voorstel van het twe
als 5 tot 1.

Is $y^3 \infty rrx$, zo is het in de bultige a
als 6 tot 4; is $y^3 \infty rxx$, als 7 tot 3
in de holle als 7 tot 1: is $x^3 \infty ryy$ a

Maar is $t \infty s$, zo is de Parabolisch
of de figuur is een Kegel; en dan is
zodanigen proportie hebben zy mede
Driehoek, of eenige andere rechtstrep
zulx bewyst in zyn 18 Voorstel va
Meetkunst.

E Y N D